Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

_______________ / _______________
Kurs-Nr. / Name

Schriftliche Abiturprüfung
Schuljahr 2018/2019

Mathematik
auf erhöhtem Anforderungsniveau

an allgemeinbildenden und beruflichen gymnasialen Oberstufen

Haupttermin
Freitag, den 3. Mai 2019, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Prüflinge
Wahlschwerpunkt Lineare Algebra

Allgemeine Arbeitshinweise

- Tragen Sie rechts oben auf diesem Blatt und auf Ihren Arbeitspapieren Ihren Namen sowie die Kursnummer ein.
- Kennzeichnen Sie bitte Ihre Entwurfsblätter (Kladde) und Ihre Reinschrift ebenfalls mit Namen und Kursnummer.

Fachspezifische Arbeitshinweise[1]

- Die Arbeitszeit einschließlich der Auswahlzeit beträgt insgesamt **330 Minuten**.
- Sie erhalten zuerst die Aufgabe **I** zur Bearbeitung.
- Nach Abgabe der Aufgabe **I** und der zugehörigen Lösungen erhalten Sie die Aufgaben **II**, **III** und **IV** sowie die zugelassenen Hilfsmittel. Sie bearbeiten diese **drei** Aufgaben in der restlichen Arbeitszeit.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelsammlung „Das große Tafelwerk interaktiv" (Cornelsen Verlag), Rechtschreibwörterbuch

Aufgabenauswahl

- Sie erhalten zuerst die Aufgabe **I** zur Bearbeitung. Wählen Sie aus den Unteraufgaben **I.4.1**, **I.4.2** und **I.4.3** eine Unteraufgabe aus. Die Unteraufgaben **I.1**, **I.2** und **I.3** müssen bearbeitet werden, insgesamt also **vier** Unteraufgaben von Aufgabe **I**.
- Vermerken Sie auf dem Deckblatt und der Reinschrift, welche Unteraufgaben (**I.4.1**, **I.4.2** oder **I.4.3**) Sie bearbeitet haben.
- Nach Abgabe der Aufgabe **I** und der zugehörigen Lösungen erhalten Sie die restlichen **drei** Aufgaben (**II**, **III** und **IV**) sowie Ihren Taschenrechner und die Formelsammlung.
- Überprüfen Sie anhand der Seitenzahlen, ob Sie alle Unterlagen vollständig erhalten haben.
- Beginnen Sie mit der Bearbeitung der restlichen **drei** Aufgaben. Hierzu steht Ihnen die restliche Arbeitszeit zur Verfügung.

Zur Bearbeitung wurden ausgewählt: Titel der Aufgabe

(**I.4.1** oder **I.4.2** oder **I.4.3**) ____________________

[1] Hinweise zu den Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache finden sich auf S 2.

Erleichterungen für neu Zugewanderte

Entsprechend der „Richtlinie über die Gewährung von Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache" (MBlSchul Nr. 08, 7. Oktober 2016, S. 60) werden für die betroffenen Prüflinge die folgenden Erleichterungen gewährt:

- Die Bearbeitungszeit wird um 30 Minuten **auf 360 Minuten** erhöht.
- Ein nicht-elektronisches Wörterbuch Deutsch – Herkunftssprache / Herkunftssprache – Deutsch wird bereitgestellt.

Bewertung

Prüfungsteil A (hilfsmittelfreier Teil): 20 Bewertungseinheiten (BE)
Prüfungsteil B: 100 BE (3 komplexe Aufgaben, Aufgabe II mit 50 BE, Aufgabe III mit 25 BE und Aufgabe IV mit 25 BE)
Insgesamt sind 120 BE erreichbar.
Bei der Festlegung von Notenpunkten gilt die folgende Tabelle.

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten
15	95 %
14	90 %
13	85 %
12	80 %
11	75 %
10	70 %
9	65 %
8	60 %

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten
7	55 %
6	50 %
5	45 %
4	40 %
3	33 %
2	27 %
1	20 %
0	0 %

Für die Erteilung der **Note „ausreichend"** (5 Notenpunkte) ist mindestens erforderlich, dass annähernd die Hälfte der erwarteten Gesamtleistung und über den Anforderungsbereich I hinaus Leistungen in einem weiteren Anforderungsbereich erbracht wurden.

Für die Erteilung der **Note „gut"** (11 Notenpunkte) ist mindestens erforderlich, dass annähernd vier Fünftel der erwarteten Gesamtleistung sowie Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht wurden.

