



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Definition und Messung des B-Feldes und der Halleffekt

Teilaufgabe 1

Zwischen den Polschuhen eines Hufeisenmagneten (siehe Abbildung 1) besteht ein weitgehend homogenes Magnetfeld.



Abbildung 1: Hufeisenmagnet

Die dieses Magnetfeld charakterisierende magnetische Feldstärke \vec{B} ist betragsmäßig allgemein definiert über den folgenden Zusammenhang:

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_{\text{mag}}|}{I \cdot l}$$

- Geben Sie das physikalische Phänomen, das dieser Definition zugrunde liegt, an und erläutern Sie die in den Zusammenhang für $|\vec{B}|$ eingehenden Größen.
- Geben Sie die Richtungsregel für die magnetische Kraft \vec{F}_{mag} bei gegebener Strom- und Magnetfeldrichtung an.



Name: _____

- c) Für den Spezialfall des Magnetfeldes zwischen den Polschuhen eines Hufeisenmagneten wie in Abbildung 1 soll der Betrag der dortigen magnetischen Feldstärke $|\vec{B}|$ anhand der Definition direkt gemessen werden. Zur Verfügung steht dafür neben einem Hufeisenmagneten das in Abbildung 2 gezeigte Experimentiermaterial.



Abbildung 2: Experimentiermaterial zur Messung der magnetischen Feldstärke

Beschreiben Sie anhand einer beschrifteten Skizze einen möglichen Versuchsaufbau zur Messung der magnetischen Feldstärke des Hufeisenmagneten mit dem in Abbildung 2 dargestellten Material, erläutern Sie die Versuchsdurchführung und geben Sie an, wie schließlich die magnetische Feldstärke bestimmt werden kann.

- d) Erläutern Sie, wo bei der direkten Magnetfeldmessung anhand der Definition typischerweise mit größeren Ungenauigkeiten zu rechnen ist. (23 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2

Eine genauere und praktikablere Bestimmung der Magnetfeldstärke \vec{B} ist heutzutage mit Hilfe des Halleffekts möglich. Bereits im Jahr 1879 gelang es dem Physiker E. H. Hall, an einem stromdurchflossenen Silberplättchen, welches von einem Magnetfeld durchsetzt wurde, quer zur Stromrichtung die nach ihm benannte Hallspannung U_H nachzuweisen. Die Abbildung 3 zeigt das Prinzip seiner Versuchsanordnung.

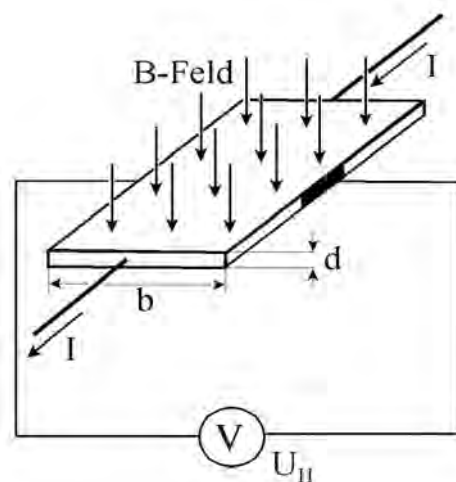


Abbildung 3: Messung der Hallspannung an einem stromdurchflossenen Leiterplättchen

- a) Die quer zur Stromrichtung gemessene Hallspannung U_H ist bei konstanter Stromstärke I dann maximal, wenn das Magnetfeld das Leiterplättchen senkrecht durchsetzt.

Erklären Sie anhand der Abbildung 4 qualitativ das Zustandekommen der Hallspannung an einem Metallplättchen im Magnetfeld.

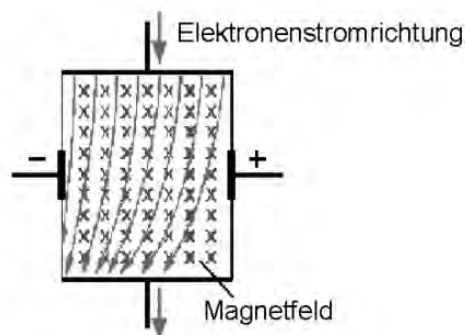


Abbildung 4: Elektrischer Leitungsvorgang im Silberplättchen mit Magnetfeld



Name: _____

- b) Es zeigt sich, dass die quer zur Stromrichtung gemessene Hallspannung U_H an dem Silberplättchen bei konstanter Magnetfeldstärke \vec{B} proportional zur Stromstärke I durch das Plättchen ist und bei konstanter Steuerstromstärke I proportional zur Magnetfeldstärke \vec{B} ist.

$$U_H \sim I \quad \text{bei konstantem } \vec{B}$$

$$U_H \sim |\vec{B}| \quad \text{bei konstantem } I$$

Begründen Sie diese beiden Abhängigkeiten qualitativ anhand der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D der Leitungselektronen im Plättchen. Sie können dabei davon ausgehen, dass die Anzahl der Leitungselektronen im Plättchen unabhängig von der Stromstärke I ist.

- c) Eine vereinfachte quantitative Beschreibung der Vorgänge im Leiterplättchen ist bei der Betrachtung eines einzelnen Leitungselektrons möglich. Es ergibt sich dabei der folgende Zusammenhang:

$$U_H = B \cdot v_D \cdot b$$

Leiten Sie diesen Zusammenhang zwischen der Hallspannung U_H , der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D , der Magnetfeldstärke $|\vec{B}|$ und der Plättchenbreite b anhand eines geeigneten Kraftansatzes her und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

- d) Allgemein lautet der komplette Zusammenhang für die Hallspannung an einem Leiterplättchen $U_H = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$, dabei bezeichnet d die Dicke des Plättchens und A_H eine materialabhängige Konstante. Die Tabelle 1 zeigt die Werte von A_H für einige Materialien des Plättchens.

Material	Silber	Kupfer	Wismut	Indiumarsenid
A_H in $\frac{\text{m}^3}{\text{As}}$	$8,9 \cdot 10^{-11}$	$5,3 \cdot 10^{-11}$	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 1: Werte der Materialkonstante A_H

Ein Wismutplättchen ($d = 25 \mu\text{m}$, $b = 1,0 \text{ cm}$) wird von einem Gleichstrom der Stromstärke $I = 400 \text{ mA}$ durchflossen.



Name: _____

Bestimmen Sie die mittlere Driftgeschwindigkeit der Leitungselektronen für diese Stromstärke unter der Annahme, dass die Leitungselektronen für den kompletten elektrischen Strom verantwortlich sind.

(21 Punkte)

Teilaufgabe 3

Wie aus der Tabelle 1 zu entnehmen ist, variiert die Materialkonstante A_H über mehrere Größenordnungen, d. h., bei ansonsten gleichen Randbedingungen (Stromstärke I , Magnetfeldstärke B und Plättchendicke d) ergeben sich je nach Material sehr unterschiedliche Werte der Hallspannung U_H . Die Genauigkeit der Spannungsmessung am Hallplättchen bestimmt letztlich die Genauigkeit der Magnetfeldmessung mit diesem Plättchen.

- a) Für genaue Hallsonden nimmt man heute oftmals das Material Indiumarsenid. Eine spezielle Hallsonde dieses Materials wird mit der Stromstärke $I = 500 \text{ mA}$ betrieben und besitzt die Dicke $d = 0,100 \text{ mm}$. Die Messgenauigkeit der Hallspannung U_H an dieser Hallsonde beträgt $\Delta U_H = \pm 0,5 \mu\text{V}$.

Zeigen Sie, dass es mit dieser Hallsonde möglich ist, die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ($B_{\text{hor}} = 0,018 \text{ mT}$) mit einer Messgenauigkeit von mindestens $\pm 10\%$ zu bestimmen.

Hinweis: Sie können davon ausgehen, dass außer der Hallspannung U_H alle weiteren Einflussgrößen genau bekannt sind.

- b) Der Nullabgleich der Hallsonde vor Beginn der Messung ist gerade bei hoher Genauigkeit immer ein schwieriges Unterfangen. Eine geschickte Durchführung der Messung des Erdmagnetfeldes kann diese Prozedur allerdings komplett ersparen.

Beschreiben Sie ein Vorgehen für die Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes, bei dem durch zweimaliges Messen ein Nullabgleich der Hallsonde entfallen kann, und begründen Sie das Vorgehen.

(10 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4

Unter dem Hallwiderstand R_H einer Probe versteht man den Quotienten aus der Hallspannung U_H quer zur Stromrichtung und der Stromstärke I .

$$R_H = \frac{U_H}{I}$$

Im Jahr 1980 entdeckten Physiker in Experimenten bei sehr tiefen Temperaturen und sehr hohen Magnetfeldstärken in ganz bestimmten Materialproben deutliche Abweichungen vom klassischen Halleffekt. Die Abbildung 5 zeigt den Hallwiderstand R_H einer solchen Probe bei tiefen Temperaturen als Funktion des Magnetfeldes.

