



Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Schule und Berufsbildung

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
Kurs-Nr. / Name

Schriftliche Abiturprüfung  
Schuljahr 2018/2019

Mathematik  
auf grundlegendem Anforderungsniveau  
an allgemeinbildenden und beruflichen gymnasialen Oberstufen

Haupttermin  
Freitag, den 3. Mai 2019, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Prüflinge  
Wahlschwerpunkt Lineare Algebra

**Allgemeine Arbeitshinweise**

- Tragen Sie rechts oben auf diesem Blatt und auf Ihren Arbeitspapieren Ihren Namen sowie die Kursnummer ein.
- Kennzeichnen Sie bitte Ihre Entwurfsblätter (Kladde) und Ihre Reinschrift ebenfalls mit Namen und Kursnummer.

**Fachspezifische Arbeitshinweise<sup>1</sup>**

- Die Arbeitszeit einschließlich der Auswahlzeit beträgt insgesamt **270 Minuten**.
- Sie erhalten zuerst die Aufgabe **I** zur Bearbeitung.
- Nach Abgabe der Aufgabe **I** und der zugehörigen Lösungen erhalten Sie die Aufgaben **II**, **III** und **IV** sowie die zugelassenen Hilfsmittel. Sie bearbeiten diese **drei** Aufgaben in der restlichen Arbeitszeit.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelsammlung „Das große Tafelwerk interaktiv“ (Cornelsen Verlag), Rechtschreibwörterbuch

**Aufgabenauswahl**

- Sie erhalten zuerst die Aufgabe **I** zur Bearbeitung. Wählen Sie aus den Unteraufgaben **I.4.1**, **I.4.2** und **I.4.3** eine Unteraufgabe aus. Die Unteraufgaben **I.1**, **I.2** und **I.3** müssen bearbeitet werden, insgesamt also **vier** Unteraufgaben von Aufgabe **I**.
- Vermerken Sie auf dem Deckblatt und der Reinschrift, welche Unteraufgaben (**I.4.1**, **I.4.2** oder **I.4.3**) Sie bearbeitet haben.
- Nach Abgabe der Aufgabe **I** und der zugehörigen Lösungen erhalten Sie die restlichen **drei** Aufgaben (**II**, **III** und **IV**) sowie Ihren Taschenrechner und die Formelsammlung.
- Überprüfen Sie anhand der Seitenzahlen, ob Sie alle Unterlagen vollständig erhalten haben.
- Beginnen Sie mit der Bearbeitung der restlichen **drei** Aufgaben. Hierzu steht Ihnen die restliche Arbeitszeit zur Verfügung.

Zur Bearbeitung wurden ausgewählt:

Titel der Aufgabe

(I.4.1 oder I.4.2 oder I.4.3)

<sup>1</sup>Hinweise zu den Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache finden sich auf S 2.

### Erleichterungen für neu Zugewanderte

Entsprechend der „Richtlinie über die Gewährung von Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache“ (MBISchul Nr. 08, 7. Oktober 2016, S. 60) werden für die betroffenen Prüflinge die folgenden Erleichterungen gewährt:

- Die Bearbeitungszeit wird um 30 Minuten **auf 300 Minuten** erhöht.
- Ein nicht-elektronisches Wörterbuch Deutsch – Herkunftssprache / Herkunftssprache – Deutsch wird bereitgestellt.

## Bewertung

Prüfungsteil A (hilfsmittelfreier Teil): 20 Bewertungseinheiten (BE)

Prüfungsteil B: 80 BE (3 komplexe Aufgaben, Aufgabe II mit 40 BE, Aufgabe III mit 20 BE und Aufgabe IV mit 20 BE)

Insgesamt sind 100 BE erreichbar.

Bei der Festlegung von Notenpunkten gilt die folgende Tabelle.

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten
15	95 %
14	90 %
13	85 %
12	80 %
11	75 %
10	70 %
9	65 %
8	60 %

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten
7	55 %
6	50 %
5	45 %
4	40 %
3	33 %
2	27 %
1	20 %
0	0 %

Für die Erteilung der Note „ausreichend“ (5 Notenpunkte) ist mindestens erforderlich, dass annähernd die Hälfte der erwarteten Gesamtleistung und über den Anforderungsbereich I hinaus Leistungen in einem weiteren Anforderungsbereich erbracht wurden.

Für die Erteilung der Note „gut“ (11 Notenpunkte) ist mindestens erforderlich, dass annähernd vier Fünftel der erwarteten Gesamtleistung sowie Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht wurden.

