



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

Teilaufgabe 1

Im Jahre 1831 führte Michael Faraday folgendes Experiment an der Waterloo Bridge in London durch. Er ging dabei davon aus, dass sich im strömenden Wasser der darunter fließenden Themse genügend positiv und negativ geladene Ionen befinden, die durch das Erdmagnetfeld so abgelenkt werden, dass zwischen den Flussufern eine elektrische Spannung entstehen müsste. Diese Spannung wollte er mit einem Spannungsmessgerät messen, das er durch zwei Leiter mit den Flussufern verband.

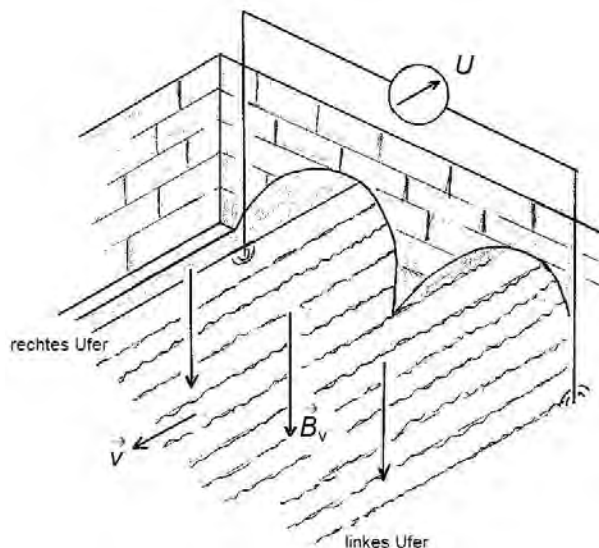


Abbildung 1: Faradays Experiment (nach: <http://www.phy6.org/earthmag/Ddynamos.htm>, verändert)

Die Größen in der Abbildung 1 sind:

\vec{B}_v : Stärke und Richtung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes,

\vec{v} : Strömungsgeschwindigkeit der Themse,

U : die von Faraday erwartete Spannung.



Name: _____

a) Erläutern Sie, warum eine Spannung zwischen den Flussufern entsteht, und geben Sie die Polung der Spannung an.

b) Es sei im Folgenden $d = 300 \text{ m}$ die Breite und $v = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die als einheitlich angenommene

Strömungsgeschwindigkeit der Themse. $B_V = 44 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ ist die Stärke der Vertikal-
komponente des Erdmagnetfeldes.

- Leiten Sie die Gleichung $U = d \cdot v \cdot B_V$ für die zu messende Spannung her und erläutern Sie den Ansatz.
- Berechnen Sie die Spannung.

(12 Punkte)

Teilaufgabe 2

Faraday konnte für den in Teilaufgabe 1 beschriebenen Versuch keine Spannung nachweisen, da ihm zu seiner Zeit unter anderem noch kein hinreichend empfindliches Messgerät zur Verfügung stand.

Das Prinzip der Spannungsentstehung wurde jedoch später bei dem so genannten magneto-hydrodynamischen Generator (MHD-Generator) wieder aufgegriffen. Bei einem solchen Generator werden die sich in einem Abgasstrom eines Verbrennungsprozesses bewegenden Ladungsträger genutzt, um eine elektrische Spannung zu erzeugen. Dazu brauchen die Ionen im Abgasstrom nur nach ihrer Ladung getrennt und auf zwei Elektroden gebracht zu werden.

Zunächst soll in einem Vorversuch die Geschwindigkeitsverteilung der geladenen Teilchen in einer Abgasströmung bestimmt werden. Dazu wird der Abgasstrom durch eine Anordnung geschickt, bei der sich ein elektrisches Feld mit der Feldstärke E und ein magnetisches Feld mit der Feldstärke B so überlagern, dass nur Teilchen einer bestimmten Geschwindigkeit geradlinig hindurchfliegen können. (Dazu wird vereinfachend angenommen, dass sich die geladenen und ungeladenen Teilchen frei und voneinander unabhängig bewegen können.)



Name: _____

- a) • Beschreiben Sie einen Versuchsaufbau für einen solchen Geschwindigkeitsfilter (Wien-Filter), ggf. mit Hilfe einer Skizze.
- Leiten Sie eine Beziehung für die Geschwindigkeit v der Teilchen her, die den Filter geradlinig passieren können.

[Zur Kontrolle: $v = \frac{E}{B}$]

- b) Das magnetische Feld des Wien-Filters besitzt eine Stärke von $B = 125 \text{ mT}$. Zur Untersuchung des Abgasstroms wird die elektrische Feldstärke variiert und mit einem Zählrohr wird die Zählrate Z der Ladungsträger hinter dem Geschwindigkeitsfilter gemessen. Die Messergebnisse sind in der Tabelle dargestellt.

E in $\frac{\text{V}}{\text{m}}$	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000
Z in $\frac{1}{\text{s}}$	5	12	52	84	48	14	6
v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$							

Tabelle: Elektrische Feldstärke E , Zählrate Z und Geschwindigkeit v

- Geben Sie für jeden Wert der Feldstärke in der Tabelle die zugehörige Geschwindigkeit v an.
 - Stellen Sie die Zählrate Z in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v in einem Diagramm graphisch dar.
 - Beschreiben Sie das Diagramm.
- c) Der Abgasstrom soll nun in den MHD-Generator geleitet werden, in dem die Ladungsträger getrennt und auf zwei Elektroden gebracht werden. Der prinzipielle Sachverhalt ist in der Abbildung 2 dargestellt. Die elektrischen Anschlüsse des Generators in Form der Kondensatorplatten als Elektroden sind zunächst kurzgeschlossen, d. h. über ihre Anschlusskabel leitend miteinander verbunden.



Name: _____

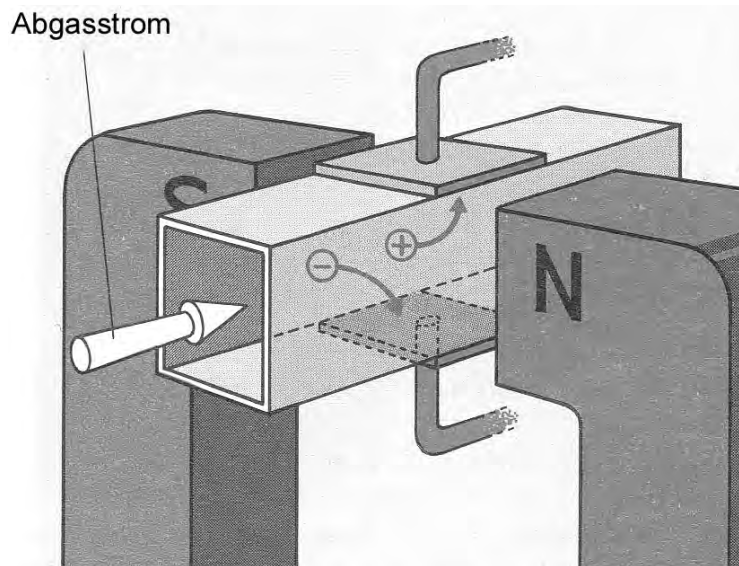


Abbildung 2: MHD-Generator

(aus: Dorn Bader, Physik Oberstufe 12/13, Schroedel 1986, S. 119, verändert)

- *Begründen Sie, warum die geladenen Teilchen in die in der Skizze dargestellten Richtungen abgelenkt werden.*
- *Erläutern Sie, warum sich die geladenen Teilchen in einem homogenen Magnetfeld auf einem Kreisbogen bewegen, wenn sie keine Bewegungskomponente in Magnetfeldrichtung haben.*
- *Leiten Sie eine Gleichung für den Radius r des Kreisbogens als Funktion der Teilchengeschwindigkeit v her.*

[Kontrolllösung: $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$]

Bei den geladenen Teilchen handelt es sich u. a. um einfach positiv geladene Ionen mit der Masse $m = 1,99 \cdot 10^{-26}$ kg. Die Ionen bewegen sich mit $v = 2,00 \cdot 10^4$ m/s im Magnetfeld mit der Stärke von $B = 10$ mT.

- *Berechnen Sie den Radius r der Bahnkurve.*

(25 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 3

Um alle Ionen, die sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r = 0,25$ m bewegen, aufzufangen, müssen die Kondensatorplatten des MHD-Generators mit dem Abstand $d = 10,0$ cm eine gewisse Länge l besitzen. Die geometrischen Verhältnisse sind in der Abbildung 3 dargestellt. Die Magnetfeldlinien sollen senkrecht zur Abbildungsebene verlaufen. Die elektrischen Anschlüsse sind weiterhin leitend miteinander verbunden.

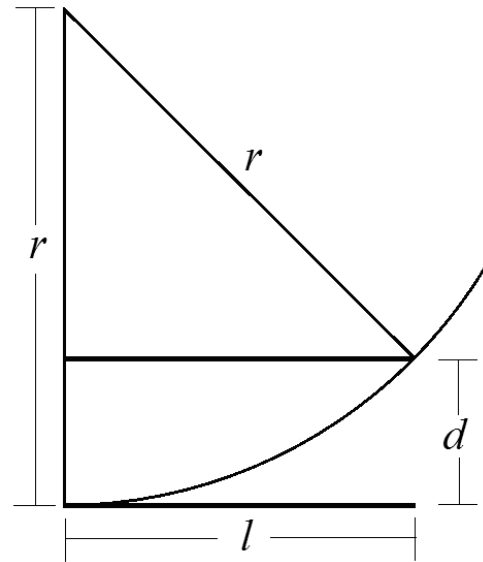


Abbildung 3: Geometrie des Kondensators

- a) • Zeigen Sie, dass der Kondensator mindestens $l = 0,20$ m lang sein muss, damit die Ionen, die auf Höhe der unteren Kondensatorplatte in den Kondensator eintreten, noch gerade auf die obere Kondensatorplatte treffen.
- Erläutern Sie, warum die Kondensatorplatten leitend verbunden sein müssen.
- b) Die leitende Verbindung der Kondensatorplatten im MHD-Generator wird jetzt aufgehoben.
- Berechnen Sie die am Generator entstehende Spannung für die Werte aus Teilaufgabe 2c).
- Überprüfen Sie, ob die erzeugte Spannung größer wird, wenn die Ionen mehrfach ionisiert sind.
- c) Im elektrischen Feld zwischen den Kondensatorplatten ist elektrische Energie gespeichert. Geben Sie an, woher diese Energie stammt.

(20 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4

Wenn man das Prinzip des MHD-Generators umkehrt, erhält man einen „Motor“.

Es gibt bereits Forschungsprojekte, bei denen man versucht, Schiffe mit einem solchen Motor anzutreiben. In einem einfachen Grundversuch werden dafür an der Unterseite des Schiffes zwei Elektroden angebracht, an die eine Gleichspannung gelegt wird. Außerdem wird ein Magnetfeld erzeugt, dessen Feldlinien (weitgehend) senkrecht zu den elektrischen Feldlinien und senkrecht zur Wasseroberfläche verlaufen. Abbildung 4 zeigt die prinzipielle Anordnung für einen solchen Schiffsantrieb.

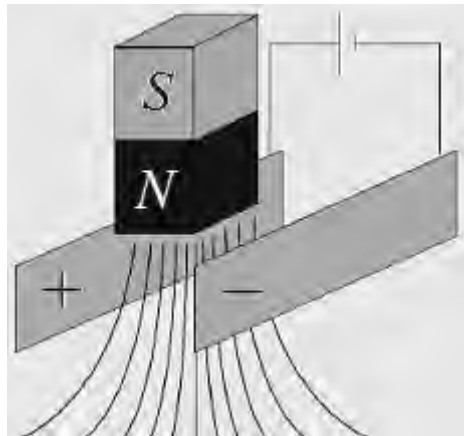


Abbildung 4: Umkehrung des MHD-Generators zu einem Motor
(aus: Ulrich Eichmann, Phy Did B, Frühjahrstagung Münster 2011)

Man kann davon ausgehen, dass sich im Meerwasser frei bewegliche positiv und negativ geladene Ionen befinden.

Erläutern Sie die Funktionsweise des dargestellten Schiffsantriebs, insbesondere auch unter Berücksichtigung des Verhaltens der beiden Ionenarten.