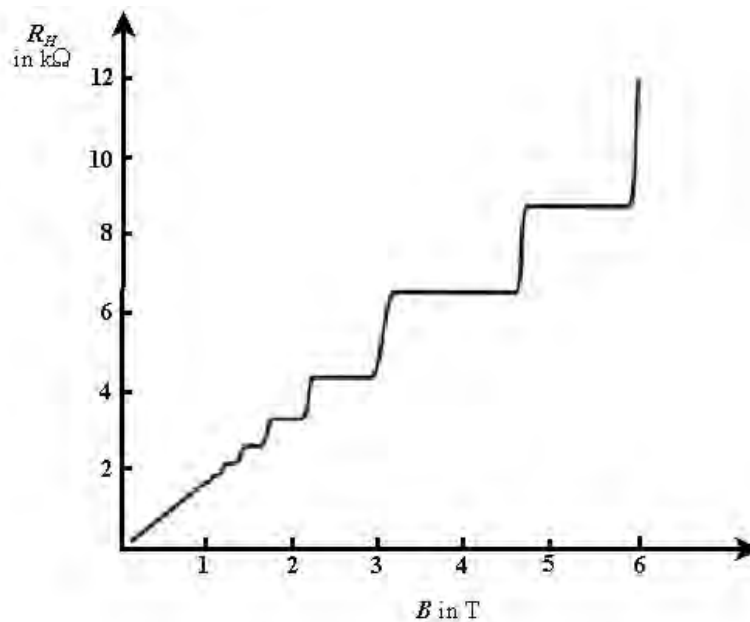


Abbildung 5: Hallwiderstand R_H einer speziellen Materialprobe bei tiefer Temperatur als Funktion der Magnetfeldstärke B (Quelle: de.wikipedia.org/wiki/Quanten-Hall-Effekt)

- Beschreiben Sie, worin das abweichende Verhalten des Hallwiderstands besteht, und erläutern Sie, warum dieses Verhalten dem klassischen Halleffekt widerspricht.
- Geben Sie einen ungefähren Wert der Magnetfeldstärke B an, ab welchem es bei der in Abbildung 5 dargestellten Messung zu deutlichen Abweichungen vom klassischen Halleffekt kommt.



Name: _____

- c) Es zeigte sich, dass die Plateauwerte des Hallwiderstands R_H aufgrund eines quantenphysikalischen Effekts materialunabhängig stets ganzzahlige Bruchteile der Naturkonstanten $\frac{h}{e^2}$ sind.

$$R_H(n) = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{1}{n} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

Zeigen Sie, dass die Naturkonstante $\frac{h}{e^2}$ die Maßeinheit des elektrischen Widerstands besitzt, und bestimmen Sie ihren Wert.

(11 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Definition und Messung des B-Feldes und der Halleffekt

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit 1NT 3 oder 1NT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke, Spannung (Feldkraft auf Ladungsträger im homogenen Feld)
 - Magnetisches Feld, magnetische Feldgröße B , Lorentzkraft
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern (Halleffekt)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

a) Das der Definition von $|\vec{B}|$ zugrunde liegende Phänomen ist die Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld, wie sie z. B. beim Leiterschaukelversuch zu beobachten ist.

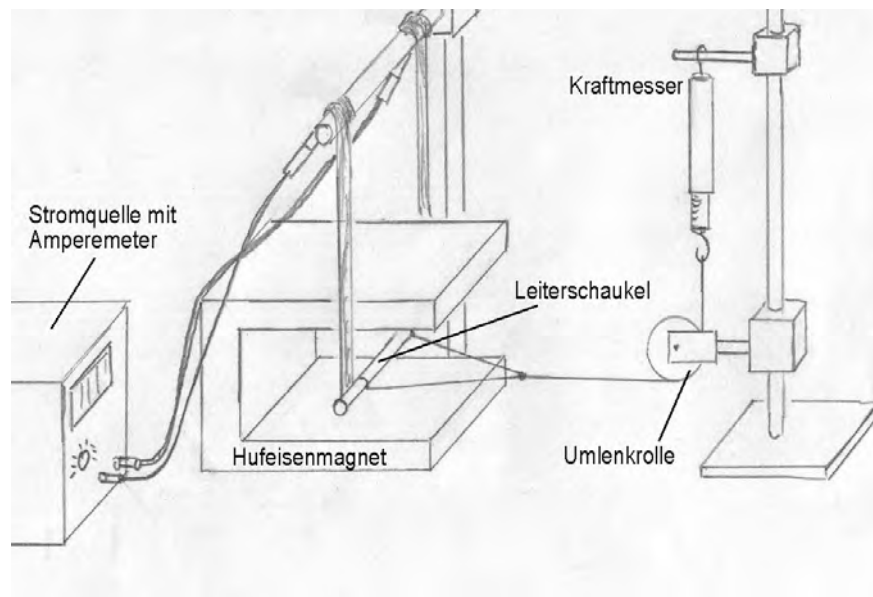
Auf einen stromführenden Leiter, der sich senkrecht zu den Magnetfeldlinien in einem Magnetfeld befindet, wirkt eine Kraft \vec{F}_{mag} , deren Betrag proportional zur Stromstärke I im Leiter und proportional zur Länge des Leiters l im Magnetfeld ist. Neben der Abhängigkeit von I und l hängt diese Kraft nur noch von der „Stärke“ des Magnetfeldes ab.

b) Die Richtung der magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} ist orthogonal zur Stromrichtung und orthogonal zur Magnetfeldrichtung. Sie ist durch die Linke-Hand-Regel festgelegt. Wenn der abgewinkelte Daumen der linken Hand entlang des stromführenden Leiters in die reale Stromrichtung, also von $(-) \rightarrow (+)$, zeigt und gleichzeitig der gestreckte Zeigefinger der linken Hand in Richtung des Magnetfeldes, also von $N \rightarrow S$, zeigt, dann weist der abgewinkelte Mittelfinger in die Richtung der auf den Leiter wirkenden Kraft.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Sinngemäß ist natürlich auch die korrekte Argumentation mit der Rechte-Hand-Regel oder mit dem Vektorprodukt oder der Skizze eines entsprechenden Dreibeins zulässig.

c) Skizze des möglichen Versuchsaufbaus :



Aufbau:

Die Leiterschaukel hängt an einem Stativ waagrecht zwischen den Polschuhen des Hufeisenmagneten und ist mit Kabeln an die Stromquelle mit Amperemeter angeschlossen. Die Leiterschaukel ist mit einer Schnur über eine Umlenkrolle mit dem Präzisionskraftmesser verbunden. Die Polung der Stromrichtung durch die Leiterschaukel ist so gewählt, dass bei Stromfluss die Leiterschaukel in den Magneten hineingezogen wird.

Durchführung der Messung und Bestimmung der magnetischen Feldstärke:

Zunächst wird im stromlosen Zustand das Stativ mit dem Kraftmesser so positioniert, dass der Faden gerade gespannt ist. Dann wird an der Stromquelle eine hinreichend große Stromstärke durch die Leiterschaukel eingestellt, so dass diese deutlich in den Magneten hineingezogen wird und der Kraftmesser somit eine Kraft anzeigt. Durch Zurückziehen des Kraftmesserstativs wird nun die Leiterschaukel wieder an den gleichen Ort wie vor Einschalten des Stroms gebracht und in dieser Position die wirkende Kraft vom Kraftmesser abgelesen.

Die wirkende Kraft auf die Leiterschaukel, die Stromstärke (abgelesen am Amperemeter der Stromquelle) sowie die Breite des Hufeisenmagneten als Länge des Leiters im Magnetfeld ermöglichen dann die Berechnung der Magnetfeldstärke zwischen den Polschuhen des Hufeisenmagneten gemäß der Definition.

d) Die größte Ungenauigkeit bei dieser direkten Bestimmung der magnetischen Feldstärke besteht wohl in der Annahme, dass die Breite des Hufeisenmagneten gleich der Länge des Leiters im Magnetfeld ist. Das Magnetfeld wird nicht abrupt bei der Breite des Hufeisenmagneten enden und dort unmittelbar auf 0 absinken. Die tatsächliche Länge des Leiters im Magnetfeld wird demnach größer sein.

Im Vergleich dazu sind die Stromstärke I durch die Leiterschaukel und die wirkende Kraft $|\vec{F}_{\text{mag}}|$ relativ genau messbar.