Die erbrachte Gesamtleistung ergibt sich aus der Summe der Bewertungseinheiten in den vier Aufgaben.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit und der äußeren Form sind bei der Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße bis zu zwei Notenpunkte abzuziehen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

## Darstellung der Lösungen

Bei der Bearbeitung des Prüfungsteils B müssen die Lösungswege sorgfältig dokumentiert werden. Dies gilt auch bei Berechnungen, die mit einigen Taschenrechner Typen per Knopfdruck möglich sind. Die Lösungswege sind so darzustellen, als stünden diese Taschenrechnerfunktionalitäten nicht zur Verfügung. Dies gilt in den folgenden Bereichen:

- Umformen von Termen mit Variablen,
- Lösen von Gleichungen oder Gleichungssystemen,
- Differenzieren oder Integrieren,
- Berechnen von Werten einer Ableitungsfunktion oder eines Integrals.
- Rechnen mit Koordinaten (z. B. zum Aufstellen der Gleichung einer Ebene aus den Koordinaten dreier gegebener Punkte),
- Rechnen mit Vektoren (z. B. Bestimmen des Werts eines Skalarprodukts oder der Größe des Winkels zwischen zwei Vektoren),
- Bestimmen der Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen.

## Aufgabe I: Hilfsmittelfreier Prüfungsteil

### I.1 Analysis

Gegeben sind die in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen

$$g : x \mapsto x^2 - 3$$

und

$$h : x \mapsto -x^2 + 2x + 1.$$

- a) Zeigen Sie, dass sich die Graphen von  $g$  und  $h$  nur für  $x = -1$  und  $x = 2$  schneiden. (2 BE)
- b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die die Graphen von  $g$  und  $h$  einschließen. (3 BE)

### I.2 Lineare Algebra

Vögel einer bestimmten Art brüten einmal pro Jahr in einem der beiden Brutgebiete  $A$  und  $B$ . Das abgebildete Übergangsdigramm zeigt die Änderung der Verteilung der Vögel auf die beiden Brutgebiete von einem Jahr zum nächsten.

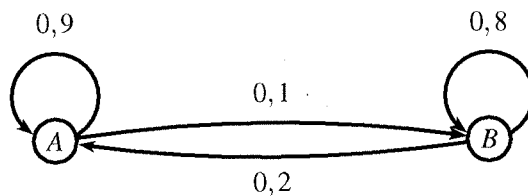


Abb. 1

- a) Stellen Sie diese Änderung der Verteilung durch eine Gleichung unter Verwendung einer Matrix dar. Geben Sie die Bedeutung aller in der Gleichung auftretenden Variablen an. (3 BE)
- b) In einem Jahr brüten alle Vögel im Gebiet  $A$ . Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Vögel, die dort zwei Jahre später brüten. (2 BE)

### I.3 Stochastik

In einer Urne befinden sich drei rote und sieben weiße Kugeln.

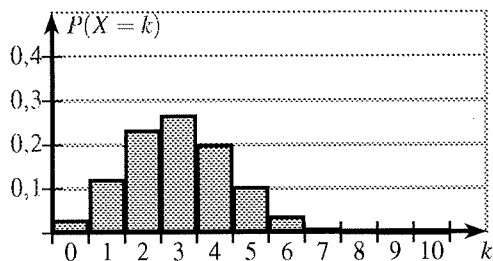
- a) Zweimal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

**Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens eine der entnommenen Kugeln weiß ist.

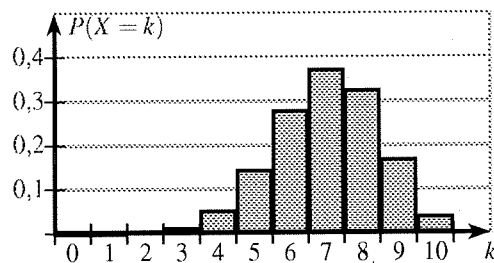
(2 BE)

- b) Zehnmal nacheinander wird jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der entnommenen weißen Kugeln.

**Begründen** Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass keine der folgenden Abbildungen die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  darstellt.



I



II

(3 BE)

### I.4.1 Analysis

Gegeben ist die Funktion  $f: x \mapsto \sin(x) - 2$  mit Definitionsmenge  $\mathbb{R}$ .

- a) **Skizzieren** Sie den Graphen von  $f$  für  $-\pi \leq x \leq 4\pi$  im abgebildeten Koordinatensystem in Abbildung 2.