(8 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 2, HT 3 oder HT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke, Spannung (Feldkraft auf Ladungsträger im homogenen Feld)
 - Magnetisches Feld, magnetische Feldgröße B , Lorentzkraft
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern (Wien-Filter, Hall-Effekt)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

a) Aufgrund der Lorentzkraft werden die Ionen des Themsewassers senkrecht zur Flussrichtung und senkrecht zur Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes abgelenkt. Das bedeutet, dass die Ionen nach links bzw. rechts zu den beiden Flussufern abgelenkt werden. Für die negativ geladenen Ionen kann man die „Linke-Hand-Regel“ anwenden. Hierbei zeigt der Daumen in die Flussrichtung und der Zeigefinger in Richtung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes, also in die Erdoberfläche hinein. Die negativ geladenen Ionen werden demnach bezogen auf die Flussrichtung nach rechts abgelenkt. Die positiv geladenen Ionen werden aufgrund der anderen Polarität nach links abgelenkt. In Richtung des Flusses gesehen hat die entstehende Spannung daher auf der rechten Seite ihren Minuspol und auf der linken Seite ihren Pluspol.

b) Durch die abgelenkten Ionen baut sich ein elektrisches Feld auf, das senkrecht zur Flussrichtung und parallel zur Erdoberfläche gerichtet ist. Der Vektor des elektrischen Feldes zeigt vom linken zum rechten Ufer. Durch das elektrische Feld wirkt eine Kraft ($F_{el} = q \cdot \frac{U}{d}$) auf die Ionen (Ladung q), die der oben beschriebenen Lorentzkraft ($F_L = q \cdot v \cdot B_v$) entgegengesetzt gerichtet ist. Das elektrische Feld vergrößert sich solange, bis die beiden Kräfte vom Betrag gleich groß sind und keine Ionen mehr abgelenkt werden. In diesem Fall herrscht ein Kräftegleichgewicht und man kann die Formel für die entstehende Spannung herleiten:

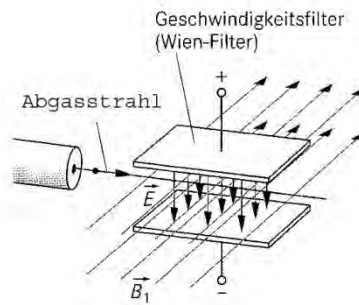
$$F_{el} = F_L \Leftrightarrow q \cdot \frac{U}{d} = q \cdot v \cdot B_v \Leftrightarrow U = d \cdot v \cdot B_v$$

Durch Einsetzen der gegebenen Werte ergibt sich eine Spannung von ungefähr 26 mV.

$$U = 300 \text{ m} \cdot 2,0 \text{ m/s} \cdot 44 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 0,026 \text{ V}$$

Teilaufgabe 2

- a) Einen solchen Geschwindigkeitsfilter kann man realisieren, indem man den Abgasstrom durch einen Plattenkondensator schickt, der sich in einem homogenen Magnetfeld befindet. Es ist darauf zu achten, dass die Feldlinien beider Felder senkrecht zueinander stehen und dass der Abgasstrom ebenfalls senkrecht zu den Feldlinien beider Felder die Anordnung durch einen dort angebrachten Spalt passiert.



Skizze aus: Kuhn, Physik 2, Westermann 2001, S. 189, verändert

Auf die (positiv oder negativ) geladenen Teilchen mit der Ladung q wirkt die Lorentzkraft mit $F_L = q \cdot v \cdot B$ und die elektrische Kraft mit $F_{el} = q \cdot E$.

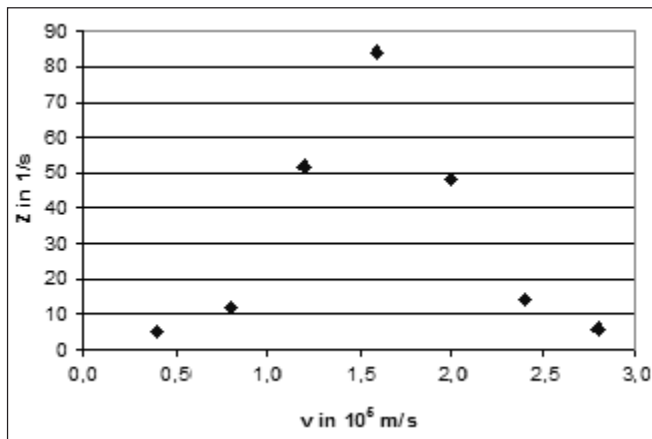
Damit die Teilchen den Filter ungehindert passieren, müssen sich die Kräfte gegenseitig aufheben und daher betragsgleich und entgegengesetzt gerichtet sein. Daraus ergibt sich eine Bedingung für die Geschwindigkeit:

$$F_{el} = F_L \Leftrightarrow q \cdot E = q \cdot v \cdot B \Leftrightarrow v = \frac{E}{B}$$

- b) Die Geschwindigkeit der Ionen ergibt sich durch die Formel $v = \frac{E}{B}$.

E in $\frac{V}{m}$	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000
Z in $\frac{1}{s}$	5	12	52	84	48	14	6
v in $10^5 \frac{m}{s}$	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8

Graphische Darstellung:



Das Diagramm zeigt eine Geschwindigkeitsverteilung mit einem Maximum bei etwa $1,6 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- c) Die Teilchen werden aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. Für die negativ geladenen Teilchen kann man die „Linke-Hand-Regel“ anwenden. Dabei zeigt der Daumen in Richtung des Abgasstroms und der Zeigefinger in Richtung des Magnetfeldes (vom Nord- zum Südpol). Die negativen Teilchen werden also nach unten abgelenkt. Bei den positiv geladenen Teilchen ist nur die Polarität der Ladung anders; sie werden daher nach oben abgelenkt.

Die auf die geladenen Teilchen wirkende Lorentzkraft ist senkrecht zu den Magnetfeldlinien und stets senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Teilchen gerichtet. Da außerdem der Betrag der Lorentzkraft wegen des homogenen Magnetfeldes und des konstant bleibenden Geschwindigkeitsbetrages an jeder Stelle gleich groß ist, ergibt sich innerhalb des Magnetfeldes eine kreisbogenförmige Bahn, wenn angenommen wird, dass die Teilchen keine Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Magnetfeldes haben.

Die für eine solche Bahn erforderliche Zentripetalkraft F_z wird durch die Lorentzkraft F_L aufgebracht. Es gilt also:

$$F_z = F_L \Leftrightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \Leftrightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}.$$

Den Radius kann man mit Hilfe dieser Formel berechnen:

$$r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} = \frac{1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot 2,00 \cdot 10^4 \text{ m/s}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,01 \text{ T}} = 0,25 \text{ m}.$$

Teilaufgabe 3

- a) Nach dem Satz des Pythagoras kann man für das rechtwinklige Dreieck oberhalb der Kondensatorplatte folgende Beziehung aufstellen:

$$(r-d)^2 + l^2 = r^2 \Leftrightarrow l^2 = 2rd - d^2, \text{ also } l = \sqrt{2rd - d^2}.$$

Durch Einsetzen der Werte erhält man: $l = \sqrt{2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} - (0,1 \text{ m})^2} = 0,20 \text{ m}.$

Durch den Kurzschluss bewirken die auf die Kondensatorplatten treffenden Ladungen einen Stromfluss, der verhindert, dass sich die Ladungen auf den Platten ansammeln und daher ein elektrisches Gegenfeld erzeugen, durch das ein weiteres Ansammeln der Ladungen auf den Kondensatorplatten verhindert wird.

- b) Die Spannung baut sich aus dem gleichen Grund auf wie bei dem Experiment von Faraday und es gilt ebenfalls: $U = d \cdot v \cdot B$. Einsetzen der Werte liefert

$$U = 0,1 \text{ m} \cdot 2,00 \cdot 10^4 \text{ m/s} \cdot 0,01 \text{ T} = 20 \text{ V}, \text{ d. h., die Spannung beträgt } 20 \text{ V}.$$

Die obige Gleichung für die Spannung enthält die Ladungsmenge nicht. Deshalb wird die erzeugte Spannung nicht größer.

(Alternative Lösung: Stärker geladene Teilchen führen nur dazu, dass die Kondensatorplatten schneller geladen werden. Sobald aber die durch das elektrische Feld bedingte Kraft groß genug ist, um die Lorentzkraft auszugleichen, werden keine weiteren Teilchen abgelenkt und die Spannung steigt nicht weiter an.)

- c) Die Energie kann nur aus der kinetischen Energie der Ionen stammen. Durch die Bewegung der Ionen unterliegen sie der Lorentzkraft und werden auf die Platten gelenkt, wodurch das elektrische Feld aufgebaut wird.

Teilaufgabe 4

Durch die angelegte elektrische Spannung entsteht ein elektrisches Feld zwischen den Elektroden. Die Ionen des Meerwassers erfahren eine elektrische Kraft in oder entgegen der Richtung der elektrischen Feldlinien: die positiv geladenen Ionen in Richtung der elektrischen Feldlinien und die negativ geladenen Ionen entgegen der Feldlinienrichtung.

Durch das Magnetfeld erfahren die Ionen zusätzlich die Lorentzkraft, die senkrecht zu ihren Bewegungsrichtungen wirkt. Wendet man die Dreifinger-Regel auf jede der beiden Ionenarten an, erkennt man, dass beide Ionenarten durch die beiden jeweils auf sie wirkenden Kräfte in dieselbe Richtung abgelenkt werden. Das Wasser strömt also zwischen den Elektroden in eine Richtung (in der Skizze nach hinten rechts). Aufgrund des Rückstoßprinzips bewegt sich das Boot in die andere Richtung (in der Skizze also nach vorne links).

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Die Richtungsangabe des Wassers wird laut Aufgabenstellung vom Prüfling nicht verlangt.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	erläutert, warum die Spannung entsteht.	4			
a2)	gibt die Polung der Spannung an.	2			
b1)	leitet die Gleichung her.	2			
b2)	erläutert den Ansatz.	2			
b3)	berechnet die Spannung.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (12)					
	Summe Teilaufgabe 1	12			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK
a1)	beschreibt einen Versuchsaufbau für einen Geschwindigkeitsfilter.	4			
a2)	leitet die Beziehung für v her.	2			
b1)	gibt die Geschwindigkeiten an.	3			
b2)	stellt die Zählrate in einem v - Z -Diagramm dar.	4			
b3)	beschreibt das Diagramm.	2			
c1)	begründet die Ablenkungsrichtung der geladenen Teilchen.	2			
c2)	erläutert, warum sich die Elektronen auf einem Kreisbogen bewegen.	3			
c3)	leitet die Gleichung für r her.	3			
c4)	berechnet den Bahnradius r .	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (25)					
Summe Teilaufgabe 2		25			

Teilaufgabe 3

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK
a1)	zeigt, dass der Kondensator die genannte Länge haben muss.	6			
a2)	erläutert, warum die Platten leitend verbunden sein müssen.	3			
b1)	berechnet die am Generator entstehende Spannung.	4			
b2)	überprüft, ob die erzeugte Spannung größer wird, wenn die Ionen mehrfach ionisiert sind.	4			
c)	gibt an, woher die im elektrischen Feld gespeicherte Energie stammt.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (20)					
Summe Teilaufgabe 3		20			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
	erläutert die Funktionsweise des Schiffsantriebs, auch unter Berücksichtigung des Verhaltens der beiden Ionenarten.	8			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (8)				
	Summe Teilaufgabe 4	8			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Das Bohr'sche Atommodell und seine experimentelle Bestätigung

Teilaufgabe 1

- a) Im Jahre 1909 führte E. Rutherford seinen bekannten Streuversuch durch, bei dem die Wechselwirkung von α -Teilchen mit Goldatomen untersucht wurde. Dabei zeigte sich, dass die meisten α -Teilchen die mindestens 1000 Atomlagen dicke Goldfolie ungehindert passieren konnten, einige aber deutlich abgelenkt oder sogar zurückgestreut wurden:

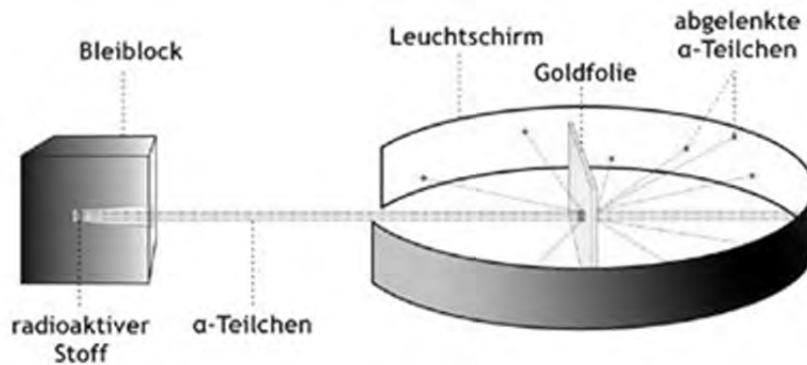


Abbildung 1: Prinzip des Streuversuchs
(Quelle: http://bertlnetz.de/chemie/bilder/rustr_kl.png)

Erläutern Sie, warum Rutherford hier auf die Existenz eines im Vergleich zum Atomdurchmesser sehr kleinen, aber massereichen Atomkerns schließen konnte.