Die erbrachte Gesamtleistung ergibt sich aus der Summe der Bewertungseinheiten in den vier Aufgaben.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit und der äußeren Form sind bei der Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße bis zu zwei Notenpunkte abzuziehen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Darstellung der Lösungen

Bei der Bearbeitung des Prüfungsteils B müssen die Lösungswege sorgfältig dokumentiert werden. Dies gilt auch bei Berechnungen, die mit einigen Taschenrechnertypen per Knopfdruck möglich sind. Die Lösungswege sind so darzustellen, als stünden diese Taschenrechnerfunktionalitäten nicht zur Verfügung. Dies gilt in den folgenden Bereichen:

- Umformen von Termen mit Variablen,
- Lösen von Gleichungen oder Gleichungssystemen,
- Differenzieren oder Integrieren,
- Berechnen von Werten einer Ableitungsfunktion oder eines Integrals.
- Rechnen mit Koordinaten (z. B. zum Aufstellen der Gleichung einer Ebene aus den Koordinaten dreier gegebener Punkte),
- Rechnen mit Vektoren (z. B. Bestimmen des Werts eines Skalarprodukts oder der Größe des Winkels zwischen zwei Vektoren),
- Bestimmen der Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen.

Aufgabe I: Hilfsmittelfreier Prüfungsteil

I.1 Analysis

Gegeben ist die in $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definierte Funktion

$$f: x \mapsto 1 - \frac{1}{x^2},$$

die die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ hat. Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von f, der symmetrisch bezüglich der y-Achse ist. Weiterhin ist die Gerade g mit der Gleichung $y = -3$ gegeben.

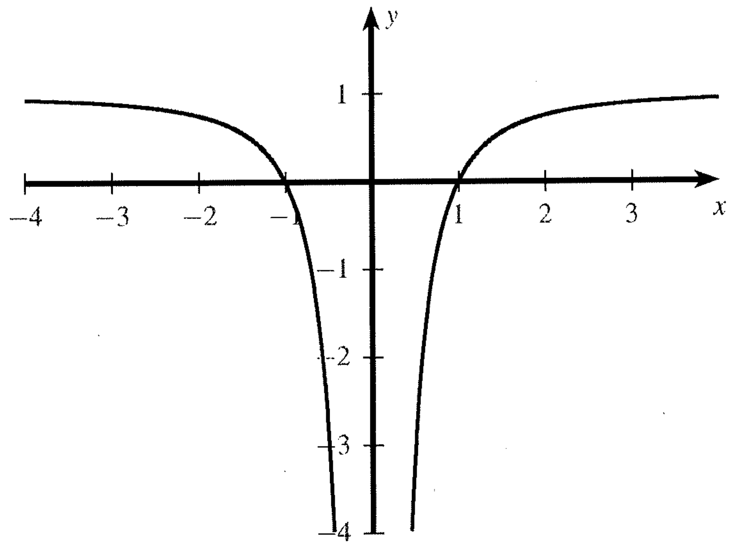


Abb. 1

a) **Zeigen** Sie, dass einer der Punkte, in denen g den Graphen von f schneidet, die x-Koordinate $\frac{1}{2}$ hat.

(1 BE)

b) **Bestimmen** Sie rechnerisch den Inhalt der Fläche, die der Graph von f, die x-Achse und die Gerade g einschließen.

(4 BE)

I.2 Lineare Algebra

In einem System verteilt sich der Gesamtbestand auf die Zustände A und B. Zum Zeitpunkt n mit $n \in \mathbb{N}$ wird die Verteilung auf die Zustände A und B durch den Verteilungsvektor $\overrightarrow{v_n} = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ beschrieben.

Dabei gibt a_n denjenigen Anteil des Gesamtbestands an, der sich im Zustand A befindet, und b_n denjenigen Anteil des Gesamtbestands, der sich im Zustand B befindet.
Zum Zeitpunkt 0 sind beide Anteile größer als null. Die Abbildung 2 beschreibt die Übergänge zwischen den Zuständen von einem Zeitpunkt zum nächsten.