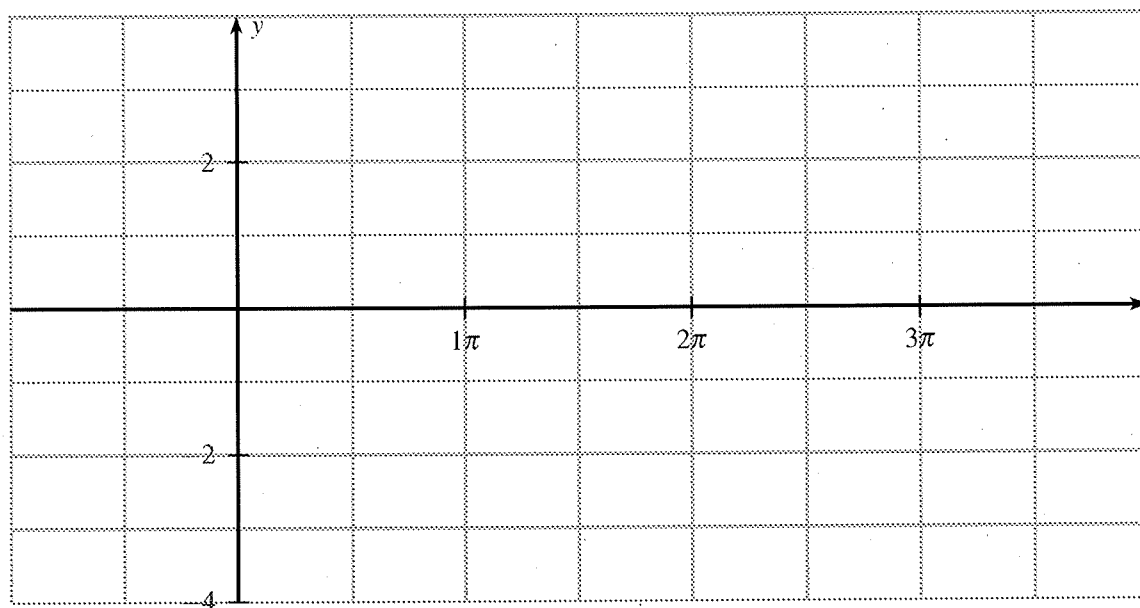


Abb. 2

(1 BE)

- b) Jede Tangente an den Graphen von  $f$  in einem der Punkte  $(2k\pi | f(2k\pi))$  mit  $k \in \mathbb{N}$  schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein.

**Begründen** Sie, dass jedes dieser Dreiecke gleichschenkelig ist.

(4 BE)

### I.4.2 Lineare Algebra

Betrachtet wird eine Population von Käfern in ihren unterschiedlichen Entwicklungsstadien. Zusammensetzungen der Population werden durch Vektoren der Form  $\begin{pmatrix} E \\ L \\ K \end{pmatrix}$  dargestellt, wobei  $E$  die Anzahl der Eier,  $L$  die Anzahl der Larven und  $K$  die Anzahl der voll entwickelten Käfer ist.

Die Entwicklung der Population von einem Monat zum nächsten wird durch die Matrix  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  beschrieben.

a) Geben Sie die Matrix  $M^2$  an. (1 BE)

b) Es gilt  $M^3 = \begin{pmatrix} \frac{a}{8} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a}{8} \end{pmatrix}$ .

Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang.

Beschreiben Sie in Abhängigkeit von  $a$ , wie sich die Population langfristig entwickelt. (4 BE)

### I.4.3 Stochastik

Bei einem Spiel gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Zitronenbonbon und mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % einen Orangenbonbon. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man keinen Gewinn erzielt, beträgt 20 %.

a) Eine Person nimmt zehnmal an dem Spiel teil.

Geben Sie dazu ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term

$$\binom{10}{7} \cdot 0,8^7 \cdot 0,2^3$$

berechnet werden kann. (1 BE)

b) Eine andere Person gewinnt sechs Bonbons. Sie wählt zwei dieser Bonbons zufällig aus und verschenkt sie. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie einen Zitronenbonbon und einen Orangenbonbon verschenkt, beträgt  $\frac{3}{5}$ .

Ermitteln Sie, wie viele Orangenbonbons diese Person gewonnen hat. (4 BE)

## Aufgabe II: Laktatkonzentration

### Schwerpunktthema: Analysis

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen  $G_k$  der Funktion  $k$  mit

$$k(x) = \frac{1}{40} \cdot (x^3 - 30x^2 + 288x - 815)$$

und  $x \in \mathbb{R}$ .