Name: _____

- b) Rutherford formuliert daraufhin ein Kern-Hülle-Modell, das bald danach (ab 1911) als Planetenmodell (Abbildung 2) beschrieben wurde:

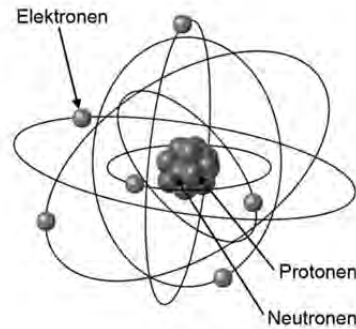


Abbildung 2: Planetenmodell

(Quelle: http://real-physik.info/fileadmin/user_upload/media/media_9/atommodell.png)

Begründen Sie, warum Rutherford zunächst von einer Kreisbewegung der Elektronen ausging. (Die ebenfalls möglichen Ellipsenbahnen wurden erst einige Jahre später in Betracht gezogen.)

- c) *Geben Sie ein Beispiel für einen Widerspruch zu anderen damals bereits vorhandenen Erkenntnissen der Physik an.*

- d) Im Rutherford'schen Atommodell bewegt sich jedes Elektron mit einer bestimmten Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit dem Radius r .

- *Leiten Sie anhand eines geeigneten Kraftansatzes die Beziehung $r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot v^2}$*

für das Planetenmodell des Wasserstoffatoms her.

- *Erläutern Sie Ihren Ansatz.*

(In der Formel bezeichnen e die Elementarladung, m_e die Elektronenmasse und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante.)

- e) Der Bahnradius des Elektrons im Wasserstoffatom wird mit $r = 5,29 \cdot 10^{-11}$ m angegeben. *Berechnen Sie (ohne Einheitenumformung) die zugehörige Bahngeschwindigkeit v .*



Name: _____

f) Wenn sich ein α -Teilchen (${}^4_2\text{He}$) einem Goldkern (${}^{197}_{79}\text{Au}$) nähert, gewinnt es potentielle Energie auf Kosten seiner anfänglichen kinetischen Energie; diese potentielle Energie

berechnet sich nach: $E_{\text{pot}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_{\text{He}} \cdot Z_{\text{Au}} \cdot e^2}{r}$. (r ist hier der Abstand der Kernmittelpunkte.)

Der Radius r_K eines Atomkerns kann näherungsweise mit $r_K = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m} \cdot \sqrt[3]{A}$ angegeben werden. (A ist die jeweilige Massenzahl des Kerns.)

Überprüfen Sie, ob ein direkt auf einen Goldkern zulaufendes α -Teilchen mit der Energie $E_\alpha = 5,30 \text{ MeV}$ den Kern tatsächlich berührt. (Die Goldatome in der Folie sind in einer Gitterstruktur fest gebunden.)

Hinweis: Den Kernradius des α -Teilchens brauchen Sie nicht zu berücksichtigen.

(23 Punkte)

Teilaufgabe 2

a) Das Rutherford'sche Atommodell wurde von Nils Bohr durch seine 1913 formulierten Postulate weiterentwickelt, vgl. dazu Abbildung 3.



Abbildung 3: Bohr'sches Atommodell

(Quelle: http://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/nawi.inst.251/Didactics/quantenchemie/grafik/11Bohr/Verbot.jpg)

Geben Sie die beiden Bohr'schen Postulate an.



Name: _____

b) Die mathematische Formulierung für die Bahnradien r_n ist nach dem 1. Bohr'schen

Postulat durch die Beziehung $2\pi \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{m_e \cdot v}$ gegeben.

- Leiten Sie die Formel $r_n = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2$ für die Bahnradien im Wasserstoffatom her.
- Bestimmen Sie r_1 für den Grundzustand des Wasserstoffatoms.

(11 Punkte)

Teilaufgabe 3

Ein erster Hinweis auf unterschiedliche Energiezustände in der Hülle der Atome ergab sich 1912 durch ein Experiment von Gehrke und Seeliger (Abbildung 4).

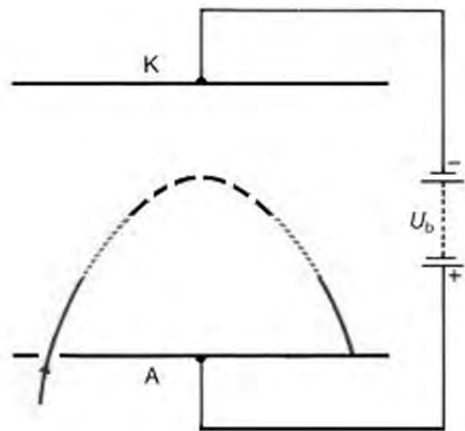


Abbildung 4: Der Versuch von Gehrke-Seeliger
(Quelle: Gross Berhag: Atome, Kerne, Quanten, Klett-Verlag, 1. Auflage 1987, S. 25)

In einer mit Argongas gefüllten Röhre tritt ein Elektronenstrahl schräg in ein elektrisches Gegenfeld ein und bewegt sich auf einer Parabelbahn. Unter den gewählten Versuchsbedingungen zeigte sich, dass der Scheitelpunkt der Parabelbahn dunkel blieb, während im Mittelteil der Bahn eine rote und im unteren Teil eine blaue Leuchterscheinung auftrat.

Erklären Sie die Entstehung der unterschiedlichen Leuchterscheinungen im Argongas.

(6 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4

Ein klassisches Experiment zur Bestätigung des Bohr'schen Atommodells ist der 1914 veröffentlichte Franck-Hertz-Versuch. Die folgende Abbildung 5 zeigt das Prinzip des Versuchs, die verwendete Röhre ist mit Neon gefüllt.

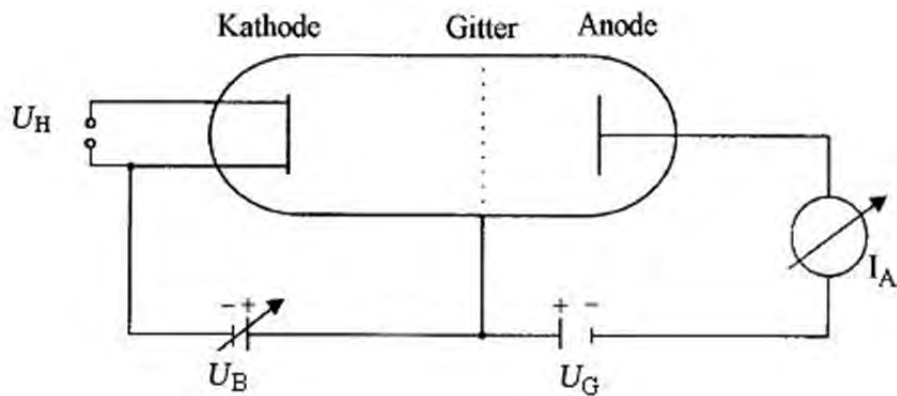


Abbildung 5: Franck-Hertz-Versuch

- a) Erläutern Sie die Schaltskizze hinsichtlich der Funktion der Bauelemente und der Bedeutung der Größen U_B , U_G und I_A .



Name: _____

b) Abbildung 6 zeigt ein bei diesem Experiment aufgenommenes Oszilloskopbild (Skalierung: x -Achse: U_B mit 10 V/cm, y -Achse: I_A mit 10 μ A/cm).

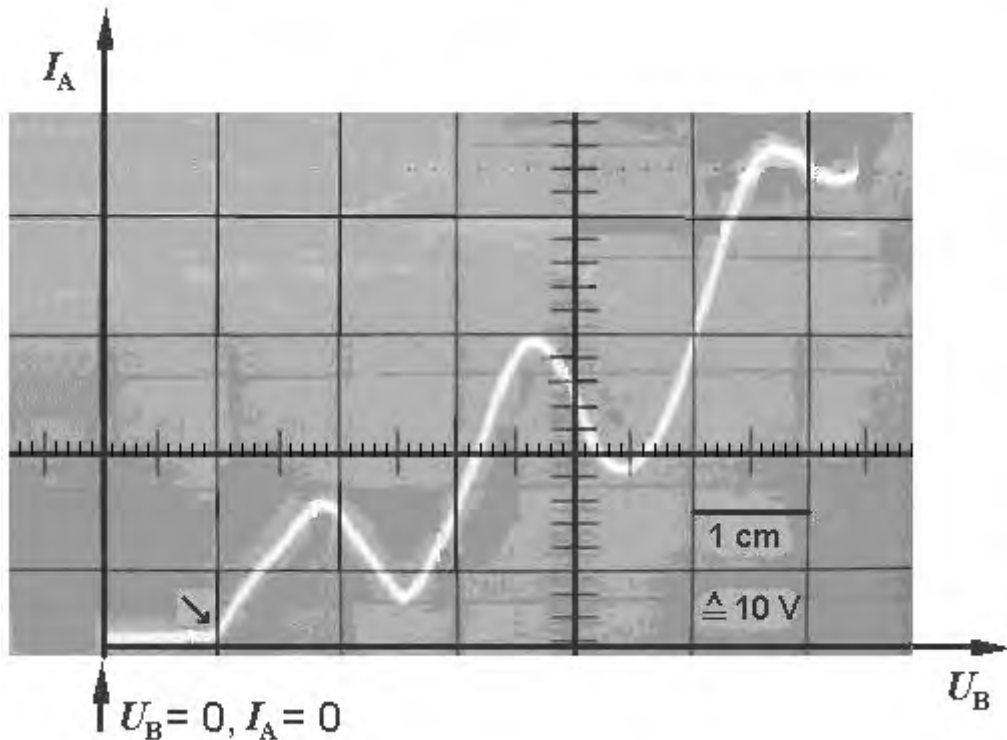


Abbildung 6: Oszilloskopbild zum Franck-Hertz-Versuch

- Ermitteln Sie anhand der eingezeichneten Koordinatenachsen die Werte der Beschleunigungsspannung U_B , bei denen Stromstärkemaxima des Anodenstroms I_A im Oszilloskopbild auftreten.
- Begründen Sie, warum der Strom I_A erst ab der im Bild mit einem Pfeil (\searrow) gekennzeichneten Stelle anzusteigen beginnt.

Abbildung 8 zeigt ein stark vereinfachtes Energiestufendiagramm des Neonatoms.

- Erklären Sie das erstmalige Absinken des Stroms I_A mit Hilfe des Bohr'schen Atommodells.
- Erläutern Sie, warum dies im weiteren Verlauf der Kurve noch zweimal auftritt.



Name: _____

c) Im Verlauf des Versuchs, wie er in Abbildung 6 dargestellt ist, können in der Franck-Hertz-Röhre bis zu drei deutlich voneinander abgegrenzte rot leuchtende Zonen beobachtet werden, die man auch im Schwarzweißbild von Abbildung 7 erkennen kann.