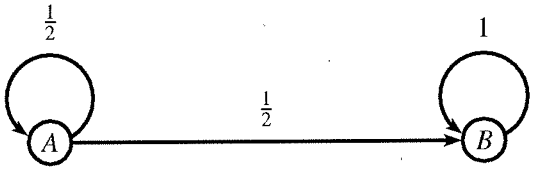


Abb. 2

Die Entwicklung der Verteilung wird durch die Gleichung $\overrightarrow{v_{n+1}} = M \cdot \overrightarrow{v_n}$ mit $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ beschrieben.

a) **Beschreiben** Sie mithilfe der Abbildung 2, wie sich die Verteilung auf lange Sicht entwickelt. **(2 BE)**

b) **Bestimmen** Sie mithilfe des Terms $M \cdot \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ den kleinsten Wert von n, für den der Anteil des Gesamtbestands, der sich im Zustand A befindet, bis zum Zeitpunkt n auf weniger als 10 % seines Werts zum Zeitpunkt 0 abnimmt. **(3 BE)**

I.3 Stochastik

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0" beschriftet, einer mit „1" und einer mit „2", die beiden anderen Sektoren sind mit „9" beschriftet.

a) Das Glücksrad wird viermal gedreht.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden. **(2 BE)**

b) Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt. **(3 BE)**

I.4.1 Analysis

Die Abbildung 3 zeigt den Graphen G_g einer in $\mathbb{R}$ definierten, differenzierbaren Funktion g.

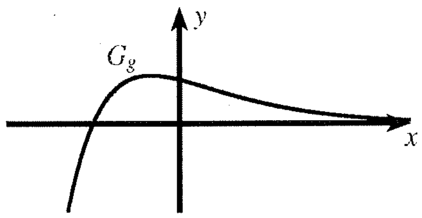


Abb. 3

Betrachtet wird eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f, für deren erste Ableitungsfunktion

$$f'(x) = e^{g(x)}$$

gilt.

a) **Untersuchen** Sie, ob der Graph von f einen Extrempunkt hat. **(2 BE)**

b) **Untersuchen** Sie, ob der Graph von f einen Wendepunkt hat. **(3 BE)**

I.4.2 Lineare Algebra

Für jede Matrix $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ heißt die Matrix $M^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ transponierte Matrix von M. Eine Matrix M heißt orthogonal, wenn $M^T \cdot M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ gilt.

a) **Zeigen** Sie, dass die Matrix $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ orthogonal ist. **(2 BE)**

b) **Untersuchen** Sie, ob die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{101}$ orthogonal ist. **(3 BE)**

I.4.3 Stochastik

Eine Urne A ist mit fünf roten und fünf blauen Kugeln gefüllt, eine Urne B mit n roten und $3 \cdot n$ blauen, wobei $n > 0$ gilt.
Aus der Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne B gelegt.
Danach wird aus der Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne A gelegt. Nun befindet sich in der Urne A eine unbekannte Anzahl roter Kugeln.

a) **Geben** Sie alle Möglichkeiten für diese unbekannte Anzahl **an**. **(1 BE)**

b) Für einen bestimmten Wert von n beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die unbekannte Anzahl roter Kugeln in der Urne A fünf ist, $\frac{15}{29}$.

   Bestimmen Sie diesen Wert von n. **(4 BE)**

Aufgabe II: Luftdruck
Schwerpunktthema: Analysis

1. Der Graph einer ganzrationalen Funktion g dritten Grades mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$ hat den Tiefpunkt $(0|0)$ und den Wendepunkt $\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{5}{4}\right)$.

a) **Bestimmen** Sie einen Funktionsterm von g.
(Zur Kontrolle: $g(x) = \frac{5}{2}x^2 \cdot (2x+3)$) **(6 BE)**

b) **Zeichnen** Sie den Graphen von g für $-1{,}5 \leq x \leq 0{,}5$ in ein Koordinatensystem ein. **(2 BE)**

c) Betrachtet wird die Tangente an den Graphen von g in dessen Wendepunkt.
Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem diese Tangente die x-Achse schneidet. **(3 BE)**