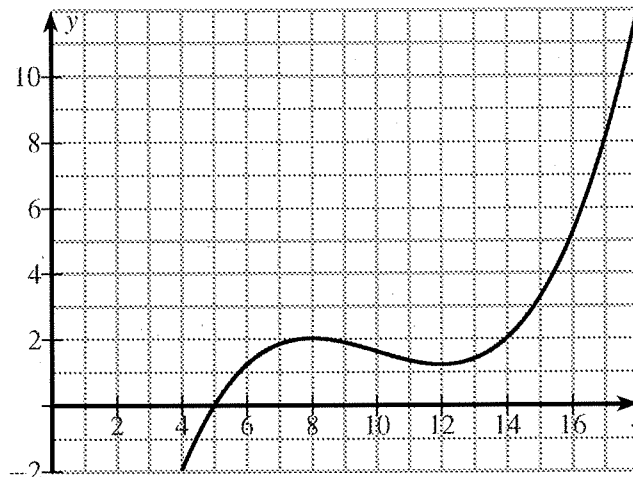


Abb. 1

1. Im Rahmen eines Tests läuft ein Sportler auf einem Laufband. Dabei wird bei ansteigender Geschwindigkeit jeweils die Konzentration sogenannter Laktate im Blut gemessen. Die Abhängigkeit der Laktatkonzentration von der Geschwindigkeit kann für  $8,5 \leq x \leq 17,5$  modellhaft durch die Funktion  $k$  beschrieben werden. Dabei ist  $x$  die Geschwindigkeit des Sportlers in Kilometer pro Stunde und  $k(x)$  die Laktatkonzentration in Millimol pro Liter ( $\text{mmol}/\ell$ ).
- a) Der Tabelle 1 können einzelne Werte entnommen werden, die während des Tests gemessen wurden.

Geschwindigkeit in $\text{km}/\text{h}$	9	13	17
Laktatkonzentration in $\text{mmol}/\ell$	1,92	1,44	8,09

Tab. 1

- Ermitteln** Sie die prozentuale Abweichung der Laktatkonzentration, die das Modell für eine Geschwindigkeit von  $13 \text{ km}/\text{h}$  liefert, vom zugehörigen Messwert. (2 BE)
- b) **Bestimmen** Sie im Modell mithilfe von Abbildung 1 die Geschwindigkeit, ab der die Laktatkonzentration ansteigt, sowie die Geschwindigkeit, bei der die Laktatkonzentration  $3,25 \text{ mmol}/\ell$  überschreitet. (2 BE)
- c) **Ermitteln** Sie rechnerisch, bei welcher Geschwindigkeit die Laktatkonzentration im Modell am stärksten abnimmt. (4 BE)
- d) **Berechnen** Sie im Modell für den Geschwindigkeitsbereich von  $12,0 \text{ km}/\text{h}$  bis  $17,5 \text{ km}/\text{h}$  die mittlere Änderungsrate der Laktatkonzentration. (3 BE)



2. Der Graph von  $k$  ist symmetrisch bezüglich seines Wendepunkts  $W(10 | \frac{13}{8})$ . Betrachtet werden die Geraden, die durch  $W$  verlaufen.

a) Eine Gerade durch  $W$  mit negativer Steigung hat mit dem Graphen von  $k$  keinen weiteren Punkt gemeinsam.

Ermitteln Sie alle Steigungen, die diese Gerade haben könnte. (3 BE)

b) Die  $y$ -Koordinate des Schnittpunkts einer der durch  $W$  verlaufenden Geraden mit der  $y$ -Achse wird mit  $n$  bezeichnet.

Stellen Sie einen Term auf, der  $n$  in Abhängigkeit von der Steigung  $m$  dieser Gerade angibt. (2 BE)

c) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph  $G_g$  der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $g$  mit

$$g(x) = \frac{13}{40} \cdot (x - 5)$$

durch  $W$  verläuft.

Zeichnen Sie diese Gerade in die Abbildung 1 ein. (3 BE)

d) Beschreiben Sie mithilfe der Abbildung 1, wie man die Lösungen der Gleichung  $k(x) - g(x) = 0$  grafisch ermitteln kann.