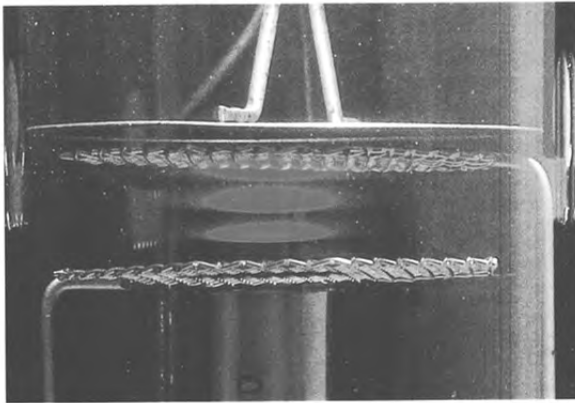


Abbildung 7: Leuchterscheinungen im Neon-Gas
(Quelle: Metzler Physik, Schroedel-Verlag, 4.
Auflage 2007, S. 407)

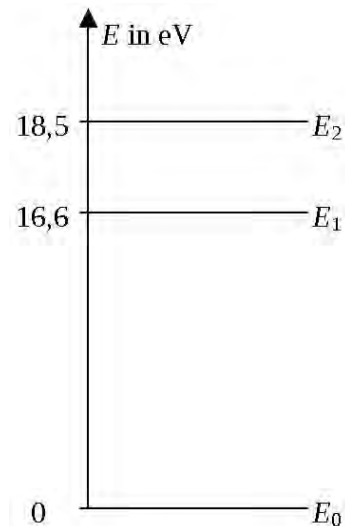


Abbildung 8: Energiestufendiagramm

Nach dem Bohr'schen Atommodell sind alle drei Übergänge zwischen den in diesem Energiestufendiagramm dargestellten Energiestufen möglich, allerdings mit sehr unterschiedlichen Übergangswahrscheinlichkeiten.

Ermitteln Sie, welcher der drei möglichen Übergänge im vereinfachten Niveauschema von Abbildung 8 zur Lichtemission im Sichtbaren ($\lambda = 400$ bis 800 nm) führt.

(25 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Das Bohr'sche Atommodell und seine experimentelle Bestätigung
(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 1, HT 3 oder HT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Radialsymmetrisches Feld
- Atom- und Kernphysik
 - Atommodelle (Bohr'sches Atommodell, Franck-Hertz-Versuch)
 - Energiequantelung des Atoms

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

- a) Die Tatsache, dass fast alle α -Teilchen die Goldfolie unabgelenkt passieren, deutet darauf hin, dass das Atom überwiegend aus Leerraum besteht. Die rückgestreuten α -Teilchen müssen ein Objekt getroffen haben, das eine hohe Masse besitzt. Da Rückstreuungen nur sehr selten auftreten, muss es sehr klein im Vergleich zu den Abmessungen des Atoms sein. Dieses Gebilde bezeichnet Rutherford als den „Kern des Atoms“.
- b) Das Modell kann nicht statisch sein: Ein negativ geladenes Elektron würde unweigerlich auf den positiv geladenen Kern stürzen. Wenn jedoch die elektrische Anziehungskraft als Zentripetalkraft für eine Kreisbewegung dient, ist das Modell stabil.
- c) Hier sind alle physikalisch plausiblen Beispiele zu akzeptieren, z. B.:
- Widerspruch zur klassischen Elektrodynamik: Das kreisende Elektron ist eine beschleunigte Ladung und müsste Energie abstrahlen.
 - Ein Wasserstoffatom wäre zweidimensional.
 - Das Modell lässt beliebige Bahnen zu, daher keine Erklärung von Linienspektren.
 - usw.
- d) Die elektrische Anziehung wird hier durch das Coulomb'sche Kraftgesetz (mit $Q_1 = Q_2 = e$) beschrieben, wobei die Coulomb-Kraft als Zentripetalkraft der Kreisbewegung wirkt.

Damit ergibt sich: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$. Umgestellt nach r erhält man die gesuchte Bezie-

$$\text{hung } r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot v^2}.$$

e) Rechnung:

$$v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r}} = \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}}} \cdot \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 5,29 \cdot 10^{-11} \text{m}}} = 2,19 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

f) Ansatz: $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$; umgestellt nach r ergibt sich:

$$r = \frac{2 \cdot 79 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}} \cdot 5,30 \text{ MeV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}}} = 4,29 \cdot 10^{-14} \text{m}.$$

Für den Kernradius gilt: $r_{\text{k}} = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{m} \cdot \sqrt[3]{197} = 7,6 \cdot 10^{-15} \text{m}$, d. h., das α -Teilchen erreicht den Kern nicht.

Teilaufgabe 2

a) 1. Postulat: Im Atom sind nur bestimmte Bahnen zulässig, auf denen sich das Elektron strahlungsfrei bewegen kann.

2. Postulat: Beim Übergang von einer energiereicheren auf eine energieärmere Bahn wird die Energiedifferenz in Form von Strahlung abgegeben. Beim umgekehrten Vorgang muss derselbe Energiebetrag zugeführt werden.

b) Umgestellt nach v ergibt sich: $v = \frac{n \cdot h}{2\pi \cdot r_n \cdot m_e}$. Setzt man dies in die Bedingung für den

Bahnradius $r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot v^2}$ aus Teilaufgabe 1d) ein, so erhält man die gesuchte Bezie-

$$\text{hung } r_n = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2.$$

$$\text{Rechnung für } n = 1: r_1 = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s})^2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}}}{\pi \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{C})^2} = 5,293 \cdot 10^{-11} \text{m}$$

Teilaufgabe 3

Die kinetische Energie der Elektronen nimmt im Gegenfeld ab und somit auch die Energie, die durch Stoß auf Elektronen der Argonatome übertragen werden kann. Im unteren Bereich und im Mittelteil der Bahn können diese zwei energetisch unterschiedliche Anregungszustände erreichen. Die anschließende Energieabgabe ergibt im unteren Teil der Bahn energiereiches violettes Licht, im Mittelteil energieärmeres rotes Licht. Im Scheitel der Bahn reicht die Elektronenenergie entweder für anregende Stöße nicht mehr aus oder die Energiedifferenz ist so klein, dass die Lichtemission im nicht sichtbaren IR-Bereich stattfindet.

Teilaufgabe 4

a) Zwischen Glühkathode und Gitter werden die Elektronen durch eine variable Beschleunigungsspannung U_B beschleunigt. Danach gelangen sie in ein Gegenfeld mit der festen Gegenspannung U_G . Elektronen, die dieses Gegenfeld überwinden, fließen an der Anode ab, der entsprechende Anodenstrom I_A kann gemessen werden.

b) Die Maxima liegen bei ca. 18/37/56 V.

Ein messbarer Strom I_A kann erst dann auftreten, wenn die Beschleunigungsspannung U_B größer als die Gegenspannung U_G ist. Diese beträgt hier etwa 10 V.

Haben die Elektronen in der Röhre eine entsprechende Beschleunigungsspannung durchlaufen, können sie unmittelbar vor dem Gitter durch Stoß Elektronen der Neonatome anregen. Dabei verlieren sie jedoch ihre kinetische Energie und können das Gegenfeld nicht mehr überwinden: Der Strom I_A beginnt erstmalig zu sinken. Da dies nach etwa 18 V geschieht, deutet das auf eine Elektronenanregung der Neonatome in das Energieniveau E_2 hin. (Hinweis: Eine direkte Anregung in das E_1 -Niveau (vgl. Abbildung 8 im Aufgabentext) besitzt nur eine geringe Übergangswahrscheinlichkeit und wird daher hier nicht beobachtet.) Bei den ablesbaren Spannungsvielfachen haben sich zwei bzw. drei solcher Stoßzonen zwischen Kathode und Gitter ausgebildet.

c) In den drei Stoßzonen werden nacheinander Elektronen des Neonatoms in den Energiezustand E_2 angeregt. Diese können ihre Energie als Licht abgeben. Rechnerisch ergibt

sich für $\Delta E = E_2 - E_1 = 1,9 \text{ eV} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ eine Wellenlänge von $\lambda = 653 \text{ nm}$; diese entspricht

rotem Licht. Die Übergänge $E_2 \rightarrow E_0$ bzw. $E_1 \rightarrow E_0$ führen hingegen zu einer Emission im UV-Bereich mit $\lambda = 67$ bzw. 75 nm .

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
a)	erläutert, warum Rutherford auf die Existenz eines Atomkerns schließt.	4			
b)	begründet die Kreisbewegung der Elektronen.	2			
c)	gibt ein Beispiel für einen sachlichen Widerspruch an.	3			
d1)	leitet die Beziehung für den Radius her.	4			
d2)	erläutert den Ansatz.	2			
e)	berechnet die Bahngeschwindigkeit.	4			
f)	überprüft, ob ein α -Teilchen den Goldkern berührt.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (23)					
Summe Teilaufgabe 1		23			

Teilaufgabe 2

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	gibt die Bohr'schen Postulate an.	4			
b1)	leitet die Formel für die Bahnradien her.	4			
b2)	bestimmt den Radius r_1 für den Grundzustand.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (11)					
Summe Teilaufgabe 2		11			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	erklärt die Leuchterscheinungen im Argongas.	6			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (6)				
	Summe Teilaufgabe 3	6			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	erläutert die Schaltskizze.	6			
b1)	ermittelt die Lage der Stromstärkemaxima.	3			
b2)	begründet den verschobenen Stromanstieg.	2			
b3)	erklärt das erstmalige Absinken des Stroms.	6			
b4)	erläutert, warum dies noch zweimal auftritt.	2			
c)	ermittelt, welcher Übergang zur Lichtemission im Sichtbaren führt.	6			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (25)				
	Summe Teilaufgabe 4	25			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

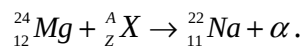
Aufgabe: Radioaktivität von Natrium-22

Natrium-22 (^{22}Na) ist ein radioaktives Isotop des Elements Natrium, das auf künstlichem Wege erzeugt werden kann und hauptsächlich im medizinischen Bereich eingesetzt wird.

Teilaufgabe 1: Die Herstellung des Isotops ^{22}Na

Zur Herstellung des Isotops $^{22}_{11}\text{Na}$ beschießt man $^{24}_{12}\text{Mg}$ mit bestimmten in einem Beschleuniger zuvor beschleunigten Teilchen. Bei dem ablaufenden Umwandlungsprozess stellt man fest, dass Alpha-Teilchen (das sind ^4_2He -Kerne) freigesetzt werden.

Bestimmen Sie das unbekannte Nuklid ^A_ZX in der zugehörigen Kernumwandlungsgleichung



(6 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2: Der Zerfall des ^{22}Na

Abbildung 1 zeigt das Energiestufenschema (Termschema) des radioaktiven Isotops ^{22}Na .

Das Zerfallsprodukt des ^{22}Na ist das stabile Neon-Isotop ^{22}Ne .

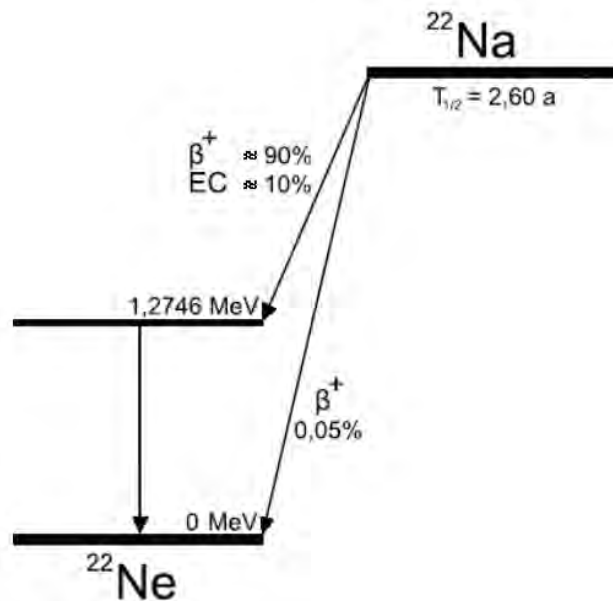


Abbildung 1: Energiestufenschema des Natrium-22
(Hinweis: EC: electron capture (Elektroneneinfang), siehe Teilaufgabe 6)

- Beschreiben Sie den Zerfall des ^{22}Na mit Hilfe des angegebenen Energiestufenschemas.
- Wie in Abbildung 1 zu sehen, tritt beim β^+ -Zerfall des ^{22}Na in ^{22}Ne ein Positron e^+ auf.
Geben Sie an, welche Umwandlung im Kern des ^{22}Na beim Aussenden des Positrons stattfindet.
- Stellen Sie die Kernumwandlungsgleichung für den β^+ -Zerfall des ^{22}Na in sein stabiles Folgeprodukt ^{22}Ne auf.