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h mit

$$h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}.$$

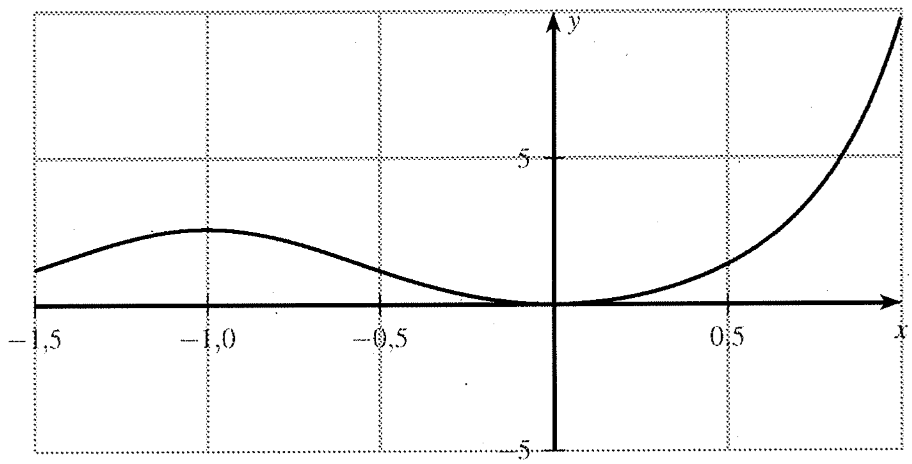


Abb. 1

d) **Geben** Sie den Grenzwert von h für $x \to -\infty$ **an** und **beschreiben** Sie, was sich aus diesem Grenzwert im Hinblick auf den Verlauf des Graphen von h folgern lässt. **(2 BE)**

e) **Zeigen** Sie, dass $h'(x) = 10x \cdot (1+x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ ein Term der ersten Ableitungsfunktion von h ist. **(3 BE)**

f) **Bestimmen** Sie rechnerisch die Koordinaten der beiden Extrempunkte des Graphen von h. **(3 BE)**

g) **Bestimmen** Sie die prozentuale Abweichung der mittleren Steigung des Graphen von g von der mittleren Steigung des Graphen von h im Bereich $-1 \leq x \leq 0$. **(3 BE)**

h) Es gilt $(h(1) - g(1)) \cdot (h(2) - g(2)) < 0$.
Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Graphen von g und h im Bereich $1 < x < 2$ **an**.
Begründen Sie Ihre Angabe. **(3 BE)**

i) **Beurteilen** Sie mithilfe der Abbildung 1 die folgende Aussage:

Für $-1{,}5 \leq x \leq 1$ ändert sich beim Graphen jeder Stammfunktion von h genau einmal das Krümmungsverhalten.

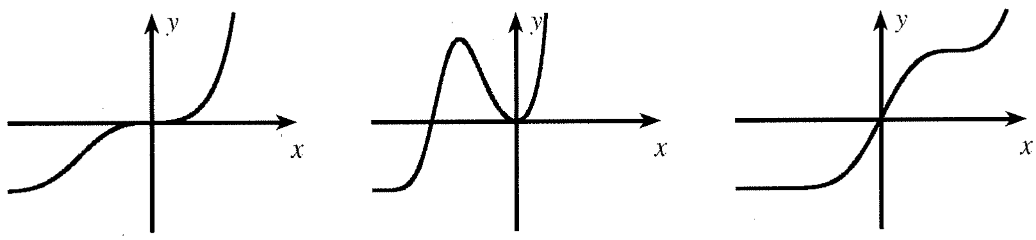
(3 BE)

j) **Entscheiden** Sie, welcher der abgebildeten Graphen I, II und III die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion H mit

$$H(x) = \int_0^x h(t)\,\mathrm{d}t$$

darstellt.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Graph I Graph II Graph III



(3 BE)

2. Der Luftdruck wird in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel modellhaft mithilfe der Funktion p mit

$$p(x) = 1000e^{-\frac{x}{8}}$$

und $x \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben. Dabei ist x die Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern und $p(x)$ der Luftdruck in Hektopascal (hPa). Die Abbildung 2 zeigt den Graphen von p.