Geben Sie die Lösungen der Gleichung an. (3 BE)

e) Begründen Sie ohne zu rechnen, dass  $\int_5^{15} k(x) dx = \frac{1}{2} \cdot (15 - 5) \cdot k(15)$  gilt. (4 BE)

f) Begründen Sie mithilfe der Abbildung 1, dass es eine reelle Zahl  $z$  mit  $4 < z < 5$  gibt, für die

$\int_z^{z+1} k(x) dx = 0$  gilt. (3 BE)

3. Neben der Funktion  $g$  aus Aufgabe 2 wird im Folgenden die Funktion  $h$  mit

$$h(x) = \frac{40}{13} \cdot \frac{1}{(x-5)}$$

und  $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$  betrachtet. Die Abbildung 2 zeigt den Graphen von  $h$ .

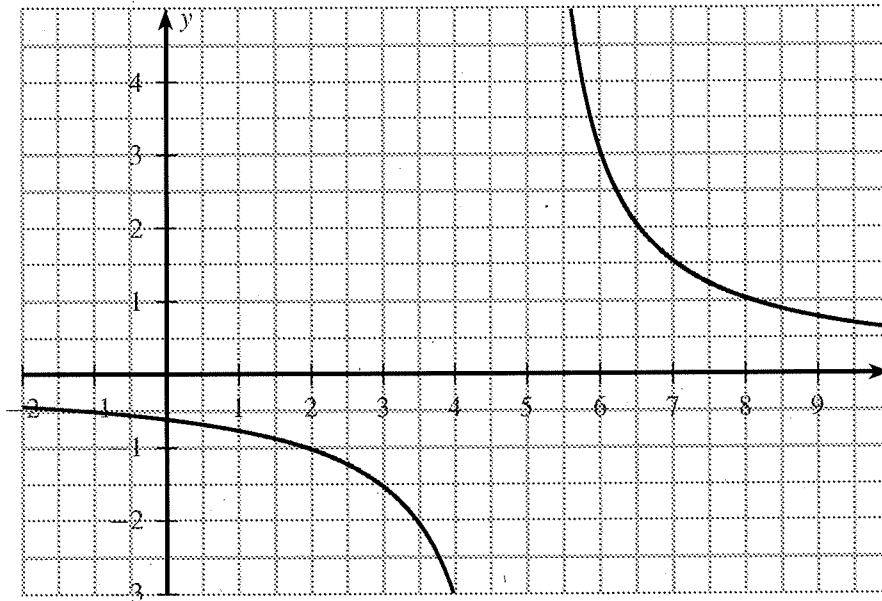


Abb. 2

- a) **Beschreiben** Sie, wie der Graph von  $h$  aus dem Graphen der Funktion  $i$  mit  $i(x) = \frac{1}{x}$  und  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  hervorgeht (2 BE)
- b) **Berechnen** Sie die Koordinaten der beiden Punkte, die die Graphen von  $g$  und  $h$  gemeinsam haben. (4 BE)
- c) **Begründen** Sie, dass es keine Gerade gibt, die sowohl Tangente des Graphen von  $g$  als auch Tangente des Graphen von  $h$  ist. (2 BE)
- d) **Geben** Sie eine Möglichkeit für Werte von  $a, b \in ]-\infty; 5[$  und  $c, d \in ]5; +\infty[$  an, für die  $\int_a^b h(x) dx \cdot \int_c^d h(x) dx > 0$  gilt. (3 BE)  
**Begründen** Sie Ihre Angabe.

## Aufgabe III: Tretboote

### Schwerpunktthema: Lineare Algebra

Ein Unternehmen vermietet Tretboote. In der Hauptsaison betreibt es dazu an einem See die drei Stationen  $N$ ,  $S$  und  $W$ . Ein Boot, das an einer der drei Stationen ausgegeben wurde, kann an einer beliebigen der drei Stationen zurückgegeben werden. Jedes Boot kann an einem Tag mehrfach ausgegeben werden; die Rückgabe erfolgt stets am selben Tag wie die Ausgabe.

Für jeden Tag können die Ausgaben von Booten an den drei Stationen durch einen Vektor  $\vec{a}$  beschrieben werden, die Rückgaben durch einen Vektor  $\vec{r}$ .

Beide Vektoren haben die Form  $\begin{pmatrix} n \\ s \\ w \end{pmatrix}$ , wobei  $n$ ,  $s$  und  $w$  die Anzahlen der Boote sind, die an den Stationen  $N$ ,  $S$  bzw.  $W$  am betrachteten Tag insgesamt ausgegeben bzw. zurückgegeben wurden. Der Zusammenhang zwischen den Vektoren lässt sich modellhaft durch die Gleichung

$$\vec{r} = M \cdot \vec{a}$$

mit

$$M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,75 & 0,05 \\ 0,3 & 0,15 & 0,75 \end{pmatrix}$$

darstellen.