(13 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 3: Energiebetrachtungen für den Zerfall des ^{22}Na

Der Kern des ^{22}Na hat die relative Kernmasse $m_{\text{Na}} = 21,9884 \text{ u}$, der Kern des Folgeprodukts ^{22}Ne hat die relative Kernmasse $m_{\text{Ne}} = 21,9859 \text{ u}$; dabei ist u die atomare Masseneinheit mit dem Wert $u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

a) Berechnen Sie die durch den Massendefekt frei werdende Energie ΔE in der Einheit MeV.

[Zur Kontrolle: $\Delta E \approx 2,3 \text{ MeV}$]

b) In Abbildung 1 kann man erkennen, dass der Kern des Folgeprodukts ^{22}Ne praktisch ausnahmslos zunächst im angeregten Zustand vorliegt und unter Aussendung eines Gamma-Quants mit der Energie von $E_{\gamma} = 1,275 \text{ MeV}$ in seinen Grundzustand übergeht.

Berechnen Sie in diesem Fall die für das Positron zur Verfügung stehende maximale kinetische Energie $\Delta E_{\text{kin max}}$.

[Zur Kontrolle: $E_{\text{kin max}} \approx 0,5 \text{ MeV}$]

c) Bei sehr genauen Messungen zeigt sich, dass der in Teilaufgabe b) angesprochene maximale Wert der kinetischen Energie $\Delta E_{\text{kin max}}$ des Positrons nicht ganz erreicht wird.

Geben Sie einen möglichen Grund für diese Tatsache an.

d) Die Geschwindigkeit v_{max} der Positronen mit maximal möglicher kinetischer Energie

muss berechnet werden gemäß der Gleichung $v_{\text{max}} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E_{\text{kin max}} + m_0 \cdot c^2} \right)^2} \cdot c$.

- Berechnen Sie v_{max} .

[Zur Kontrolle: $v_{\text{max}} \approx 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$]

- Berechnen Sie (mittels der klassischen Gleichung für die kinetische Energie

$E_{\text{kin max}} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_{\text{max klassisch}}^2$) die Geschwindigkeit $v_{\text{max klassisch}}$ der Positronen mit maximal möglicher kinetischer Energie.

- Vergleichen Sie das Ergebnis für $v_{\text{max klassisch}}$ mit dem für v_{max} unter Einbeziehung der

Lichtgeschwindigkeit $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (19 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4: Das Positron des ^{22}Na

Das vom ^{22}Na ausgesandte Positron wird ähnlich wie die Elektronen aus einem β^- -Zerfall in Materie zunächst abgebremst. Erst wenn es praktisch ganz abgebremst wurde, zerstrahlt (annihiliert) es mit einem in seiner Umgebung vorkommenden Elektron.

- Berechnen Sie anhand der Massen von Positron und Elektron ($m_{e^-} = m_{e^+} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) die Gesamtenergie der beiden bei der Annihilation entstehenden Gamma-Quanten in der Einheit MeV.
- Begründen Sie, warum bei der Annihilation von Positron und Elektron nicht ein einzelnes Gamma-Quant entstehen kann.
- Abbildung 2 zeigt das Gamma-Spektrum des ^{22}Na .

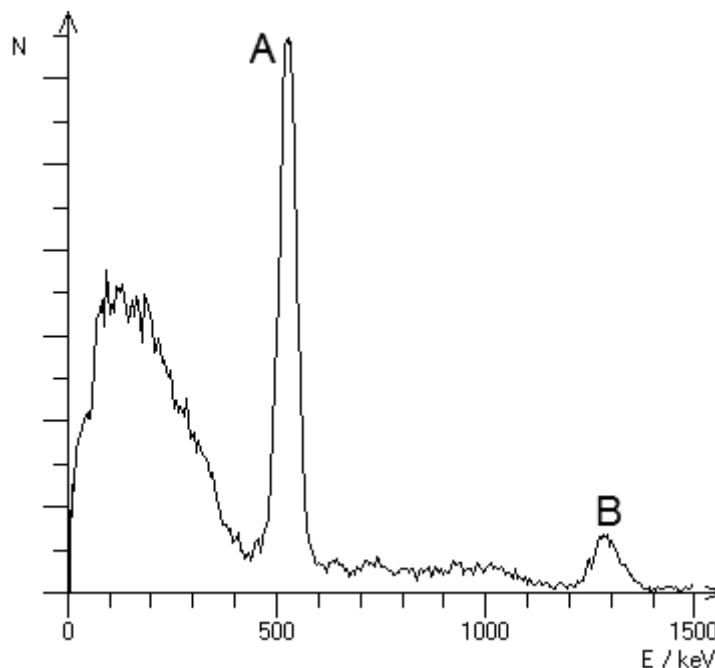


Abbildung 2: Gamma-Spektrum des Natrium-22

Geben Sie anhand des Diagramms die zu den beiden Peaks bei A und B gehörenden Energien $E_{\gamma A}$ und $E_{\gamma B}$ an und erläutern Sie deren Ursache.

(11 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 5: „Positronium“

In Laboren gelingt es, dass vor der Zerstrahlung das Positron zusammen mit einem Elektron einen dem Wasserstoffatom stark ähnelnden kurzlebigen Zustand bildet, das sogenannte Positronium.

a) Für die möglichen Energieniveaus des Elektrons in einem Wasserstoffatom gilt

$$E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (\text{mit } n = 1, 2, 3, \dots).$$

Wenn man das Massenverhältnis von Elektron ($m_{e^-} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) und Proton ($m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) berücksichtigt, lautet die

Gleichung genauer $E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{m_p}{m_p + m_e} \right) \cdot \frac{1}{n^2}.$

Diskutieren Sie den Einfluss des ergänzten Faktors $\left(\frac{m_p}{m_p + m_e} \right)$ hinsichtlich der Werte für die Energieniveaus des Elektrons in einem Wasserstoffatom.

b) Im Positronium haben die beiden beteiligten Teilchen e^+ und e^- die gleiche Masse:

$m_{e^-} = m_{e^+}$. Der in Teilaufgabe a) für das Wasserstoffatom angegebene Korrekturterm

lautet also für das Positronium: $\left(\frac{m_{e^+}}{m_{e^+} + m_{e^-}} \right)$ bzw. $\left(\frac{m_{e^-}}{m_{e^+} + m_{e^-}} \right).$

Vergleichen Sie die sich ergebenden Energieniveaus für das Positronium mit denen für das Wasserstoffatom.

(8 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 6: Umwandlung des ^{22}Na durch Elektroneneinfang

Man beobachtet den Prozess, dass der Kern eines ^{22}Na -Atoms ein Elektron vornehmlich aus einer inneren Schale (häufig aus der innersten Schale) seiner Hülle „einfängt“. Beim Elektroneneinfang (electron capture, vgl. Abbildung 1) entsteht zunächst der gleiche angeregte Kern wie der, der sich durch Aussendung eines Positrons ergibt, d. h., dieser Kern geht durch Aussendung von γ -Strahlung mit $E_\gamma = 1,2746 \text{ MeV}$ in seinen Grundzustand über.

Neben dieser γ -Strahlung beobachtet man beim Einfang zusätzlich Röntgenstrahlung im Energiebereich von wenigen keV.

- a) • Beschreiben Sie den Vorgang beim Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern des ^{22}Na -Atoms.
- Geben Sie die vollständige Umwandlungsgleichung für die daran beteiligten Teilchen an.
- b) • Beschreiben Sie die den Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern begleitenden Vorgänge in der Atomhülle.
- Erläutern Sie, auf welche Weise hierbei Röntgenstrahlung entsteht.

(8 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Radioaktivität von Natrium-22

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 1, HT 2 oder HT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*

- Atom- und Kernphysik
 - Radioaktiver Zerfall
 - Bohr'sches Atommodell
 - Bindungsenergie, Massendefekt

2. *Medien/Materialien*

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

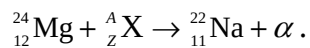
6. Modellösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1: Die Herstellung des Isotops ^{22}Na

Die Kernumwandlungsgleichung mit dem zunächst unbekanntem Nuklid ^A_ZX ist gegeben:



Beim Alpha-Teilchen handelt es sich um ^4_2He , also lautet die ergänzte Kernumwandlungsgleichung: $^{24}_{12}\text{Mg} + ^A_Z\text{X} \rightarrow ^{22}_{11}\text{Na} + ^4_2\text{He}$.

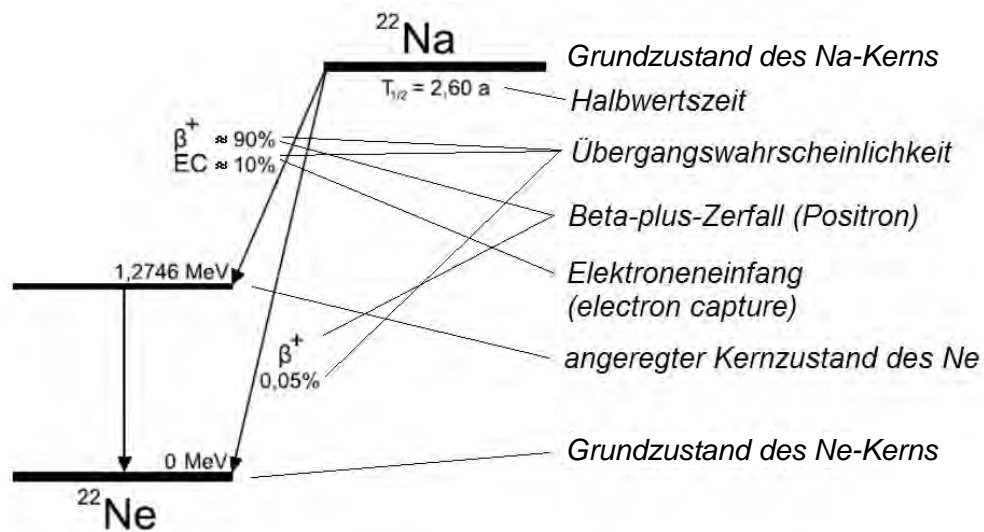
Da bei dem Produkt $^{22}_{11}\text{Na} + ^4_2\text{He}$ insgesamt 26 Nukleonen mit 13 Protonen vorhanden sind, bleiben als Differenz zum $^{24}_{12}\text{Mg}$ insgesamt 2 Nukleonen, von denen genau eines ein Proton ist. Also handelt es sich bei dem beschleunigten Teilchen um den Kern des schweren Wasserstoffatoms, also um das Deuteron ^2_1H .

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Andere Bezeichnungen für das Deuteron (z. B. ^2_1d) sind ebenfalls zugelassen.

Teilaufgabe 2: Der Zerfall des ^{22}Na

a) Die Informationsangaben im Termschema bedeuten:



Das Energiestufenschema zeigt, dass durch zwei verschiedene Prozesse, nämlich einerseits durch einen β^+ -Zerfall sowie andererseits durch Elektroneneinfang, mit einer insgesamt fast 100-prozentigen Wahrscheinlichkeit ein angeregter Kern des Folgekerns ^{22}Ne entsteht, der sich 1,2746 MeV über dem Grundzustand des ^{22}Ne befindet. Der angeregte ^{22}Ne -Kern geht anschließend durch Aussenden eines Gamma-Quants in seinen Grundzustand über.

Nur sehr selten geht das ^{22}Na durch β^+ -Zerfall direkt in den Grundzustand des ^{22}Ne über.

b) Bei der Umwandlung des ^{22}Na durch β^+ -Zerfall wandelt sich ein Kernproton in ein Neutron und ein Positron um.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Das ebenfalls entstehende Neutrino braucht nicht erwähnt zu werden.

c) Kernumwandlungsgleichung: $^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + ^0_1e^+$.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Das ebenfalls entstehende Neutrino braucht nicht erwähnt zu werden.