Teilaufgabe 2

a) Die Leitungselektronen bewegen sich mit einer mittleren Driftgeschwindigkeit durch das Leiterplättchen. Bei vorhandenem Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft auf die bewegten Elektronen und lenkt sie gemäß der Linke-Hand-Regel zu einer Seite ab. Auf dieser Seite befindet sich damit ein Elektronenüberschuss und entgegenliegend ein Elektronenmangel. Diese Ladungsverschiebung verursacht die messbare Hallspannung.

b) Bei größerer Stromstärke I und gleicher Anzahl der Leitungselektronen im Plättchen erhöht sich die mittlere Driftgeschwindigkeit v_D jedes Elektrons. Bei konstanter Magnetfeldstärke \vec{B} bedeutet dies, dass die bewegten Elektronen stärker abgelenkt werden und damit eine größere Ladungstrennung stattfindet. Die Hallspannung wächst demnach an. Bei konstanter Stromstärke I ist auch die mittlere Driftgeschwindigkeit v_D konstant. Die ablenkende Lorentzkraft ist proportional zur Magnetfeldstärke \vec{B} , damit auch die Ladungstrennung und die Hallspannung.

c) Durch diese Lorentzkraft \vec{F}_L senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Magnetfeldrichtung auf alle driftenden Leitungselektronen kommt es zu einer Ladungsverschiebung. Dies führt zur Hallspannung U_H am Leiterplättchen quer zur Stromrichtung und damit zu einem elektrischen Feld, dessen Kraftwirkung \vec{F}_{el} auf die Elektronen der Lorentzkraftwirkung entgegengesetzt ist.

Auf ein Leitungselektron, welches sich nun mit der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D durch das Leiterplättchen bewegt, wirkt demnach die vom Magnetfeld verursachte Lorentzkraft \vec{F}_L sowie zusätzlich die obige elektrische Kraft \vec{F}_{el} .

Nach Ausbildung des Gleichgewichts zwischen Lorentzkraft und elektrischer Kraft bewegt sich das Leitungselektron kräftefrei durch das Leiterplättchen.

Es gilt dabei: $\vec{F}_{el} = -\vec{F}_L$ und damit $|\vec{F}_{el}| = |\vec{F}_L|$. Im Falle der orthogonalen Bewegung zum Magnetfeld gilt $|\vec{F}_L| = q \cdot v_D \cdot B$.

Für die elektrische Kraft \vec{F}_{el} ergibt sich $|\vec{F}_{el}| = q \cdot \frac{U_H}{b}$.

Demnach gilt wegen $|\vec{F}_{el}| = |\vec{F}_L|$: $q \cdot \frac{U_H}{b} = q \cdot v_D \cdot B \Rightarrow U_H = v_D \cdot B \cdot b$.

d) Zur Berechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit werden die Zusammenhänge

$U_H = v_D \cdot B \cdot b$ sowie $U_H = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$ gleichgesetzt. Unter der Voraussetzung, dass der Strom I ausschließlich durch Leitungselektronen hervorgerufen wird, ergibt sich daraus:

$$v_D \cdot B \cdot b = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \Rightarrow v_D = A_H \cdot \frac{I}{b \cdot d}.$$

Für Wismut mit $A_H = 5,0 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{As}}$ ergibt sich bei den Leiterplättchenabmessungen

$b = 0,01 \text{ m}$ und $d = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ sowie der Stromstärke $I = 0,400 \text{ A}$ die mittlere Drift-

geschwindigkeit: $v_D = \frac{5,0 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot 0,400 \text{ A}}{0,01 \text{ m} \cdot 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,80 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Teilaufgabe 3

a) Gegeben: Strom durch die Hallsonde $I = 0,500 \text{ A}$, Dicke der Hallsonde $d = 1,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}$,

Hallkonstante von Indiumarsenit $A_H = 1,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{As}}$, die Stärke der Horizontalkomponente

des Erdmagnetfeldes $B_{\text{hor}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ und die Messgenauigkeit der Hallspannung

$$\Delta U_H = \pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Gesucht: Kann die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes mit dieser Hallsonde auf $\pm 10 \%$ genau bestimmt werden?

Die vom Erdmagnetfeld in dieser Sonde verursachte Hallspannung ergibt sich zu

$$U_H = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \Rightarrow U_H = 1,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{As}} \cdot \frac{0,500 \text{ A} \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}}{1,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ V}.$$

Die relative Messgenauigkeit beträgt bei dieser Gesamthallspannung demnach

$$\frac{\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ V}}{1,1 \cdot 10^{-5} \text{ V}} = \pm 0,045 = \pm 4,5 \% \text{ des Spannungswertes. Wenn alle weiteren Einfluss-}$$

faktoren als genau bekannt vorausgesetzt werden, ist die Messung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes mit dieser Hallsonde mit dieser Genauigkeit möglich.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Auch andere sinnvolle Wege, die Messgenauigkeit der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes mit dieser Hallsonde zu berechnen (z. B. das gegebene ΔU_H in ein ΔB umzurechnen und dann zu vergleichen), sind zulässig.

b) Das Leiterplättchen der Hallsonde wird orthogonal zur Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ausgerichtet und liefert in einer ersten Messung den Wert $U_{H \text{ gem}}(\rightarrow)$ für die Hallspannung. Dann wird das Plättchen um 180° gedreht, so dass die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes nun in umgekehrter Richtung durch das Plättchen greift. Dies liefert einen zweiten Wert $U_{H \text{ gem}}(\leftarrow)$ der Hallspannung (i.d.R. mit anderem Vorzeichen). Der tatsächliche Betrag der Hallspannung ergibt sich dann zu

$$|U_H| = \left| \frac{U_{H \text{ gem}}(\rightarrow) - U_{H \text{ gem}}(\leftarrow)}{2} \right|.$$

Der nicht abgeglichene Nullpunkt der Spannungsmessungen macht den einen gemessenen Wert zu groß und den anderen gemessenen Wert zu klein. Bei der Differenzbildung fällt er aber weg.

Teilaufgabe 4

a) Gemäß dem klassischen Halleffekt gilt für den Hallwiderstand

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{A_H}{d} \cdot B \Rightarrow R_H \sim B, \text{ es wäre also im Diagramm eine Gerade der Messwerte}$$

durch den Ursprung zu erwarten.

Beobachtet werden im Diagramm allerdings nach einem anfänglichen proportionalen Verlauf bei stärkerem Magnetfeld ein Auftreten von Plateaus und dazwischen steile Anstiege. Dies bedeutet, dass bei stärkeren Magnetfeldern der Hallwiderstand nicht mehr proportional zu B ist.

b) Das Auftreten der Abweichungen vom proportionalen Verlauf beginnt etwa bei einer Magnetfeldstärke von $B \approx 1,2 \text{ T} \dots 1,5 \text{ T}$.

c) Die Maßeinheit von $\frac{h}{e^2}$ bestimmt sich zu $\frac{[h]}{[e^2]} = \frac{1 \text{ Js}}{1 \text{ A}^2 \text{ s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{As}} \cdot \frac{1}{\text{A}} = 1 \text{ V} \cdot \frac{1}{\text{A}} = 1 \Omega$.

$$\text{Der Wert von } \frac{h}{e^2} \text{ beträgt } \frac{h}{e^2} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As})^2} = 2,582 \cdot 10^4 \Omega.$$

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	gibt das der Definition zugrunde liegende physikalische Phänomen an.	3			
a2)	erläutert die in den Zusammenhang für $ \vec{B} $ eingehenden Größen.	2			
b)	gibt die Richtungsregel für die magnetische Kraft bei gegebener Strom- und Magnetfeldrichtung an.	3			
c1)	beschreibt anhand einer beschrifteten Skizze einen möglichen Versuchsaufbau zur Messung der magnetischen Feldstärke des Hufeisenmagneten mit dem in Abbildung 2 dargestellten Material.	6			
c2)	erläutert die Versuchsdurchführung.	4			
c3)	gibt an, wie die magnetische Feldstärke bestimmt werden kann.	1			
d)	erläutert, wo bei der direkten Magnetfeldmessung anhand der Definition mit größeren Ungenauigkeiten zu rechnen ist.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (23)					
	Summe Teilaufgabe 1	23			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	erklärt anhand der Abbildung 4 qualitativ das Zustandekommen der Hallspannung an einem Metallplättchen im Magnetfeld.	4			
b)	begründet die Proportionalität von U_H zu I und $ \vec{B} $ qualitativ anhand der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D der Leitungselektronen im Plättchen.	6			
c1)	leitet den Zusammenhang zwischen der Hallspannung U_H , der mittleren Driftgeschwindigkeit v_D , der Magnetfeldstärke $ \vec{B} $ und der Plättchenbreite b anhand eines geeigneten Kraftansatzes her.	5			
c2)	erläutert sein Vorgehen bei der Herleitung.	2			
d)	bestimmt die mittlere Driftgeschwindigkeit der Leitungselektronen für diese Stromstärke für die angegebene Annahme.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (21)					
	Summe Teilaufgabe 2	21			