- a) **Interpretieren** Sie im Sachzusammenhang den Eintrag 0,05 von  $M$  sowie die Tatsache, dass die Summe der Einträge in jeder der drei Spalten von  $M$  den Wert 1 hat. **(3 BE)**
- b) **Stellen** Sie den durch die angegebene Gleichung dargestellten Zusammenhang in einem Übergangsdigramm **dar**. **(3 BE)**
- c) **Beurteilen** Sie die folgende Aussage:

*Wenn an einem Tag an allen drei Stationen gleich viele Boote ausgegeben werden, dann ist an der Station  $W$  die Anzahl der Rückgaben 20 % höher als die Anzahl der Ausgaben.*

**(3 BE)**

- d) An einem Dienstag wurde an der Station  $N$  40-mal ein Boot ausgegeben und 40-mal eines zurückgegeben. An der Station  $S$  wurde 37-mal ein Boot zurückgegeben, an der Station  $W$  63-mal.

**Ermitteln** Sie, wie viele Boote an der Station  $S$  ausgegeben wurden.

**(4 BE)**

- e) Für einen Samstag werden die Ausgaben von Booten an den drei Stationen durch  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ a+b \end{pmatrix}$  beschrieben,

die Rückgaben durch  $\begin{pmatrix} a+2 \\ b \\ c \end{pmatrix}$ .

**Zeigen** Sie, dass  $c = a + b - 2$  gilt.

**Interpretieren** Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang.

(3 BE)

- f) In der Nebensaison werden nur die Stationen N und S betrieben, Boote werden also nur dort ausgegeben und können auch nur dort zurückgegeben werden.

An einem Mittwoch wurde an der Station N 15-mal ein Boot ausgegeben und 8-mal eines zurückgegeben, an der Station S wurde 10-mal ein Boot ausgegeben und 17-mal eines zurückgegeben.

Der Zusammenhang zwischen den Ausgaben und Rückgaben von Booten in der Nebensaison kann modellhaft mithilfe einer Matrix dargestellt werden.

**Ermitteln** Sie eine Matrix, die dafür infrage kommt.

(4 BE)

## Aufgabe IV: Führerschein Schwerpunktthema: Stochastik

*Hinweis: Zur Bearbeitung der folgenden Aufgabe können nach Bedarf die Tabellen in der Anlage genutzt werden.*

In einem Land, in dem 80 % der Erwachsenen einen Führerschein besitzen, werden 200 Erwachsene zufällig ausgewählt.

Es soll angenommen werden, dass dabei die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, binomialverteilt ist.

- a) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen, vom Erwartungswert für diese Anzahl um höchstens 5 % abweicht.

(4 BE)

- b) **Ermitteln** Sie, wie groß die Anzahl der ausgewählten Erwachsenen mindestens sein müsste, damit von diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mehr als 160 einen Führerschein besitzen.

(4 BE)

In einer bestimmten Region des betrachteten Lands werden alle Fahrprüfungen eines Jahres auf einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Alter eines Prüflings und dem Bestehen der Prüfung hin untersucht. Von insgesamt 13879 Prüflingen waren 2482 zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt. Insgesamt haben 11104 Prüflinge die Prüfung bestanden; davon waren 8870 zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre.

Ein Prüfling wird zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

A: „Der Prüfling war zum Zeitpunkt der Prüfung mindestens 30 Jahre alt.“

B: „Der Prüfling hat die Prüfung bestanden.“

- c) **Bestimmen** Sie die Anzahl der Prüflinge, die zum Zeitpunkt der Prüfung jünger als 30 Jahre waren und die Prüfung nicht bestanden haben.

(2 BE)

- d) **Untersuchen** Sie, ob die Wahrscheinlichkeiten  $P_A(B)$  und  $P(B)$  übereinstimmen.

**Geben Sie an**, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, und **interpretieren** Sie Ihre Angabe im Sachzusammenhang.

(5 BE)

- e) Besteht ein Prüfling die Prüfung bei der ersten Teilnahme nicht, nimmt er ein zweites Mal teil. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung schon bei der ersten Teilnahme bestanden haben, ist  $q$ . Unter denjenigen, die zum zweiten Mal an der Prüfung teilnahmen, ist der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung bestanden haben, nur halb so groß. Der Anteil der Prüflinge, die die Prüfung spätestens bei der zweiten Teilnahme bestanden haben, beträgt 90 %.