Teilaufgabe 3: Energiebetrachtungen für den Zerfall des ^{22}Na

a) Gegeben sind $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ sowie $\Delta m = m_{\text{Na}} - m_{\text{Ne}} = 21,9884 \text{ u} - 21,9859 \text{ u}$

mit $u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

$$\text{Damit ergibt sich } \Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (21,9884 \text{ u} - 21,9859 \text{ u}) \cdot \left(2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2,$$

$$\text{also } \Delta E \approx 3,7 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 2,3 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,3 \text{ MeV}.$$

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Die Genauigkeit wird hier – genau genommen – durch die Differenz

$\Delta m = m_{\text{Na}} - m_{\text{Ne}} = 0,0025 \text{ u}$ auf zwei Stellen begrenzt. Rechnen die Prüflinge mit diesem so gerundeten Zwischenwert weiter, so ergibt sich

$$\Delta E \approx 3,8 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 2,4 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,4 \text{ MeV}.$$

Eine – in Maßen – abweichende Anzahl gültiger Ziffern durch die Prüflinge, ggf. auch durch die Verwendung von in ihren Taschenrechnern einprogrammierten physikalischen Konstanten (höherer relevanter Stellenzahl), sollte in angemessenem Rahmen akzeptiert werden. So ergibt sich beispielsweise bei der Berechnung mit der vollen Genauigkeit der einprogrammierten Konstanten eines bestimmten Taschenrechners:

$$\Delta E = 3,73 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2,33 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,33 \text{ MeV}.$$

Entsprechendes gilt auch für die weiteren Zahlenwertrechnungen in folgenden Teilaufgaben.

b) Bei der Berechnung der maximalen für das Positron zur Verfügung stehenden kinetischen

Energie $\Delta E_{\text{kin max}}$ muss die Ruheenergie des Positrons $E_{0e^+} = m_{0e^+} \cdot c^2 = 511 \text{ keV}$ berücksichtig

sichtigt werden, also:

$$\Delta E_{\text{kin max}} = \Delta E - E_{\gamma} - E_{0e^+}$$

$$\Delta E_{\text{kin max}} = 2,3 \text{ MeV} - 1,275 \text{ MeV} - 0,511 \text{ MeV} \approx 0,5 \text{ MeV}.$$

c) Ein möglicher Grund dafür, dass der in Teilaufgabe b) angesprochene maximale Wert der kinetischen Energie des Positrons nicht ganz erreicht wird, besteht darin, dass der Rückstoß des Kerns (und damit dessen kinetische Energie) bei der Rechnung in Teilaufgabe b) unberücksichtigt geblieben ist.

- d) • *Berechnung von v_{\max} :*

$$v_{\max} = \sqrt{1 - \left(\frac{511 \text{ keV}}{0,5 \text{ MeV} + 511 \text{ keV}} \right)^2} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- *Vergleich mit klassischer Rechnung:*

Nach klassischer Rechnung erhält man aus $E_{\text{kin max}} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_{\text{max nichtrel}}^2$ die maximale

Geschwindigkeit

$$v_{\text{max klassisch}} = \sqrt{2 \cdot \frac{E_{\text{kin max}}}{m_0}} \left[= c \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{E_{\text{kin max}}}{m_0 \cdot c^2}} = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{0,5 \text{ MeV}}{511 \text{ keV}}} \right] \approx 4,2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- *Vergleich der beiden Ergebnisse:*

Der Vergleich der beiden so bestimmten Geschwindigkeiten zeigt, dass sich bei klassischer Rechnung eine Geschwindigkeit oberhalb der Lichtgeschwindigkeit ergibt, was physikalisch nicht möglich ist. Der Wert der Geschwindigkeit gemäß der zu verwendenden Gleichung bleibt hingegen unterhalb von dem der Lichtgeschwindigkeit.

Teilaufgabe 4: Das Positron des ^{22}Na

- a) Die Gesamtenergie der beiden Gamma-Quanten ist gleich der Summe der Ruheenergien von Positron und Elektron, die wegen der Massengleichheit von Positron und Elektron gleich der doppelten Ruheenergie des Positrons (oder des Elektrons) ist:

$$E_{2\gamma} = E_{0e^+} + E_{0e^-} = m_{0e^+} \cdot c^2 + m_{0e^+} \cdot c^2 = (m_{0e^+} + m_{0e^+}) \cdot c^2 = 2 \cdot m_{0e^+} \cdot c^2$$

$$E_{2\gamma} = 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 1,02 \text{ MeV}.$$

- b) Unmittelbar vor der Annihilation ist der Gesamtimpuls von Positron und Elektron praktisch Null, da beide als in Ruhe betrachtet werden dürfen. Aufgrund des Impulserhaltungssatzes muss auch nach der Annihilation der Gesamtimpuls Null bleiben. Das wäre aber nicht gegeben, wenn nach der Annihilation lediglich ein einzelnes Gamma-Quant vorhanden wäre.

c) Aus Abbildung 2 liest man unmittelbar ab:

$$E_{\gamma A} \approx 520 \text{ keV}$$

$$E_{\gamma B} \approx 1280 \text{ keV}$$

Ursache für $E_{\gamma A}$: Es handelt sich um die Energie der Annihilations-Gamma-Quanten.

Ursache für $E_{\gamma B}$: Es handelt sich um die Energie derjenigen Gamma-Quanten, die entstehen, wenn der dem β^+ -Zerfall des ^{22}Na folgende angeregte Kern des ^{22}Ne in seinen Grundzustand übergeht, wie dies in Abbildung 1 erkennbar ist.

Teilaufgabe 5: Positronium

a) Da die Masse des (H-Atom-) Elektrons nur ca. $1/1836$ der Masse des (H-Kern-)Protons beträgt, liefert der exakte Term praktisch die gleichen Energiewerte wie der (übliche, vereinfachte) Term für die Energieniveaus im H-Atom. Rechnerisch ergibt sich für den

Korrekturfaktor: $\frac{m_p}{m_p + m_e} = 0,9995$, also in guter Näherung $\frac{m_p}{m_p + m_e} \approx 1$.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Siehe Bemerkung zu Teilaufgabe 3a).

b) Bei Berücksichtigung der gleichen Massen $m_{e^-} = m_{e^+}$ erhält man als Korrekturfaktor für

das Elektron im Positronium: $\frac{m_{e^+}}{m_{e^+} + m_{e^-}} = \frac{1}{2}$. Der Vergleich der beiden Termschemata

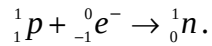
zeigt also, dass sich für das Elektron des Positroniums halb so große Werte ergeben wie für das Elektron des Wasserstoffatoms.

Teilaufgabe 6: Umwandlung des ^{22}Na durch Elektroneneinfang

a) Beschreibung des Vorgangs:

Beim Einfang eines Hüllen-Elektrons wandelt sich ein Kern-Proton durch Aufnahme des Hüllen-Elektrons in ein Neutron um.

Umwandlungsgleichung:

**Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Die volle Punktzahl kann vom Prüfling nur bei vollständiger Angabe der Kennzahlen für p , e und n erreicht werden.

b) Beschreibung der Vorgänge:

In der Atomhülle wird der frei werdende Energiezustand des vom Kern aufgenommenen ehemaligen Hüllen-Elektrons durch ein anderes Elektron höheren Energiezustands eingenommen.

Entstehung von Röntgenstrahlung:

Das nachrückende Hüllen-Elektron gibt die entsprechende Energiedifferenz, die meist im keV-Bereich liegt, in Form von Gamma-Strahlung ab. Ggf. erfolgen mehrstufige Nachrückungen.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
	bestimmt das unbekannte Nuklid A_ZX in der Kernumwandlungsgleichung.	6			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (6)				
	Summe Teilaufgabe 1	6			

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	beschreibt den Zerfall des ${}^{22}\text{Na}$ mit Hilfe des angegebenen Energiestufenschemas.	7			
b)	gibt an, welche Umwandlung im Kern des ${}^{22}\text{Na}$ beim Aussenden des Positrons stattfindet.	3			
c)	stellt die Kernumwandlungsgleichung für den β^+ -Zerfall des ${}^{22}\text{Na}$ in sein stabiles Folgeprodukt auf.	3			
	Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (13)				
	Summe Teilaufgabe 2	13			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	berechnet die durch den Massendefekt frei werdende Energie in MeV.	5			
b)	berechnet die für das Positron zur Verfügung stehende maximale kinetische Energie.	4			
c)	gibt einen Grund für den etwas geringeren Energiewert an.	2			
d1)	berechnet v_{\max} .	4			
d2)	berechnet $v_{\max \text{ klassisch}}$.	2			
d3)	vergleicht die Ergebnisse für $v_{\max \text{ klassisch}}$ und v_{\max} unter Einbeziehung der Lichtgeschwindigkeit.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (19)					
Summe Teilaufgabe 3		19			

Teilaufgabe 4

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	berechnet die Gesamtenergie der beiden bei der Annihilation entstehenden Gamma-Quanten in MeV.	4			
b)	begründet, warum bei der Annihilation von Positron und Elektron nicht ein einzelnes Gamma-Quant entstehen kann.	3			
c1)	gibt anhand des Diagramms die beiden zu den Peaks erkennbaren Energien an.	2			
c2)	erläutert die Ursache der beiden Peaks.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (11)					
Summe Teilaufgabe 4		11			

Teilaufgabe 5

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	diskutiert den Einfluss des Korrekturterms hinsichtlich der Werte für die Energieniveaus des Elektrons in einem Wasserstoffatom.	4			
b)	vergleicht die sich ergebenden Energieniveaus für das Positronium mit denen für das Wasserstoffatom.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (8)					
	Summe Teilaufgabe 5	8			

Teilaufgabe 6

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	beschreibt den Vorgang beim Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern.	2			
a2)	gibt die vollständige Umwandlungsgleichung für die daran beteiligten Teilchen an.	2			
b1)	beschreibt die den Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern begleitenden Vorgänge in der Atomhülle.	2			
b2)	erläutert, auf welche Weise hierbei Röntgenstrahlung entsteht.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (8)					
	Summe Teilaufgabe 6	8			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Oberflächen- und Kristallanalyse mit Materiewellen

Teilaufgabe 1: Debye-Scherrer-Verfahren

Materiewellen wurden 1924 postuliert und kurze Zeit später mit Versuchen wie dem Debye-Scherrer-Verfahren nachgewiesen.

In einer Vakuumröhre treffen Elektronen, die aus einem Glühdraht (Heizspannung U_H) ausgetreten sind und durch die Spannung U_B beschleunigt werden, auf eine dünne, polykristalline Graphitfolie (siehe Abbildung 1). Dahinter werden sie auf einem Leuchtschirm sichtbar gemacht. Typischerweise beobachtet man um einen hellen Mittelpunkt konzentrische, helle Kreisringe (siehe Abbildung 2).

Bei der hier verwendeten Elektronenbeugungsröhre beträgt der Abstand zwischen der Graphitfolie und dem kreisförmigen Leuchtschirm $\ell = 13,3$ cm.

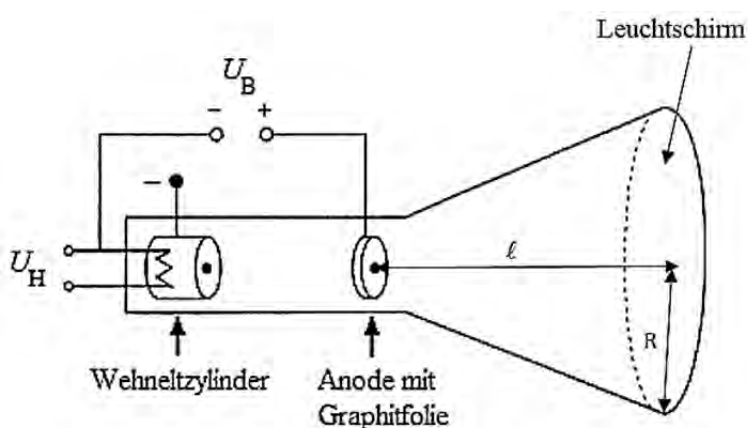


Abbildung 1: Skizze der Vakuumröhre

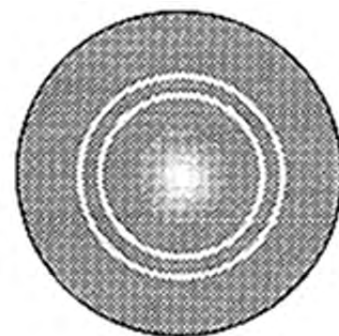


Abbildung 2: Bild auf dem Leuchtschirm



Name: _____

a) Betrachten Sie zunächst das Auftreffen der Elektronen auf einen Einkristall.