Teilaufgabe 3

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	zeigt, dass es mit der beschriebenen Hallsonde möglich ist, die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes mit einer Messgenauigkeit von mindestens $\pm 10\%$ zu bestimmen.	5			
b1)	beschreibt ein Vorgehen für die Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes, bei dem durch zweimaliges Messen ein Nullabgleich der Hallsonde entfallen kann.	3			
b2)	begründet dieses Vorgehen.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (10)					
	Summe Teilaufgabe 3	10			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	beschreibt, worin das abweichende Verhalten des Hallwiderstands besteht.	3			
a2)	erläutert, warum dieses Verhalten dem klassischen Halleffekt widerspricht.	3			
b)	gibt einen ungefähren Wert der Magnetfeldstärke B an, ab welchem es bei der in Abbildung 5 dargestellten Messung zu deutlichen Abweichungen vom klassischen Halleffekt kommt.	1			
c1)	zeigt, dass die Naturkonstante $\frac{h}{e^2}$ die Maßeinheit eines elektrischen Widerstands besitzt.	2			
c2)	bestimmt den Wert von $\frac{h}{e^2}$.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (11)					
	Summe Teilaufgabe 4	11			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktzahl aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktzahl aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktzahl resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Die elektromagnetische Induktion

Teilaufgabe 1

Eine langgestreckte, luftgefüllte Feldspule der Länge $l = 60$ cm hat $n_f = 8000$ Windungen. Sie besitzt einen Luftspalt, durch den eine Induktionsspule in ihr Inneres eingeschoben werden kann. Durch einen Strom I wird im Inneren der Feldspule ein Magnetfeld der Stärke $B = 4,2$ mT erzeugt (siehe Abbildung 1).

a) Berechnen Sie die dafür notwendige Stromstärke.

In das Spuleninnere wird eine rechteckige Induktionsspule mit $n_i = 500$ Windungen, einer Breite von $d = 5$ cm und einer Masse von $m = 38$ g senkrecht zu den magnetischen Feldlinien teilweise eingeschoben und zunächst an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen, die einen Strom der Stärke $I = 750$ mA durch die Induktionsspule fließen lässt.

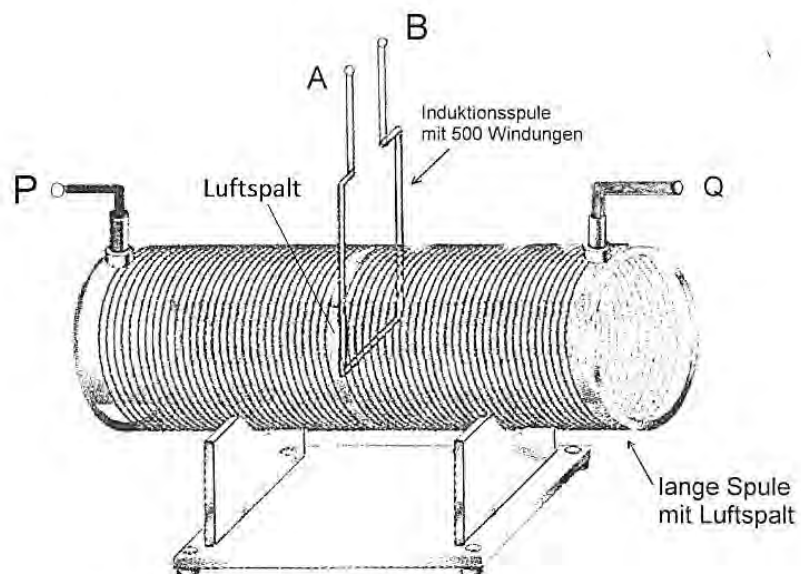


Abbildung 1:
Spule mit eingeschobener
Induktionsspule
(Hinweis: A und B sind die
Anschlüsse der Induktions-
spule, P und Q sind die An-
schlüsse der Feldspule.)



Name: _____

b) *Geben Sie an, in welche Richtung die Elektronen im unteren Teilstück der Induktionsspule fließen müssen, damit die Induktionsspule durch die magnetische Feldkraft nach unten gezogen wird.*

Nehmen Sie dazu an, dass die magnetischen Feldlinien im Inneren der Feldspule in Abbildung 1 von links nach rechts verlaufen.

c) *Berechnen Sie bei dieser Stromrichtung den Betrag der gesamten auf die Induktionsspule nach unten wirkenden Kraft.*

d) Die Gleichspannungsquelle wird nun von der Induktionsspule getrennt, ihre Anschlüsse A und B bleiben offen. Die Induktionsspule wird an einer Schraubenfeder aufgehängt, nach unten ausgelenkt und losgelassen. Dadurch führt sie eine harmonische, ungedämpfte Schwingung der Periodendauer $T = 0,5 \text{ s}$ im Magnetfeld mit der Feldstärke $B = 4,2 \text{ mT}$ aus. Dabei bleibt der obere Teil der Induktionsspule stets außerhalb, der untere Teil stets innerhalb des Magnetfeldes.

Die Gleichung für den Geschwindigkeitsverlauf der Induktionsspule während der Schwingung lautet:

$$v(t) = 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin(\omega t).$$

Berechnen Sie den Scheitelwert der zwischen A und B induzierten Spannung.

(14 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2

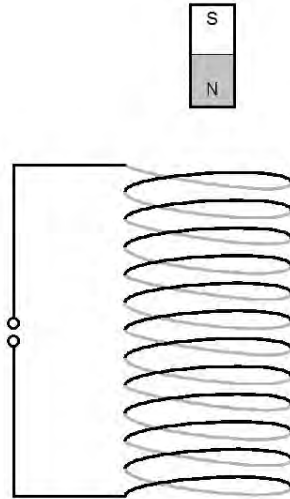


Abbildung 2: Stabmagnet fällt durch Spule

Ein Stabmagnet fällt längs der Spulenachse durch eine kurze Spule (siehe Abbildung 2). Dabei wird mit einem Oszilloskop der zeitliche Spannungsverlauf an der Spule gemessen.

- a) Erläutern Sie, weshalb bei diesem Vorgang eine Spannung auftritt.
- b) Begründen Sie, welche der folgenden Kurven den Spannungsverlauf am besten beschreibt (siehe Abbildung 3).

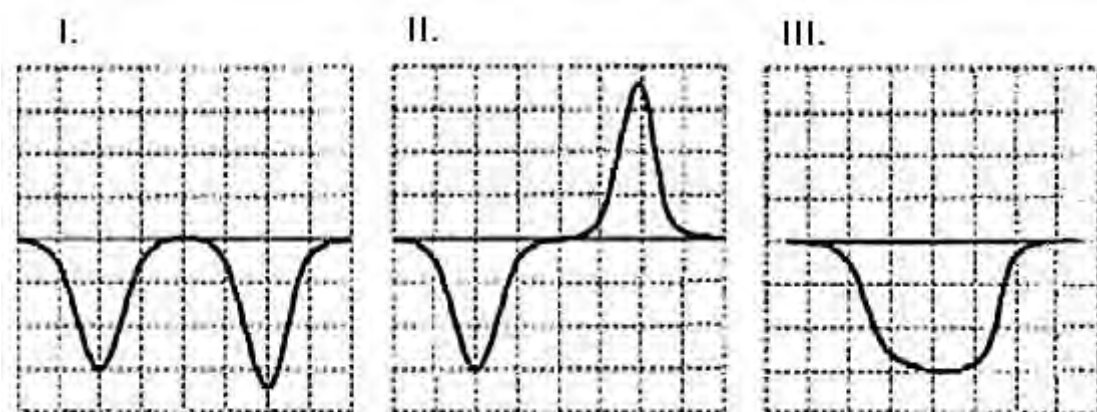


Abbildung 3: Verschiedene Spannungsverläufe

Hinweis: In den drei Verläufen ist jeweils nach oben die gemessene Spannung über der Zeit aufgetragen.



Name: _____

c) Beschreiben Sie zwei Änderungen des Graphen, wenn der Magnet aus einer größeren Höhe durch die Spule fallen gelassen wird, und begründen Sie die Änderungen.

(12 Punkte)

Teilaufgabe 3

Im Inneren einer langgestreckten, zylindrischen Feldspule mit $n_f = 5000$ Windungen und einer Länge von $l = 60$ cm befindet sich eine Induktionsspule mit quadratischem Querschnitt und $n_i = 200$ Windungen und der Seitenlänge $a = 3,0$ cm. Die Spulen sind luftgefüllt, ihre Achsen fallen zusammen.

Die Abbildung 4 zeigt, wie die Stromstärke I in der Feldspule von der Zeit t abhängt.