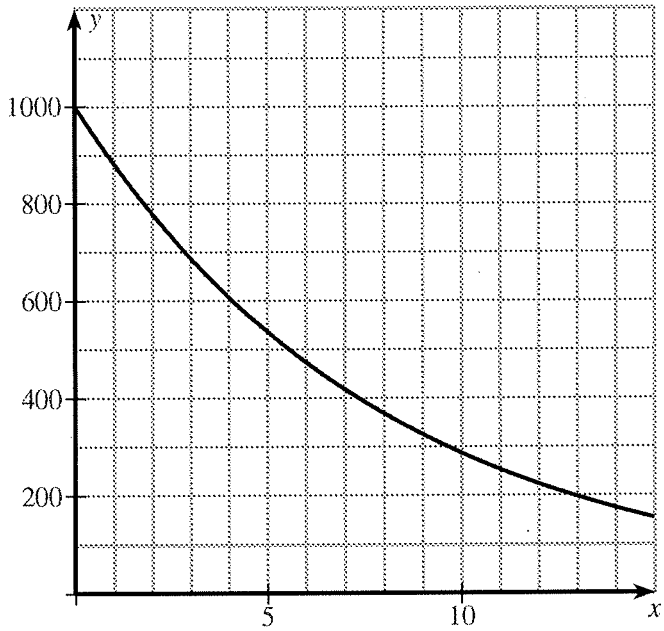


Abb. 2

a) Bestimmen Sie grafisch die Höhe, in der der Luftdruck 650 hPa beträgt.
Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung 2. **(2 BE)**

b) Zeigen Sie, dass eine Verringerung des Luftdrucks um die Hälfte auf eine Höhenänderung zurückzuführen ist, die unabhängig von der Ausgangshöhe ist.
Geben Sie diese Höhenänderung **an**. **(3 BE)**

c) Bestimmen Sie die lokale Änderungsrate des Luftdrucks in einer Höhe von 1,785 km. **(3 BE)**

Laut einer Faustregel sinkt der Luftdruck um 1 hPa, wenn die Höhe um 10 m zunimmt.

d) Eine Gruppe von Bergsteigern misst in einer Höhe von 1785 m einen Luftdruck von 800 hPa.
Bestimmen Sie die Höhe, in der sich die Bergsteiger einige Zeit später befinden, wenn die Faustregel dafür 2785 m liefert. **(4 BE)**

e) Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion, die ausgehend von einem Luftdruck von 800 hPa in einer Höhe von 1785 m für jeden anderen Luftdruck (in hPa) die der Faustregel entsprechende Höhe (in km) liefert. **(3 BE)**

f) Geben Sie die Wertemenge des Terms $-8 \cdot \ln \frac{u}{1000}$ für $0 < u \leq 1000$ **an**.
Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Terms im Sachzusammenhang. **(4 BE)**

Aufgabe III: Marienkäfer
Schwerpunktthema: Lineare Algebra

Bevor ein Australischer Marienkäfer das Stadium eines ausgewachsenen Käfers erreicht, durchläuft er nacheinander die Stadien Ei, Larve und Puppe. Betrachtet wird die Entwicklung einer Population von Marienkäfern in einem großen Gewächshaus, in dem die Larven und ausgewachsenen Käfer als natürlicher Pflanzenschutz gegen Schmierläuse wirken.

Die Zusammensetzungen der Population werden durch Vektoren $\overrightarrow{v_n}$ der Form $\begin{pmatrix} E \\ L \\ P \\ K \end{pmatrix}$ dargestellt, wobei E die Anzahl der Eier, L die Anzahl der Larven, P die Anzahl der Puppen und K die Anzahl der ausgewachsenen Käfer bezeichnet.

1. Die Entwicklung der Population vom Morgen eines Tages n zum Morgen des nächsten Tages lässt sich modellhaft durch die Gleichung $M \cdot \overrightarrow{v_n} = \overrightarrow{v_{n+1}}$ mit

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0 & 0 & 4 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}7 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix}$$

beschreiben.

a) **Stellen** Sie die durch die Matrix M beschriebene Entwicklung in einem Übergangsdiagramm dar. **(3 BE)**

Es gibt genau dann eine Zusammensetzung der Population mit mindestens einem ausgewachsenen Käfer, die sich vom Morgen eines Tages bis zum Morgen des nächsten Tages nicht verändert, wenn das folgende Gleichungssystem eine Lösung mit $K \geq 1$ hat:

$$\begin{array}{lrl} \text{(I)} & 0{,}4E & = 4K \\ \text{(II)} & E & = 2L \\ \text{(III)} & L & = 3P \\ \text{(IV)} & P & = K \end{array}$$

b) **Leiten** Sie die Gleichung (III) **her**. **(3 BE)**

c) **Entscheiden** Sie, ob es eine Zusammensetzung der Population mit mindestens einem ausgewachsenen Käfer gibt, die sich vom Morgen eines Tages bis zum Morgen des nächsten Tages nicht verändert. **Begründen** Sie Ihre Entscheidung. **(3 BE)**

An einem Montagmorgen besteht die Population aus 1850 Eiern, 800 Larven, 250 Puppen und 200 ausgewachsenen Käfern. Da dennoch zahlreiche Pflanzen von Schmierläusen befallen sind, werden an diesem Morgen zusätzliche 50 Larven und 30 ausgewachsene Käfer im Gewächshaus ausgebracht.