Leiten Sie anhand einer geeigneten Skizze die Bragg-Gleichung her

$$m \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_m) \quad \text{mit } m = 1; 2; 3; \dots,$$

also den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ der auftreffenden Welle und ihren möglichen Glanzwinkeln ϑ_m bei der Beugung an einem Einkristall mit Netzebenenabstand d .

(6 Punkte)

b) Beim oben dargestellten Debye-Scherrer-Verfahren trifft der Elektronenstrahl nicht auf einen Einkristall, sondern auf ein Pulver aus Graphitkristallen, eine sogenannte polykristalline Probe (siehe Abbildung 3).

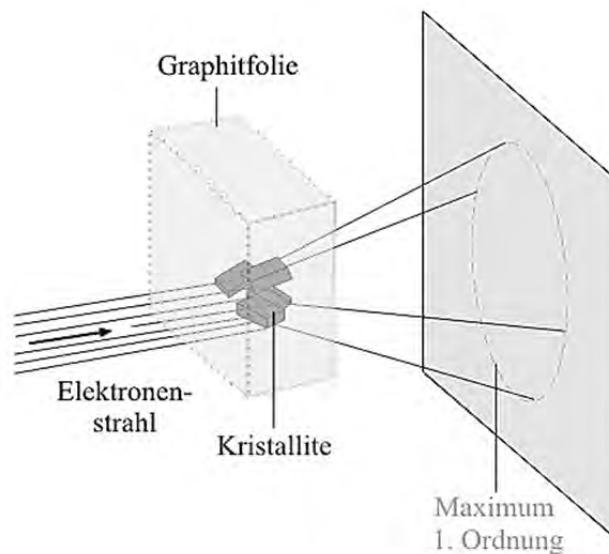


Abbildung 3

(Skizze aus: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/versuche#Elektronenbeugung>)

Erläutern Sie, wie es zur Ausbildung von Ringen am Beobachtungsschirm kommt.

(4 Punkte)



Name: _____

c) Zwischen der De-Broglie-Wellenlänge λ , dem Netzebenenabstand d in einem Kristallit, dem Radius r eines Interferenzringes und dem Abstand ℓ der Kristallite vom Leuchtschirm besteht unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung $2 \cdot \sin(\vartheta) \approx \sin(2 \cdot \vartheta) \approx \tan(2 \cdot \vartheta)$ die folgende Beziehung für die Maxima 1. Ordnung (siehe Abbildung 4):

$$\frac{r}{\ell} = \frac{\lambda}{d}$$

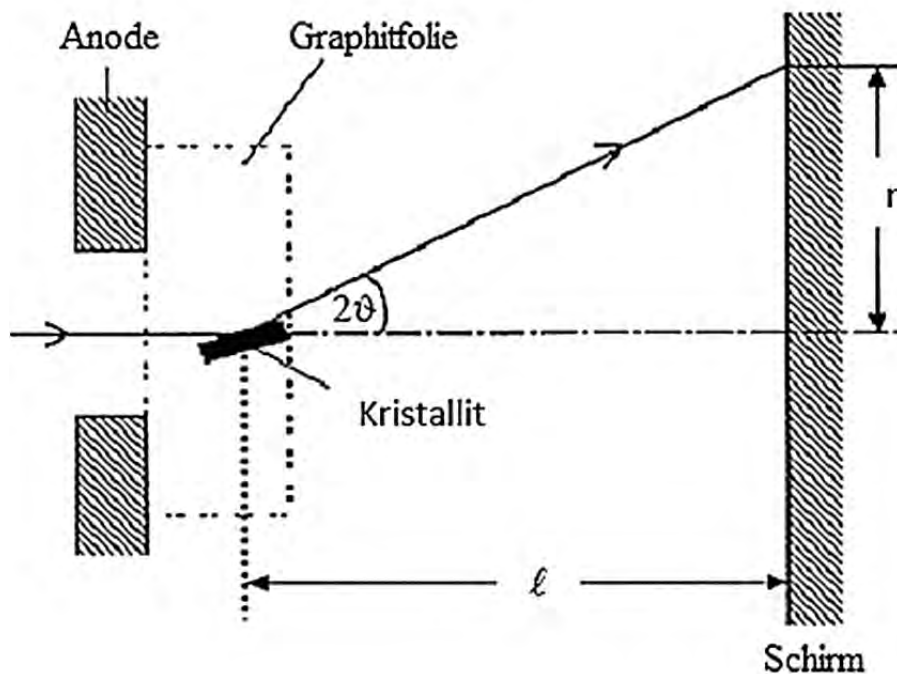


Abbildung 4: Skizze zur Veranschaulichung der Größen

- Begründen Sie diese Beziehung mit Hilfe der Bragg-Gleichung und der Geometrie der Anordnung.

Für den Radius des näherungsweise als eben angenommenen Leuchtschirms gilt

$$R = 4,7 \text{ cm}.$$

- Bestimmen Sie den größten Ablenkwinkel $2 \cdot \vartheta_{\max}$, der mit dieser Elektronenröhre theoretisch noch beobachtet werden kann.

(7 Punkte)



Name: _____

d) Der Graphitkristall hat zwei verschiedene Netzebenenabstände: $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$ m und $d_2 = 1,23 \cdot 10^{-10}$ m. Bei den beiden Kreisringen im Interferenzbild handelt es sich um die Maxima 1. Ordnung, die durch Reflexion an den Netzebenen im Abstand d_1 bzw. d_2 entstehen.

- Begründen Sie, dass die Beugung an den Netzebenen mit Abstand $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$ m zur Ausbildung des inneren Interferenzringes führt.
- Zeigen Sie für den Fall kleiner Beschleunigungsspannungen (in nicht-relativistischer Rechnung), dass für den Zusammenhang zwischen der Beschleunigungsspannung U_B und der De-Broglie-Wellenlänge λ gilt:

$$U_B = \frac{h^2}{2 \cdot e \cdot m_e \cdot \lambda^2}$$

- Bestimmen Sie die kleinstmögliche Beschleunigungsspannung U_B , ab der erstmalig ein Interferenzkreis auf dem Leuchtschirm zu erwarten ist.

(17 Punkte)

e) Für unterschiedliche Beschleunigungsspannungen werden unterschiedliche Radien der Beugungsringe gemessen.

- Zeigen Sie allgemein, dass zwischen der Beschleunigungsspannung U_B und dem Radius r folgender Zusammenhang besteht:

$$r \sim \frac{1}{\sqrt{U_B}}$$

Die folgende Tabelle gibt die Messwerte für den innersten Beugungsring mit Radius r_1 an:

U_B in kV	3,0	3,5	4,0	4,5
r_1 in mm	14,5	13,0	12,0	11,5

Tabelle: Radius des Beugungsringes in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung

- Überprüfen Sie, ob die Messwerte in der Tabelle diese Proportionalität recht gut wiedergeben.

(7 Punkte)



Name: _____

f) *Geben Sie eine experimentelle Möglichkeit an, um nachzuweisen, dass das Beugungsbild tatsächlich durch Elektronen und nicht von Röntgenstrahlung, die beim Auftreffen der Elektronen auf das Pulver entstanden sein könnte, erzeugt wurde.*

(3 Punkte)

Teilaufgabe 2: LEED-Verfahren

Beim LEED-Verfahren (Low Energy Electron Diffraction) werden Elektronen mit Beschleunigungsspannungen U_B von 50 V bis 200 V beschleunigt und senkrecht zur Oberfläche auf die Probe geschossen (siehe Abbildung 5). Man kann näherungsweise davon ausgehen, dass die Elektronen nicht in den Kristall eindringen und nur von den einzelnen Oberflächenatomen der kristallinen Probe und nicht von den Netzebenen des Einkristalls reflektiert werden. Die reflektierten Elektronen erzeugen auf dem Leuchtschirm ein Bild scharf begrenzter Flecken, das Schirmbild wird anschließend ausgewertet. Abbildung 6 zeigt ein Beispiel eines solchen Schirmbildes.

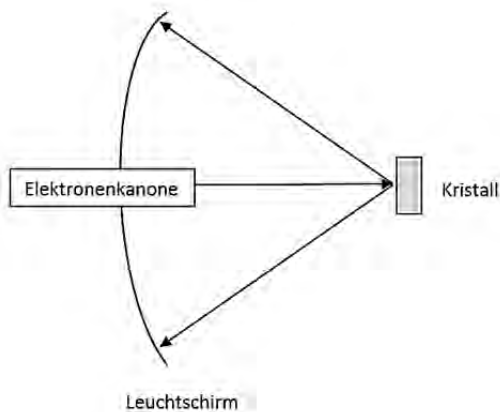


Abbildung 5: Schematischer Aufbau einer LEED-Apparatur.

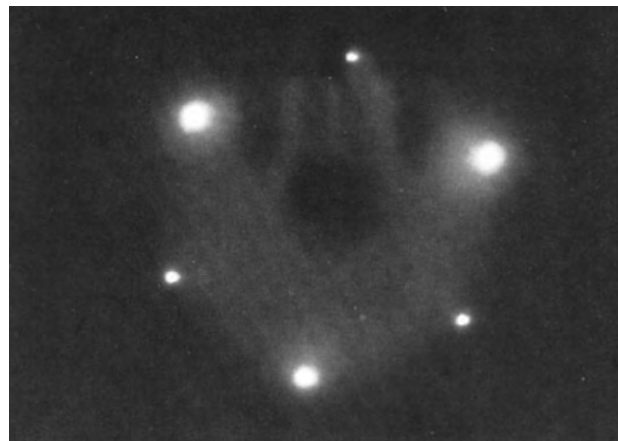


Abbildung 6: Schirmbild einer Kristalloberfläche
(Bild aus: http://www.uni-leipzig.de/~xray/download/study/netzoa4_5_ped_leeed_sims_f1_19.pdf)

a) *Erläutern Sie, warum das Schirmbild nicht mit der Teilchenvorstellung von Elektronen erklärbar ist.*

(3 Punkte)



Name: _____

b) Die Atome der Kristalloberfläche bilden ein Gitter. Wenn man nur eine Reihe der Atome betrachtet, erhält man ein eindimensionales Gitter.

In einem Gedankenexperiment soll ein solches eindimensionales Gitter mit dem Atomabstand b mit Elektronen beschossen werden (siehe Abbildung 7).

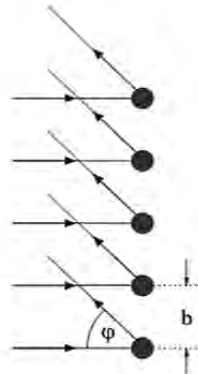


Abbildung 7: Bild eines eindimensionalen Atomgitters

(Skizze aus: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/aufgaben#lightbox=/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/lb/reflexionsgitter-fuer-elektronen>)

Begründen Sie, dass helle Schirmpunkte nur unter den Winkeln φ_n zur Einfallrichtung auftreten, für die gilt:

$$\sin(\varphi_n) = \frac{n \cdot \lambda}{b} \quad \text{mit } n = 1; 2; 3; \dots$$

(5 Punkte)

c) In dem Gedankenexperiment bilden die hellen Punkte auf dem Leuchtschirm ebenfalls ein eindimensionales Gitter. Nehmen Sie im Folgenden näherungsweise an, dass die Schirmpunkte unter einem kleinen Winkel φ (Kleinwinkelnäherung) erscheinen und es sich um einen ebenen Schirm handelt, der sich im Abstand L von dem eindimensionalen Atomgitter befindet.