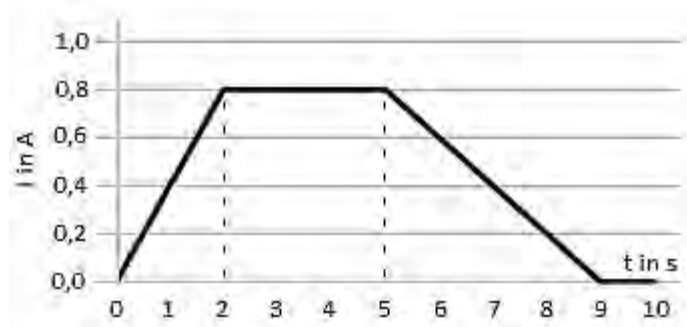


Abbildung 4: Stromstärkeverlauf in der Feldspule

a) Berechnen Sie die maximal erreichte magnetische Feldstärke B in der Feldspule.

(Kontrolle: $B = 8,4 \cdot 10^{-3}$ T)

b) Erläutern Sie, warum in manchen Zeitabschnitten eine Induktionsspannung an der Induktionsspule gemessen wird und in anderen nicht, und geben Sie die Zeitabschnitte an.

c) Berechnen Sie jeweils die Induktionsspannung U_{ind} und zeichnen Sie ein Diagramm, das den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung im Zeitintervall 0 s bis 9 s darstellt.

(14 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4

In einer Versuchsanordnung der Abbildung 5 befinden sich zwischen den Punkten P und Q zwei begrenzte magnetische Felder mit unterschiedlichen Magnetfeldstärken B_1 und B_2 .

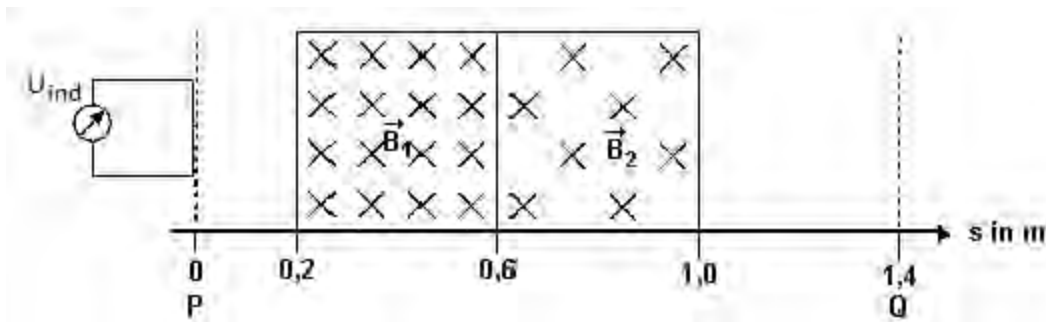


Abbildung 5: Versuchsanordnung mit zwei Magnetfeldern

Die Stärken der beiden Magnetfelder betragen $B_1 = 0,80 \text{ T}$ und $B_2 = 0,40 \text{ T}$. Eine Spule mit quadratischem Querschnitt, der Seitenlänge $d = 0,20 \text{ m}$ und $n = 100$ Windungen wird mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 0,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ von P nach Q durch die Anordnung bewegt. Die Anschlüsse der Spule sind mit einem Spannungsmessgerät verbunden (siehe Abbildung 5). Die Bewegung der Spule beginnt wie abgebildet bei Punkt P zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \text{ s}$ und endet, wenn die Vorderkante der Spule den Punkt Q erreicht.

- Berechnen Sie die jeweilige Induktionsspannung U_{ind} in den einzelnen Phasen der Bewegung.
- Zeichnen Sie ein t - U_{ind} -Diagramm für die Bewegung der Spule von P nach Q und erläutern Sie die einzelnen Phasen kurz.

(16 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 5

In einem Experiment lässt man einen Magneten erst durch ein Kupferrohr fallen und danach durch ein Aluminiumrohr gleicher Abmessungen.

Beschreiben Sie qualitativ, wie der Magnet in beiden Rohren fällt und worauf der Unterschied zwischen den beiden Fallbewegungen zurückzuführen ist.

(9 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung eines Demonstrationsexperiments

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Die elektromagnetische Induktion

(65 Punkte)

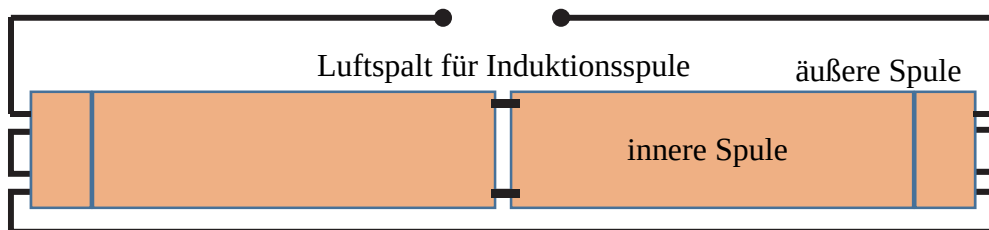
Hinweis: Kombinierbar entweder mit 1NT 3 oder 1NT 4

3. Materialgrundlage

Bei der Durchführung des Demonstrationsexperiments in Teilaufgabe 1 kann die in vielen Physiksammlungen vorhandene lange Spule mit Luftspalt mit insgesamt 8000 Windungen benutzt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Anschlüsse der Spule korrekt angeschlossen werden.

Versuchsmaterial und -aufbau

Durch die Feldspule darf nur eine Stromstärke von maximal $I = 100 \text{ mA}$ fließen. Es ist daher notwendig, ein Amperemeter in den Stromkreis einzubauen.



Anschlussplan der Spule (von oben betrachtet), wenn innere und äußere Wicklung in Reihe geschaltet werden, um die volle Windungszahl von 8000 Windungen zu benutzen

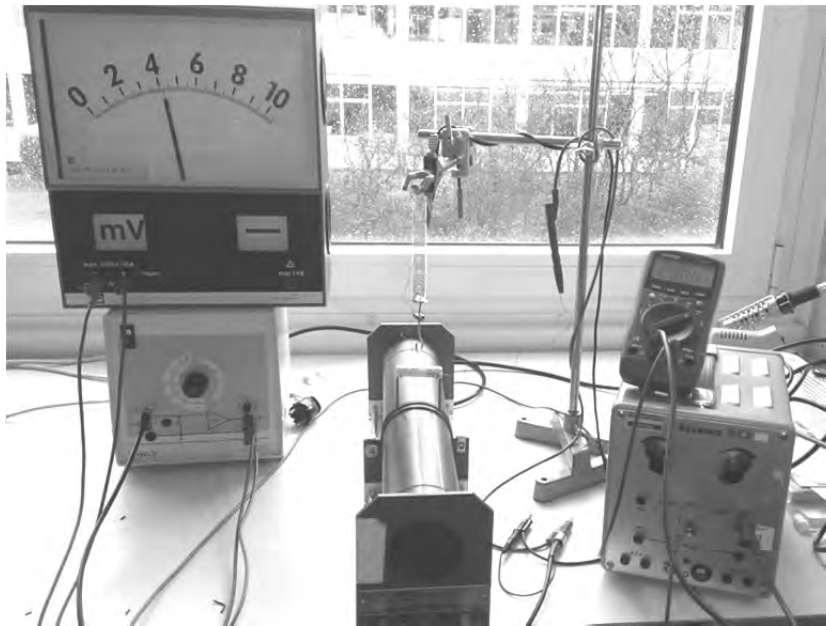
Um die Kraft, die auf den Rahmen wirkt, zu zeigen, kann die Induktionsspule an einen Kraftmesser gehängt werden. Alternativ kann auch ein empfindlicher elektrischer Kraftsensor verwendet werden, der an ein Messwerterfassungssystem angeschlossen ist.

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

Für den letzten Teil der Teilaufgabe 1 sollte der Kraftmesser durch eine nicht allzu starke Feder ersetzt werden, so dass der Rahmen so schwingt, dass der obere Teil stets außerhalb und der untere Teil stets innerhalb des Magnetfeldes bleibt.

Die Anschlüsse der Induktionsspule werden mit einem Leistungsverstärker oder Messverstärker verbunden, da die entstehende Induktionsspannung relativ klein ist (etwa $\pm 0,04$ mV). Das angeschlossene Zeigermessinstrument sollte eine Mittelstellungsanzeige haben, um die Schwingung vollständig sichtbar zu machen.

Das nachfolgende Bild zeigt den Gesamtaufbau:



Die anderen Versuche der weiteren Teilaufgaben müssen nicht demonstriert werden.

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Elektromagnetische Induktion, Induktionsgesetz mit zeitlicher Veränderung von A und B
- Magnetisches Feld, magnetische Feldgröße B , Lorentzkraft (Stromwaage)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Modellösungen

Die jeweilige Modellösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modellösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

- a) Die magnetische Feldkonstante μ_0 ist gegeben, die Permeabilitätszahl μ_r ist bei einer luftgefüllten Spule praktisch 1, Windungszahl n_f , Länge l und Stärke des Magnetfeldes B sind gegeben.

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \frac{n_f}{l}$$

Man kann die Gleichung nach der Stromstärke I auflösen und die Werte einsetzen.