d) **Berechnen** Sie für den folgenden Dienstagmorgen die Anzahlen der Eier, Larven, Puppen und Käfer. **(2 BE)**

e) Am Dienstagmorgen werden weitere 50 Larven und 30 ausgewachsene Käfer ausgebracht.
Begründen Sie, dass die Zusammensetzung der Population am folgenden Mittwochmorgen nicht durch den Term

$$M \cdot M \cdot \left(\begin{pmatrix} 1850 \\ 800 \\ 250 \\ 200 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix} \right)$$

dargestellt wird.
Ändern Sie den vorgegebenen Term so, dass er die Zusammensetzung an diesem Mittwochmorgen angibt. **(3 BE)**

2. Je geringer die Temperatur im Gewächshaus ist, desto weniger Eier werden gelegt und desto geringer sind die Anteile der Eier, Larven und Puppen, die vom Morgen eines Tages zum Morgen des nächsten Tages in das jeweils nächste Stadium übergehen. Ist die Temperatur geringer als für das in Aufgabe 1 verwendete Modell angenommen, so kann die Entwicklung der Population vom Morgen eines Tages n zum Morgen des nächsten Tages durch die Gleichung $N \cdot \overrightarrow{v_n} = \overrightarrow{v_{n+1}}$ mit

$$N = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0 & 0 & 4-\frac{1}{t} \\ 0{,}1-0{,}9t^2 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1-0{,}1t^2 & 0{,}7 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1-0{,}9t^2 & 0{,}9 \end{pmatrix}$$

beschrieben werden.
Dabei ist t ein von der Temperatur abhängiger Parameter mit positiven Werten.

a) **Begründen** Sie, dass bezogen auf die gesamte Entwicklung der Population der größte sinnvolle Definitionsbereich für t durch $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right]$ angegeben wird. **(5 BE)**

b) An einem Morgen setzt sich die Population aus 1700 Eiern, 1380 Larven, 690 Puppen und 510 ausgewachsenen Käfern zusammen. Am folgenden Morgen enthält die Population nur noch 1360 Eier.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von t. **(3 BE)**

c) An einem anderen Morgen gehören zur Population 316 Puppen und 373 ausgewachsene Käfer.
Ermitteln Sie alle Anzahlen der ausgewachsenen Käfer, die abhängig von der Temperatur am folgenden Morgen auftreten können. **(3 BE)**

Aufgabe IV: Ausflugsschiff

Schwerpunktthema: Stochastik

Hinweis: Zur Bearbeitung der folgenden Aufgabe können nach Bedarf die Tabellen in der Anlage genutzt werden.

Ein Unternehmen organisiert Fahrten mit einem Ausflugsschiff.

1. Betrachtet wird zunächst eine Fahrt, bei der das Schiff mit 60 Fahrgästen voll besetzt ist. Zu Beginn der Fahrt werden drei Fahrgäste zufällig ausgewählt; diese erhalten jeweils ein Freigetränk.

a) **Ermitteln** Sie die Anzahl möglicher Dreiergruppen, die sich bei der Auswahl ergeben können. **(2 BE)**

b) Zwei Drittel der Fahrgäste kommen aus Deutschland, die übrigen aus anderen Ländern.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen. **(2 BE)**

c) Unter den Fahrgästen befinden sich Erwachsene und Kinder. Die Hälfte der Fahrgäste isst während der Fahrt ein Eis, von den Erwachsenen nur jeder Dritte, von den Kindern 75 %.
Berechnen Sie, wie viele Kinder an der Fahrt teilnehmen. **(3 BE)**

2. Möchte man an einer Fahrt teilnehmen, so muss man dafür im Voraus eine Reservierung vornehmen. Erfahrungsgemäß erscheinen von den Personen mit Reservierung einige nicht zur Fahrt. Für die 60 Plätze lässt das Unternehmen deshalb bis zu 64 Reservierungen zu. Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Fahrt tatsächlich 64 Reservierungen vorgenommen werden. Erscheinen mehr als 60 Personen mit Reservierung zur Fahrt, so können nur 60 von ihnen daran teilnehmen; die übrigen müssen abgewiesen werden.
Vereinfachend soll angenommen werden, dass die Anzahl der Personen mit Reservierung, die zur Fahrt erscheinen, binomialverteilt ist, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, 10 % beträgt.