Bestimmen Sie eine Gleichung, die den Zusammenhang zwischen der Gitterkonstanten b des eindimensionalen Atomgitters und der Gitterkonstanten k des Gitters auf dem Schirm beschreibt.

(6 Punkte)



Name: _____

- d) Zur Bestimmung der Gitterkonstanten eines Nickelkristalls werden Elektronen der kinetischen Energie $E_{\text{kin}} = 200 \text{ eV}$ verwendet. Das Maximum 1. Ordnung wird unter einem Winkel von $\varphi_1 = 25^\circ$ beobachtet.

Bestimmen Sie die Gitterkonstante des Nickelkristalls.

(6 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Oberflächen- und Kristallanalyse mit Materiewellen

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 1, HT 2 oder HT 3

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern
- Elektromagnetische Schwingungen und Wellen
 - Interferenz (Lichtbeugung am Gitter, Wellenlängenmessung)
- Quanteneffekte
 - Wellenaspekt des Elektrons: De-Broglie-Theorie des Elektrons (Elektronenbeugung an polykristalliner Materie)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modellösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Spalte „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

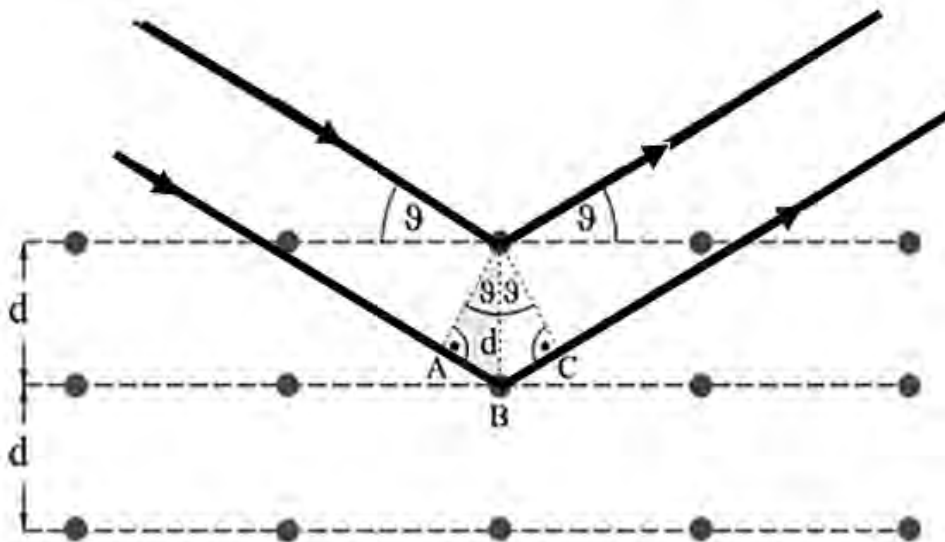
Teilaufgabe 1

- a) Für den Gangunterschied zwischen den beiden an der oberen und an der darunter liegenden Netzebene gestreuten Materiewellen gilt:

$$\Delta s = \overline{AB} + \overline{BC} \quad \text{und weiterhin:} \quad \overline{AB} = \overline{BC} = d \cdot \sin(\vartheta).$$

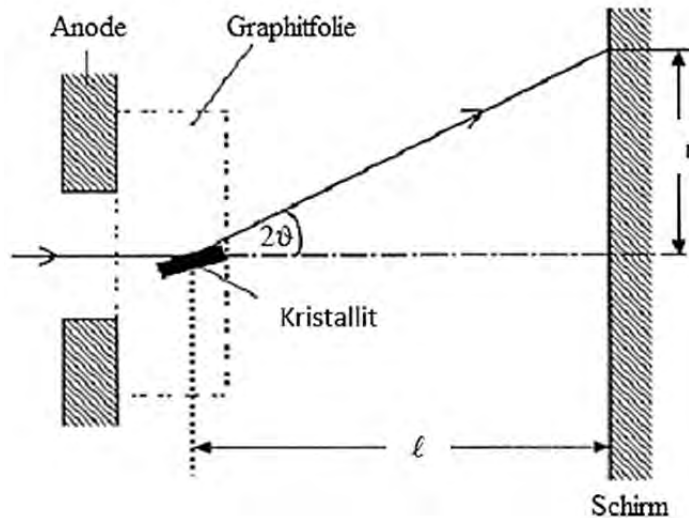
Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn für den Gangunterschied Δs gilt: $\Delta s = m \cdot \lambda$

und damit: $2d \cdot \sin(\vartheta_m) = m \cdot \lambda$.



Skizze aus: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/aufgaben#lightbox=/themenbereiche/quantenobjekt-elektron/lb/debye-scherrer-streuung>

- b) Eine polykristalline Probe besteht aus vielen kleinen Kristallen (Kristallite) in allen denkbaren Raumorientierungen. Nur die Kristallite, deren Netzebenen unter den Winkeln ϑ_m getroffen werden führen zur konstruktiven Interferenz, also zur Ausbildung der Maxima. Diese Kristallite liegen rotationssymmetrisch zur Einfallsrichtung der Elektronen, so dass sich ebenfalls ein rotationssymmetrisches Interferenzmuster in Form von Ringen ausbildet.
- c) An der Abbildung erkennt man die folgende Beziehung:



$$2 \cdot \sin(\vartheta) \approx \sin(2 \cdot \vartheta) \approx \tan(2 \cdot \vartheta) = \frac{r}{\ell},$$

weiterhin liefert die Bragg-Gleichung: $2 \cdot \sin(\vartheta_m) = \frac{m \cdot \lambda}{d}$

und damit für $m = 1$: $\frac{r}{\ell} = \frac{\lambda}{d}$.

Der größte Ablenkwinkel $2 \cdot \vartheta_{\max}$ wird am Rand des Leuchtschirms erreicht, also für $r = R$, damit gilt:

$$2 \cdot \vartheta_{\max} = \arcsin\left(\frac{R}{\ell}\right) = 20,7^\circ.$$

- d) Für den Radius eines Interferenzringes gilt die folgende Beziehung: $r = \frac{1}{d} \cdot \ell \cdot \lambda$.

Je größer der Abstand d der Netzebenen ist, desto kleiner ist der Radius r des Interferenzringes, damit führt die Beugung an den Netzebenen mit Abstand $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ zur Ausbildung des inneren Interferenzringes.

Für den Fall kleiner Beschleunigungsspannungen U_B gilt:

energetischer Ansatz:
$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = e \cdot U_B$$

$$m_e \cdot v_e = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot e \cdot U_B}$$

De-Broglie-Wellenlänge:
$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{m_e \cdot v_e}$$

Einsetzen von $m_e \cdot v_e$ und Auflösen nach U_B liefert
$$U_B = \frac{h^2}{2 \cdot e \cdot m_e \cdot \lambda^2}$$

Der größere Netzebenenabstand $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$ m und die größtmögliche Wellenlänge λ_{\max} liefern die kleinstmögliche Beschleunigungsspannung $U_{B,\min}$. Diese Wellenlänge führt zur Ausbildung eines Interferenzringes mit Radius $r = R$, so dass für $U_{B,\min}$ gilt:

$$U_{B,\min} = \frac{\ell^2 \cdot h^2}{d_1^2 \cdot R^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot e \cdot m_e} \approx 266 \text{ V}.$$

e) Aus $U_B = \frac{h^2}{2 \cdot e \cdot m_e \cdot \lambda^2}$ und $\frac{r}{\ell} = \frac{\lambda}{d}$ folgt:

$$r = \frac{\ell \cdot h}{d \cdot \sqrt{2 \cdot e \cdot m_e}} \cdot \frac{1}{\sqrt{U_B}} \text{ und damit } r \sim \frac{1}{\sqrt{U_B}}.$$

Auswertung der Tabelle ergibt:

U_B in kV	3,0	3,5	4,0	4,5
r_1 in mm	14,5	13,0	12,0	11,5
$r_1 \cdot \sqrt{U_B}$ in $m \cdot V^{1/2}$	0,79	0,77	0,76	0,77

Man erkennt eine Streuung um einen mittleren Wert und es ist kein eindeutiger Trend erkennbar, damit geben die Messwerte die Proportionalität recht gut wieder.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Auch eine graphische Überprüfung der Proportionalität wird als Lösung akzeptiert.

- f) Elektronen können z. B. im Magnetfeld eines Stabmagneten abgelenkt werden, Röntgenstrahlung (Photonen) nicht.

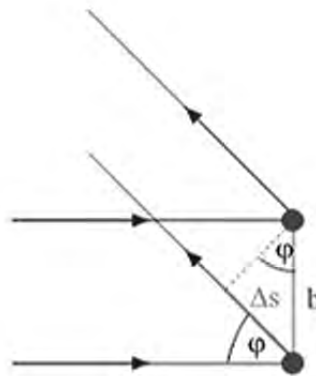
Teilaufgabe 2

a) Teilchen würden durch die einzelnen Oberflächenatome isotrop gestreut. Auf dem Leuchtschirm wäre keine Struktur erkennbar.

b) Anhand der Skizze erkennt man folgenden Zusammenhang für den Gangunterschied Δs

zweier sich konstruktiv überlagernder Materiewellen: $\sin(\varphi) = \frac{\Delta s}{b}$.

Bei konstruktiver Interferenz gilt zusätzlich: $\Delta s = n \cdot \lambda$ und damit $\sin(\varphi_n) = \frac{n \cdot \lambda}{b}$.



c) Mit dem Abstand k_n des Maximums nter Ordnung von der optischen Achse gilt:

$\tan(\varphi_n) = \frac{k_n}{L}$, mit $\sin(\varphi_n) = \frac{n \cdot \lambda}{b}$ und $\sin(\varphi_n) \approx \tan(\varphi_n)$ folgt: $k_n = \frac{L \cdot \lambda}{b} \cdot n$ und damit für

die Gitterkonstante k des Gitters auf dem Schirm: $k = \frac{L \cdot \lambda}{b}$.

d) Mit $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{\text{kin}}}} = 8,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

und $n=1$ und $b = \frac{\lambda}{\sin(\alpha_1)}$ folgt: $b = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	leitet anhand einer geeigneten Skizze die Bragg-Gleichung her.	6			
b)	erläutert, wie es zur Ausbildung von Ringen am Beobachtungsschirm kommt.	4			
c1)	begründet die Beziehung mit Hilfe der Bragg-Gleichung und der Geometrie der Anordnung.	5			
c2)	bestimmt den größten Ablenkwinkel $2 \cdot v_{\max}$, der mit dieser Elektronenröhre theoretisch noch beobachtet werden kann.	2			
d1)	begründet, dass die Beugung an den Netzebenen mit Abstand $d_1 = 2,13 \cdot 10^{-10}$ m zur Ausbildung des inneren Interferenzringes führt.	3			
d2)	zeigt den gesuchten Zusammenhang.	6			
d3)	bestimmt die kleinstmögliche Beschleunigungsspannung, ab der theoretisch überhaupt Interferenzkreise auf dem Leuchtschirm zu erwarten sind.	8			
e1)	zeigt allgemein, dass zwischen der Beschleunigungsspannung und dem Radius der angegebene Zusammenhang besteht.	3			
e2)	überprüft diesen Zusammenhang mit den in Tabelle 1 angegebenen Messwerten.	4			
f)	gibt eine experimentelle Möglichkeit an, um nachzuweisen, dass das Beugungsbild tatsächlich durch Elektronen und nicht von Röntgenstrahlung erzeugt wurde.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (44)					
	Summe Teilaufgabe 1	44			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	erläutert, warum das Schirmbild nicht mit der Teilchenvorstellung von Elektronen erklärbar ist.	3			
b)	begründet, dass helle Schirmpunkte nur unter den Winkeln zur Einfallrichtung auftreten, für die die angegebene Beziehung gilt.	5			
c)	bestimmt eine Gleichung, die den Zusammenhang zwischen der Gitterkonstanten des eindimensionalen Atomgitters und der Gitterkonstanten des Gitters auf dem Schirm beschreibt.	7			
d)	bestimmt die Gitterkonstante des Nickelkristalls.	6			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (21)					
.....					
.....					
	Summe Teilaufgabe 2	21			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0