**Berechnen** Sie den Wert von  $q$ .

(5 BE)

Anlage zur Aufgabe „Führerschein“

Tab. 1: Summierte Binomialverteilung  $P(X \leq k)$  für  $n = 200$ . Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

$k$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	$p$ 1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
0	0,0176	0023	0003	0000								199
1	0894	0162	0027	0004								198
2	2351	0593	0125	0023								197
3	4315	1472	0395	0090								196
4	6288	2810	0950	0264								195
5	7867	4432	1856	0623	0000							194
6	8914	6063	3084	1237	0001							193
7	9507	7461	4501	2133	0005							192
8	9798	8504	5926	3270	0014							191
9	9925	9192	7192	4547	0035							190
10	9975	9599	8200	5831	0081							189
11	9992	9816	8925	6998	0168							188
12	9998	9922	9401	7965	0320							187
13	9999	9969	9688	8701	0566							186
14		9989	9848	9219	0929	0000						185
15		9996	9930	9556	1431	0001						184
16		9999	9970	9762	2075	0003						183
17			9988	9879	2849	0006						182
18			9995	9942	3724	0013						181
19			9998	9973	4655	0027	0000					180
20			9999	9988	5592	0052	0001					179
21				9995	6484	0094	0002					178
22				9998	7290	0163	0005					177
23				9999	7983	0269	0010					176
24					8551	0426	0020					175
25					8995	0648	0036					174
26					9328	0945	0064					173
27					9566	1329	0110					172
28					9729	1803	0179					171
29					9837	2366	0283					170
30					9905	3007	0430					169
31					9946	3711	0632					168
32					9971	4454	0899					167
33					9985	5210	1239					166
34					9992	5953	1656					165
35					9996	6658	2151	0000				164
36					9998	7305	2717	0001				163
37					9999	7877	3345	0001				162
38						8369	4019	0003				161
39						8777	4718	0005				160
40						9106	5422	0009				159
41						9362	6108	0016	0000			158
42						9556	6758	0027	0001			157
43						9699	7355	0045	0002			156
44						9801	7887	0072	0003			155
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	$k$
	$p$											

Tab. 1: Summierte Binomialverteilung  $P(X \leq k)$  für  $n = 200$ . Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

$k$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	$\frac{p}{1/6}$	0,2	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	
45						9872	8349	0111	0005			154
46						9919	8738	0169	0009			153
47						9950	9056	0249	0016			152
48						9970	9310	0359	0026			151
49						9983	9506	0506	0042			150
50						9990	9655	0695	0067			149
51						9995	9764	0934	0103			148
52						9997	9843	1228	0154			147
53						9998	9897	1579	0226	0000		146
54						9999	9934	1988	0323	0001		145
55							9959	2455	0453	0002		144
56							9975	2972	0621	0003		143
57							9985	3532	0833	0005		142
58							9991	4123	1094	0008		141
59							9995	4733	1409	0013		140
60							9997	5348	1778	0021		139
61							9998	5953	2202	0034		138
62							9999	6533	2677	0052		137
63								7079	3198	0080		136
64								7579	3755	0119		135
65								8028	4338	0173		134
66								8421	4934	0247		133
67								8758	5530	0346		132
68								9040	6113	0475		131
69								9272	6670	0639		130
70								9458	7192	0844		129
71								9604	7670	1094		128
72								9716	8097	1393	0000	127
73								9800	8473	1742	0001	126
74								9862	8794	2142	0001	125
75								9906	9065	2590	0002	124
76								9938	9287	3080	0004	123
77								9959	9466	3607	0007	122
78								9974	9607	4161	0011	121
79								9984	9716	4732	0018	120
80								9990	9799	5307	0028	119
81								9994	9860	5875	0044	118
82								9996	9904	6424	0066	117
83								9998	9936	6945	0097	116
84								9999	9958	7428	0141	115
85								9999	9973	7868	0200	114
86									9983	8261	0280	113
87									9989	8603	0384	112
88									9993	8897	0518	111
89									9996	9143	0687	110
90									9998	9345	0895	109
91									9999	9508	1146	108
92									9999	9637	1444	107
93										9737	1790	106
94										9812	2184	105
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	$\frac{5}{6}$	0,8	0,7	$\frac{2}{3}$	0,6	0,5	$k$
	$p$											

**Tab. 1:** Summierte Binomialverteilung  $P(X \leq k)$  für  $n = 200$ . Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