a) **Geben** Sie einen Grund dafür **an**, dass es sich bei dieser Annahme im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt. **(1 BE)**

b) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss. **(3 BE)**

c) Für das Unternehmen wäre es hilfreich, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, mindestens eine Person mit Reservierung abweisen zu müssen, kleiner als ein Prozent wäre. Dazu müsste die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, mindestens einen bestimmten Wert haben.
Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau. **(4 BE)**

Das Unternehmen richtet ein Online-Portal zur Reservierung ein und vermutet, dass dadurch der Anteil der Personen mit Reservierung, die zur jeweiligen Fahrt nicht erscheinen, zunehmen könnte. Als Grundlage für die Entscheidung darüber, ob pro Fahrt künftig mehr als 64 Reservierungen zugelassen werden, soll die Nullhypothese

> „*Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, beträgt höchstens 10 %.*“

mithilfe einer Stichprobe von 200 Personen mit Reservierung auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden. Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Anzahl der möglichen Reservierungen pro Fahrt nur dann zu erhöhen, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt werden müsste.

d) **Ermitteln** Sie für den beschriebenen Test die zugehörige Entscheidungsregel. **(5 BE)**

e) **Entscheiden** Sie, ob bei der Wahl der Nullhypothese eher das Interesse, dass weniger Plätze frei bleiben sollen, oder das Interesse, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen, im Vordergrund stand.
Begründen Sie Ihre Entscheidung. **(3 BE)**

f) **Beschreiben** Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang. **(2 BE)**

Anlage zur Aufgabe „Ausflugsschiff“

Tab. 1: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 64$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

						p						
k	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2	
0	0,0012	0006	0003	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	63
1	0096	0051	0027	0014	0007	0004	0002	0001	0000	0000	0000	62
2	0389	0229	0132	0075	0042	0023	0012	0007	0003	0002	0001	61
3	1063	0683	0428	0262	0157	0092	0053	0030	0017	0009	0005	60
4	2205	1538	1043	0689	0444	0280	0173	0104	0062	0036	0021	59
5	3727	2806	2049	1453	1004	0676	0445	0286	0180	0111	0067	58
6	5390	4347	3397	2577	1901	1365	0955	0653	0436	0285	0182	57
7	6922	5926	4922	3969	3110	2371	1761	1275	0901	0622	0420	56
8	8134	7316	6402	5450	4513	3636	2854	2183	1629	1186	0844	55
9	8972	8385	7659	6827	5933	5026	4149	3340	2622	2009	1504	54
10	9484	9111	8601	7959	7206	6374	5506	4643	3822	3071	2410	53
11	9764	9552	9232	8789	8222	7543	6775	5953	5114	4294	3523	52
12	9901	9793	9612	9337	8953	8453	7843	7139	6367	5561	4752	51
13	9962	9912	9819	9665	9429	9096	8656	8110	7468	6749	5981	50
14	9986	9965	9922	9843	9711	9509	9221	8835	8348	7765	7100	49
15	9996	9987	9969	9932	9865	9752	9579	9329	8992	8559	8032	48
16	9999	9996	9989	9973	9941	9884	9788	9640	9424	9129	8746	47
17		9999	9996	9990	9976	9949	9900	9819	9693	9507	9250	46
18			9999	9996	9991	9979	9956	9915	9846	9739	9579	45
19				9999	9997	9992	9982	9963	9928	9870	9778	44
20					9999	9997	9993	9985	9968	9939	9890	43
21						9999	9998	9994	9987	9973	9949	42
22							9999	9998	9995	9989	9978	41
23								9999	9998	9996	9991	40
24									9999	9998	9996	39
	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84	0,83	0,82	0,81	0,8	k
						p						

Beachte: Wenn Werte über den zweiten, dunkelgrau unterlegten Eingang der Tabelle abgelesen werden sollen, d. h. $p \geq 0{,}5$, muss die Differenz $1 -$ (abgelesener Wert) ermittelt werden.