Das Ergebnis ist etwa $I = 250$ mA.

- b) Die Polung findet man mit der Drei-Finger-Regel der linken Hand heraus. Nimmt man an, dass der Elektronenstrom im unteren Teil der Spule von hinten nach vorne (aus der Zeichenebene heraus) fließt, so zeigt der Daumen in dieselbe Richtung, der Zeigefinger (steht für die Richtung des Magnetfeldes) zeigt von links nach rechts. Damit weist der Mittelfinger in die Richtung der Lorentzkraft, hier also nach unten. Die Annahme war also richtig, dass der Elektronenstrom von hinten nach vorne fließen muss, damit die Induktionsspule nach unten gezogen wird. (Bei Betrachtung mit der Drei-Finger-Regel der rechten Hand für die technische Stromrichtung ergibt sich dasselbe Ergebnis.)

- c) Die gesamte nach unten wirkende Kraft setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:
- der Gewichtskraft, die auf die Induktionsspule auch ohne Magnetfeld und Stromstärke in der Feldspule wirkt,
 - der magnetischen Feldkraft.

Die Gewichtskraft ist $F_G = m \cdot g$, was 0,373 N ergibt.

Die Größe der magnetischen Feldkraft hängt von der Stromstärke in der Induktionsspule ($I = 750$ mA), der magnetischen Feldstärke B , der Windungszahl der Induktionsspule ($n_i = 500$) und der Breite d ab.

Dabei gilt: $F_L = I \cdot B \cdot n_i \cdot d$.

Mit den bekannten Werten ergibt sich $F_L = 0,75 \text{ A} \cdot 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 500 \cdot 0,05 \text{ m}$ und somit als magnetische Kraft $F_L = 0,079 \text{ N}$.

Die gesamte nach unten wirkende Kraft ist also:

$$F_{\text{ges}} = F_G + F_L = 0,373 \text{ N} + 0,079 \text{ N} = 0,45 \text{ N}.$$

- d) Mit dem zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit kann man den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung berechnen und damit den Scheitelwert der Induktionsspannung. Der zeitliche Verlauf der Induktionsspannung ergibt sich aus dem Induktionsgesetz für den Fall, dass sich die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche A der Induktionsspule ändert:

$$\begin{aligned} U_i(t) &= -n \cdot \dot{\Phi} = -n \cdot \dot{A} \cdot B = -n \cdot B \cdot \frac{dA}{dt} = -n \cdot B \cdot d \cdot v(t) \\ &= -n \cdot B \cdot d \cdot 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin(\omega t) = -U_0 \cdot \sin(\omega t) \end{aligned}$$

Alle konstanten Faktoren, die vor dem Sinusausdruck stehen, bestimmen den Scheitelwert der induzierten Spannung.

Mit den gegebenen Werten ergibt sich ein Scheitelwert der Induktionsspannung von $U_0 = 40 \text{ mV}$.

Teilaufgabe 2

- a) Ein Stabmagnet ist von einem Magnetfeld umgeben. Fällt er durch die Spule, so ändert sich der magnetische Fluss Φ in der Spule. Die zeitliche Änderung dieses magnetischen Flusses führt nach dem Induktionsgesetz zu einer Induktionsspannung an den Spulenden.
- b) Beim Eintauchen des Stabmagneten in die Spule nimmt der magnetische Fluss zu. Ist der Stabmagnet ganz in der Spule, ändert sich der magnetische Fluss nicht. Dann ist die induzierte Spannung 0. Kurve III kommt daher nicht in Betracht. Beim Verlassen der Spule nimmt der magnetische Fluss ab. Es entsteht wieder eine Induktionsspannung – aber mit umgekehrtem Vorzeichen wie beim Eintauchen. Kurve I berücksichtigt dies nicht. Also beschreibt Kurve II den Spannungsverlauf am besten.

- c) Fällt der Magnet aus einer größeren Höhe, so hat er beim Eintritt in die Spule eine größere Geschwindigkeit erreicht, er durchfällt die Spule schneller und hat auch eine größere Geschwindigkeit, wenn er die Spule wieder verlässt.

Es entsteht also eine betragsmäßig größere Induktionsspannung (die Peaks werden höher). Eintauchen und Herausfallen erfolgen aber in kürzerer Zeit als zuvor, d. h., die Peaks werden schmaler. Zudem ist der Magnet eine kürzere Zeit in der Spule, die Peaks rücken also auch noch enger zusammen.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Andere Beschreibungen von Änderungen, die sachlich richtig sind, werden ebenfalls mit der vollen Punktzahl bewertet.

Teilaufgabe 3

- a) Die maximale Stärke des magnetischen Feldes ergibt sich bei der maximalen Stromstärke ($I = 0,8 \text{ A}$). Für eine langgestreckte Spule gilt:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n_f}{l} \cdot I.$$

Setzt man die gegebenen Werte in die Gleichung ein, so erhält man:

$$B = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

- b) Nur, wenn sich die Stärke des magnetischen Feldes in der felderzeugenden Spule verändert, kann in der zweiten Spule eine Spannung induziert werden.

Dazu muss sich die Stromstärke I ändern. Eine Induktionsspannung entsteht also zwischen 0 s und 2 s und dann noch einmal zwischen 5 s und 9 s. Zwischen 2 s und 5 s ist die Stromstärke konstant, hier tritt keine Induktionsspannung auf.

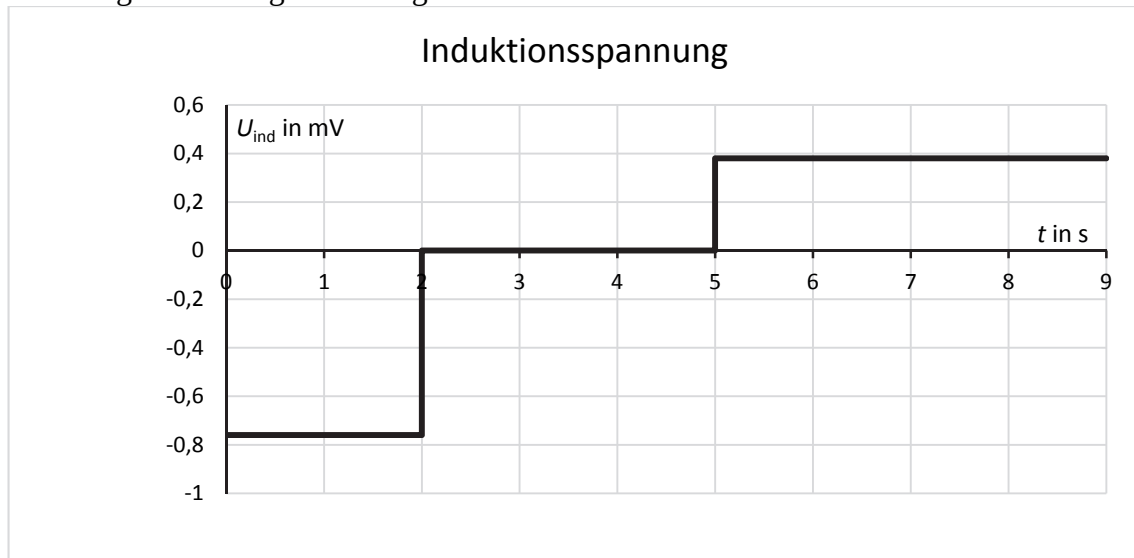
- c) Für die induzierte Spannung gilt (Spulenindex i steht für die Induktionsspule, Spulenindex f für die Feldspule):

$$U_{\text{ind}} = -n_i \cdot \dot{\Phi} = -n_i \cdot \dot{B} \cdot A = -n_i \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_f}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot A.$$

Mit den gegebenen Werten ergibt sich:

t in s	U_{ind} in mV
0 bis 2	-0,75
2 bis 5	0,00
5 bis 9	0,38

Damit ergibt sich folgendes Diagramm:



Teilaufgabe 4

- a) Zunächst bewegt sich die Spule auf das Magnetfeld zu. Nach einer gewissen Zeit taucht die Spule in das Magnetfeld ein.

Die vom Magnetfeld senkrecht durchsetzte Fläche verändert sich dabei, der magnetische Fluss verändert sich daher auch. Solange die Spule nicht ganz im Magnetfeld ist, sich die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche also ändert, tritt diese Spannung auf.

Eine Induktionsspannung tritt also immer dann auf, wenn die Spule in das Magnetfeld eindringt oder das Magnetfeld verlässt. Wird die Spule ganz außerhalb des Feldes bewegt oder bewegt sie sich ganz im Magnetfeld, tritt keine Induktionsspannung auf. Eine Induktionsspannung tritt also immer nur dann auf, wenn der Anteil der Spulenfläche, der vom Magnetfeld durchsetzt wird, sich verändert.