$k$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	$\frac{p}{1/6}$	0,2	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	
95										9869	2623	104
96										9910	3104	103
97										9939	3619	102
98										9960	4160	101
99										9974	4718	100
100										9983	5282	99
101										9989	5840	98
102										9993	6381	97
103										9996	6896	96
104										9998	7377	95
105										9999	7816	94
106										9999	8210	93
107											8556	92
108											8854	91
109											9105	90
110											9313	89
111											9482	88
112											9616	87
113											9720	86
114											9800	85
115											9859	84
116											9903	83
117											9934	82
118											9956	81
119											9972	80
120											9982	79
121											9989	78
122											9993	77
123											9996	76
124											9998	75
125											9999	74
126											9999	73
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	$\frac{5}{6}$	0,8	0,7	$\frac{2}{3}$	0,6	0,5	$k$
	$p$											

Beachte: Wenn Werte über den zweiten, dunkelgrau unterlegten Eingang der Tabelle abgelesen werden sollen, d. h.  $p \geq 0,5$ , muss die Differenz  $1 -$  (abgelesener Wert) ermittelt werden.



Tab. 2: Summierte Binomialverteilung  $P(X \leq k)$  für  $n \in [200; 221]$  und  $p = 0,8$ .

$n$	$k$										
	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
200	0,2113	0,2645	0,3242	0,3892	0,4578	0,5282	0,5981	0,6655	0,7283	0,7849	0,8344
201	0,1743	0,2219	0,2764	0,3372	0,4029	0,4719	0,5422	0,6116	0,6780	0,7396	0,7948
202	0,1421	0,1839	0,2328	0,2886	0,3503	0,4167	0,4860	0,5561	0,6249	0,6903	0,7506
203	0,1144	0,1504	0,1937	0,2440	0,3009	0,3636	0,4305	0,5000	0,5698	0,6380	0,7024
204	0,0909	0,1216	0,1591	0,2037	0,2554	0,3135	0,3770	0,4444	0,5139	0,5835	0,6509
205	0,0714	0,0970	0,1291	0,1680	0,2140	0,2670	0,3262	0,3905	0,4583	0,5278	0,5969
206	0,0554	0,0765	0,1034	0,1369	0,1772	0,2246	0,2788	0,3390	0,4041	0,4722	0,5417
207	0,0424	0,0596	0,0819	0,1101	0,1449	0,1867	0,2355	0,2909	0,3520	0,4177	0,4861
208	0,0321	0,0459	0,0640	0,0875	0,1171	0,1533	0,1965	0,2466	0,3031	0,3652	0,4314
209	0,0240	0,0349	0,0495	0,0687	0,0934	0,1243	0,1619	0,2065	0,2579	0,3155	0,3784
210	0,0178	0,0262	0,0378	0,0533	0,0737	0,0996	0,1318	0,1708	0,2168	0,2694	0,3281
211	0,0130	0,0195	0,0285	0,0409	0,0574	0,0789	0,1061	0,1396	0,1800	0,2273	0,2811
212	0,0094	0,0143	0,0213	0,0310	0,0442	0,0617	0,0843	0,1128	0,1477	0,1895	0,2380
213	0,0067	0,0104	0,0157	0,0232	0,0336	0,0477	0,0662	0,0900	0,1198	0,1561	0,1992
214	0,0047	0,0074	0,0114	0,0172	0,0253	0,0364	0,0514	0,0710	0,0960	0,1270	0,1647
215	0,0033	0,0053	0,0082	0,0126	0,0188	0,0275	0,0394	0,0553	0,0760	0,1022	0,1346
216	0,0023	0,0037	0,0059	0,0091	0,0138	0,0206	0,0299	0,0426	0,0595	0,0812	0,1087
217	0,0016	0,0026	0,0041	0,0065	0,0101	0,0152	0,0224	0,0325	0,0460	0,0638	0,0867
218	0,0011	0,0018	0,0029	0,0046	0,0072	0,0111	0,0166	0,0244	0,0352	0,0495	0,0684
219	0,0007	0,0012	0,0020	0,0032	0,0051	0,0080	0,0122	0,0182	0,0266	0,0380	0,0533
220	0,0005	0,0008	0,0014	0,0022	0,0036	0,0057	0,0088	0,0134	0,0199	0,0289	0,0411
221	0,0003	0,0005	0,0009	0,0015	0,0025	0,0040	0,0063	0,0097	0,0147	0,0217	0,0313