Tab. 2: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 200$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

						p						
k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
0	0,0176	0023	0003	0000								199
1	0894	0162	0027	0004								198
2	2351	0593	0125	0023								197
3	4315	1472	0395	0090								196
4	6288	2810	0950	0264								195
5	7867	4432	1856	0623	0000							194
6	8914	6063	3084	1237	0001							193
7	9507	7461	4501	2133	0005							192
8	9798	8504	5926	3270	0014							191
9	9925	9192	7192	4547	0035							190
10	9975	9599	8200	5831	0081							189
11	9992	9816	8925	6998	0168							188
12	9998	9922	9401	7965	0320							187
13	9999	9969	9688	8701	0566							186
14		9989	9848	9219	0929	0000						185
15		9996	9930	9556	1431	0001						184
16		9999	9970	9762	2075	0003						183
17			9988	9879	2849	0006						182
18			9995	9942	3724	0013						181
19			9998	9973	4655	0027	0000					180
20			9999	9988	5592	0052	0001					179
21				9995	6484	0094	0002					178
22				9998	7290	0163	0005					177
23				9999	7983	0269	0010					176
24					8551	0426	0020					175
25					8995	0648	0036					174
26					9328	0945	0064					173
27					9566	1329	0110					172
28					9729	1803	0179					171
29					9837	2366	0283					170
30					9905	3007	0430					169
31					9946	3711	0632					168
32					9971	4454	0899					167
33					9985	5210	1239					166
34					9992	5953	1656					165
35					9996	6658	2151	0000				164
36					9998	7305	2717	0001				163
37					9999	7877	3345	0001				162
38						8369	4019	0003				161
39						8777	4718	0005				160
40						9106	5422	0009				159
41						9362	6108	0016	0000			158
42						9556	6758	0027	0001			157
43						9699	7355	0045	0002			156
44						9801	7887	0072	0003			155
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	k
						p						

Tab. 2: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 200$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

						p						
k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
45						9872	8349	0111	0005			154
46						9919	8738	0169	0009			153
47						9950	9056	0249	0016			152
48						9970	9310	0359	0026			151
49						9983	9506	0506	0042			150
50						9990	9655	0695	0067			149
51						9995	9764	0934	0103			148
52						9997	9843	1228	0154			147
53						9998	9897	1579	0226	0000		146
54						9999	9934	1988	0323	0001		145
55							9959	2455	0453	0002		144
56							9975	2972	0621	0003		143
57							9985	3532	0833	0005		142
58							9991	4123	1094	0008		141
59							9995	4733	1409	0013		140
60							9997	5348	1778	0021		139
61							9998	5953	2202	0034		138
62							9999	6533	2677	0052		137
63								7079	3198	0080		136
64								7579	3755	0119		135
65								8028	4338	0173		134
66								8421	4934	0247		133
67								8758	5530	0346		132
68								9040	6113	0475		131
69								9272	6670	0639		130
70								9458	7192	0844		129
71								9604	7670	1094		128
72								9716	8097	1393	0000	127
73								9800	8473	1742	0001	126
74								9862	8794	2142	0001	125
75								9906	9065	2590	0002	124
76								9938	9287	3080	0004	123
77								9959	9466	3607	0007	122
78								9974	9607	4161	0011	121
79								9984	9716	4732	0018	120
80								9990	9799	5307	0028	119
81								9994	9860	5875	0044	118
82								9996	9904	6424	0066	117
83								9998	9936	6945	0097	116
84								9999	9958	7428	0141	115
85								9999	9973	7868	0200	114
86									9983	8261	0280	113
87									9989	8603	0384	112
88									9993	8897	0518	111
89									9996	9143	0687	110
90									9998	9345	0895	109
91									9999	9508	1146	108
92									9999	9637	1444	107
93										9737	1790	106
94										9812	2184	105
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	k
						p						

Tab. 2: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 200$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

						p						
k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
95										9869	2623	104
96										9910	3104	103
97										9939	3619	102
98										9960	4160	101
99										9974	4718	100
100										9983	5282	99
101										9989	5840	98
102										9993	6381	97
103										9996	6896	96
104										9998	7377	95
105										9999	7816	94
106										9999	8210	93
107											8556	92
108											8854	91
109											9105	90
110											9313	89
111											9482	88
112											9616	87
113											9720	86
114											9800	85
115											9859	84
116											9903	83
117											9934	82
118											9956	81
119											9972	80
120											9982	79
121											9989	78
122											9993	77
123											9996	76
124											9998	75
125											9999	74
126											9999	73
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	k
						p						

Beachte: Wenn Werte über den zweiten, dunkelgrau unterlegten Eingang der Tabelle abgelesen werden sollen, d. h. $p \geq 0{,}5$, muss die Differenz $1 -$ (abgelesener Wert) ermittelt werden.