Aus dem Induktionsgesetz ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot d \cdot v \cdot B = -n \cdot d \cdot \frac{\Delta d}{\Delta t} \cdot B = -n \cdot \frac{d \cdot \Delta d}{\Delta t} \cdot B = -n \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B .$$

Bei gegebener Windungszahl n und gegebenem, homogenem Magnetfeld B bestimmt also die Flächenänderungsrate $\Delta A / \Delta t$, wie groß die Induktionsspannung U_{ind} wird.

Die Berechnung der jeweiligen Induktionsspannung erfolgt nachfolgend in den jeweiligen Zeitabschnitten.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Alternativ ist auch eine Erklärung über die Leiterbewegung und die Lorentzkraft möglich.

Erläuterung des Diagrammverlaufs und Berechnung der nötigen Größen:

0 s < t < 2 s

Es dauert zwei Sekunden, bis die rechte Spulenseite den linken Rand des Magnetfeldes erreicht. Während dieser Zeit tritt noch keine Induktionsspannung auf.

2 s < t < 4 s

Während dieser zwei Sekunden taucht die Spule ganz in das Feld der Feldstärke B_1 ein (die Induktionsspule ist 0,20 m lang und bewegt sich mit 0,10 m/s, die Querschnittsfläche der Induktionsspule ist $0,04 \text{ m}^2$). Die Induktionsspannung während dieses Zeitraumes ist:

$$U_{\text{ind1}} = -n \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B_1 = -100 \cdot \frac{0,04 \text{ m}^2}{2 \text{ s}} \cdot 0,8 \text{ T} = -1,6 \text{ V}.$$

4 s < t < 6 s

In dieser Phase ist die Induktionsspule ganz im Feld B_1 . Die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche ändert sich nicht, daher tritt in diesem Zeitintervall auch keine Induktionsspannung auf.

6 s < t < 8 s

Die Induktionsspule geht in diesen zwei Sekunden vom Feld B_1 in das Feld B_2 über. Da das Magnetfeld B_2 schwächer ist als B_1 , nimmt der magnetische Fluss in der Spule diesmal ab. Wegen der konstanten Geschwindigkeit ergibt sich eine konstante Induktionsspannung, jedoch mit umgekehrter Polung im Vergleich zum Zeitintervall zwischen 2 s und 4 s.

Für diesen Abschnitt gilt:

$$U_{\text{ind2}} = -n \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A = -100 \cdot \frac{0,4 \text{ T} - 0,8 \text{ T}}{2 \text{ s}} \cdot 0,04 \text{ m}^2 = 0,8 \text{ V}.$$

8 s < t < 10 s

In diesem Zeitraum ist die Spule ganz im Feld B_2 und es gibt keine Induktionsspannung.

10 s < t < 12 s

Nun verlässt die Spule das Feld B_2 . Der magnetische Fluss nimmt noch einmal ab. Es gilt:

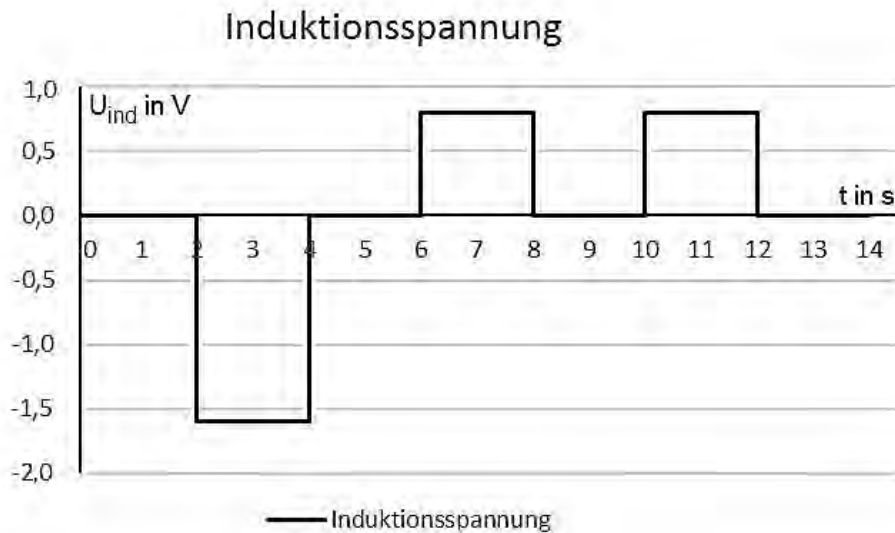
$$U_{\text{ind3}} = -n \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B = -100 \cdot \frac{0,04 \text{ m}^2}{2 \text{ s}} \cdot (-0,4 \text{ T}) = 0,8 \text{ V}.$$

12 s < t < 14 s

Die Spule hat den Feldbereich verlassen, es gibt keine Induktionsspannung mehr.

- b) Die zugehörigen Erläuterungen sind unter den jeweiligen Zeitintervallen der Teilaufgabe a) angegeben.

t - U_{ind} -Diagramm für die Bewegung der Spule von P nach Q



Teilaufgabe 5

Fällt ein Magnet durch ein Metallrohr, so durchsetzt dabei auch sein Magnetfeld das Rohr. Damit ändert sich die Stärke des Magnetfeldes an der jeweiligen Stelle des Rohres mit der Zeit, wodurch ein Strom in diesem Rohrbereich induziert wird, der seinerseits ein Magnetfeld erzeugt. Gemäß der Lenz'schen Regel wirkt dieses Feld seiner Ursache, der Fallbewegung, entgegen, die dadurch gehemmt wird. Der Magnet durchfällt die beiden Rohre also langsamer, als wenn er außerhalb der Rohre frei fiel. Die Bremswirkung ist so groß, dass sich der Magnet, anders als beim freien Fall, fast unmittelbar nach dem Loslassen mit einer konstanten Geschwindigkeit relativ langsam nach unten bewegt.

In dem Kupferrohr ist der elektrische Widerstand des Kupfers geringer als in dem Aluminiumrohr. Dadurch ist die Stärke des induzierten Stroms im Kupferrohr größer und das dadurch erzeugte Magnetfeld stärker als im Aluminiumrohr. Demnach ist die Hemmung im Kupferrohr stärker als im Aluminiumrohr. Der Magnet durchfällt das Aluminiumrohr also schneller als das Kupferrohr.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
a)	berechnet die notwendige Stromstärke.	2			
b)	gibt die Flussrichtung der Elektronen an.	3			
c)	berechnet den Betrag der Gesamtkraft.	3			
d)	berechnet den Scheitelwert der induzierten Spannung.	6			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (14)					
Summe Teilaufgabe 1		14			

Teilaufgabe 2

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	erläutert, weshalb eine Spannung auftritt.	2			
b)	begründet, welche Kurve den Spannungsverlauf beschreibt.	4			
c)	beschreibt und begründet zwei mögliche Änderungen.	6			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (12)					
Summe Teilaufgabe 2		12			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	berechnet die maximal erreichte magnetische Feldstärke.	2			
b)	erläutert, warum in manchen Zeitabschnitten eine Spannung auftritt und in manchen nicht, und gibt die Zeitabschnitte an.	2			
c)	berechnet die jeweiligen Induktionsspannungen und zeichnet ein Diagramm.	10			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (14)					
.....					
.....					
Summe Teilaufgabe 3		14			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	berechnet die Induktionsspannungen in den einzelnen Phasen.	10			
b1)	zeichnet das $t-U_{ind}$ -Diagramm.	4			
b2)	erläutert die einzelnen Phasen.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (16)					
.....					
.....					
Summe Teilaufgabe 4		16			

Teilaufgabe 5

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	beschreibt die Fallbewegungen und die Ursache des Unterschieds.	9			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (9)					
.....					
.....					
Summe Teilaufgabe 5		9			

Summe insgesamt	65			
------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Spektren von Eielektronensystemen im Sternenlicht

Die beiden im Universum am häufigsten vorkommenden Elemente sind Wasserstoff und Helium. Die Spektrallinien dieser beiden Elemente in Emissions- und Absorptionsspektren liefern in der Astronomie wichtige Informationen über die physikalischen Eigenschaften ferner Sterne.

Aus Laborversuchen ist das Emissionsspektrum des Wasserstoffs seit langem bekannt und insbesondere konnte es vor ca. 100 Jahren mit Hilfe des Bohr'schen Atommodells quantitativ erklärt werden.

Teilaufgabe 1

Das Bohr'sche Atommodell von 1913 basiert auf dem kurz zuvor von E. Rutherford formulierten Kern-Hülle-Atommodell und ergänzt dieses um zwei Zusatzregeln, die Bohr'schen Postulate.

- a) *Beschreiben Sie den Aufbau eines Atoms im Rahmen des Rutherford'schen Kern-Hülle-Atommodells.*
- b) *Geben Sie die zwei Bohr'schen Postulate an und erläutern Sie die durch diese Postulate behobenen Widersprüche des Rutherford'schen Kern-Hülle-Atommodells.*

(12 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2

- a) Für das Elektron im Wasserstoffatom ergibt sich im Rahmen der klassischen Physik zusammen mit dem ersten Bohr'schen Postulat der folgende Term für seine Gesamtenergie:

$$E_n = - \frac{e^4 \cdot m_e}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

Geben Sie den Kraft- und den Energieansatz zur Herleitung dieser Energieformel an, erläutern Sie diese Ansätze und beschreiben Sie das weitere Vorgehen bis zur fertigen Formel.

Hinweis: Sie brauchen die Herleitung nicht komplett durchzuführen.

- b) Die Gesamtenergie des Elektrons im Wasserstoffatom in der Maßeinheit Elektronenvolt (eV) ergibt sich nach Einsetzen der Konstanten in obige Formel zu

$$E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

Zeichnen Sie ein maßstabgerechtes Energieniveauschema des Wasserstoffatoms (Beschriftung der Energieachse in eV), welches die Zustände bis $n = 4$ enthält, und zeichnen Sie alle 6 möglichen Übergänge in das Niveauschema ein.

- c) *Zeigen Sie, dass die beiden auf dem Energieniveau E_2 endenden Übergänge des in Teilaufgabe 2 b) gezeichneten Niveauschemas im Bereich des sichtbaren Lichts (d. h. bei $350 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$) liegen.*

- d) Das Spektrum unserer Sonne zeigt im sichtbaren Bereich auf den ersten Blick ein Kontinuum von Licht aller sichtbaren Wellenlängen. Bereits im Jahr 1814 entdeckte der Optiker J. v. Fraunhofer dunkle Linien im Sonnenspektrum und untersuchte in der Folge diese Linien sehr gründlich. Insbesondere bestimmte er deren Wellenlängen sehr genau. Die Abbildung 1 zeigt einen Überblick über die Fraunhoferlinien im Sonnenspektrum. Später stellte sich heraus, dass die Wellenlängen der meisten Fraunhoferlinien denen aus Emissionsspektren bekannter Elemente entsprachen.



Name: _____

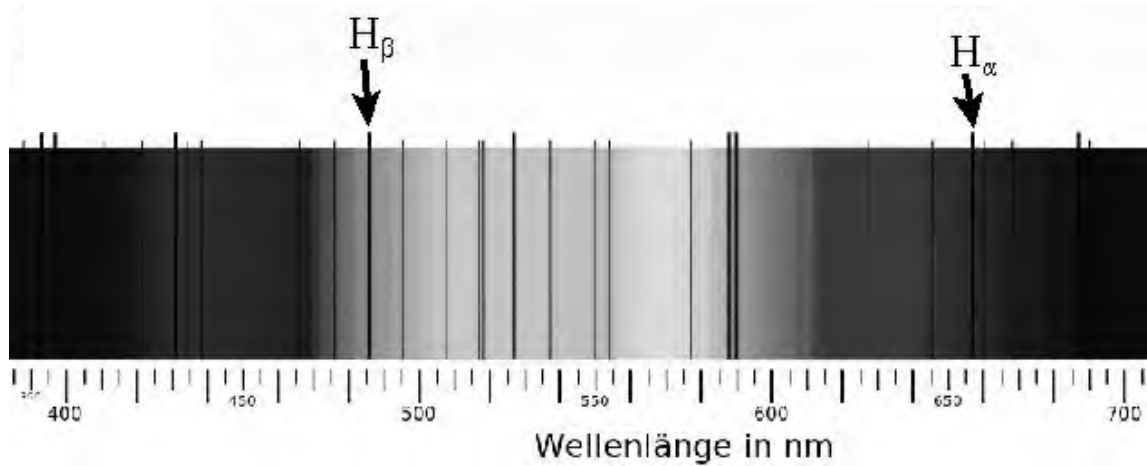


Abbildung 1: Die Fraunhoferlinien im Sonnenspektrum

Erklären Sie das Auftreten der dunklen Linien im ansonsten kontinuierlichen Sonnenspektrum.

- e) *Bestimmen Sie die Wellenlängen der beiden in Abbildung 1 mit H_α und H_β bezeichneten Fraunhoferlinien und zeigen Sie, dass sie Emissionslinien des atomaren Wasserstoffs entsprechen.*

(28 Punkte)

Teilaufgabe 3

Das Bohr'sche Atommodell beschreibt nicht nur das Wasserstoffatom zutreffend, sondern ist auch auf andere Einelektronensysteme anwendbar. Im Allgemeinen sind die Energieniveaus des $(Z - 1)$ -fach positiv geladenen Ions mit Kernladungszahl Z gegeben durch den Zusammenhang

$$E_n(Z) = - \frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

- a) *Begründen Sie den Faktor Z^2 in der Formel.*

Hinweis: Eine Herleitung des Faktors ist nicht erforderlich.



Name: _____

- b) Die n -te Spektralserie eines Einelektronensystems umfasst alle Emissionslinien, die auf den Endzustand mit der Quantenzahl n gehen.

Zeigen Sie, dass die Übergangsenergien $\Delta E_{m \rightarrow n} = E_m - E_n$ der n -ten Spektralserie im

Energieintervall zwischen $E_{\min}(n) = \frac{e^4 \cdot m_e}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2}$ und

$E_{\max}(n) = \frac{e^4 \cdot m_e}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2}$ liegen, und geben Sie insbesondere an, durch welchen Übergang die obere Grenze dieses Energieintervalls definiert wird.

- c) Im Fall des Wasserstoffatoms ($Z=1$) bezeichnet man die Spektralserie für $n=1$ als „Lyman-Serie“.

Begründen Sie rechnerisch, dass alle Übergänge der Lyman-Serie im nicht sichtbaren UV-Bereich ($\lambda < 350 \text{ nm}$) liegen.

(14 Punkte)

Teilaufgabe 4

Sehr heiße, massereiche Sterne schleudern am Ende ihres Lebenszyklus große Mengen Materie ins All. Diese Materie umgibt den eigentlichen Stern schließlich als Nebel. Man bezeichnet diese seltenen Objekte als „Wolf-Rayet-Sterne“. Ein erheblicher Anteil des herausgeschleuderten Materials ist Helium.

- a) Die Oberflächentemperatur eines Wolf-Rayet-Sterns ist so hoch, dass das Helium zu einem hohen Anteil in ionisierter Form vorhanden ist. Ein wesentliches Kriterium für die Identifizierung dieses Sterntyps ist die Existenz von Emissionslinien des einfach ionisierten Heliums He^+ im Spektrum seines Lichts. Es handelt sich beim He^+ -Ion um ein Einelektronensystem.

Begründen Sie anhand der Zusammenhänge aus Teilaufgabe 3 b) rechnerisch, dass He^+ erst ab der 3. Spektralserie Übergänge im sichtbaren Bereich ($350 \text{ nm} - 700 \text{ nm}$) besitzen kann.



Name: _____

b) Die Abbildung 2 zeigt das Spektrum eines mutmaßlichen Wolf-Rayet-Sterns im sichtbaren Bereich.

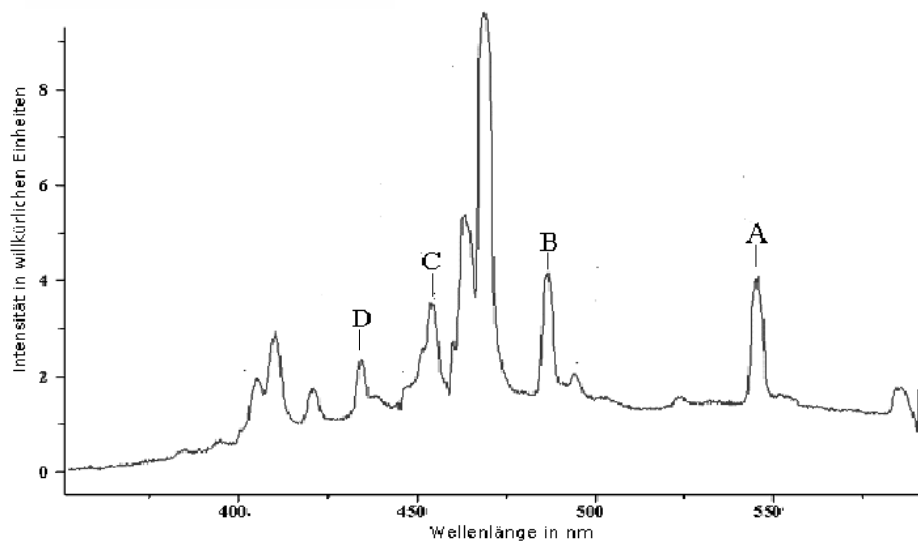


Abbildung 2: Sichtbarer Bereich des Spektrums eines Wolf-Rayet-Sterns
(Quelle: Società Astronomica G.V.Schiaparelli,
<http://www.astrogeo.va.it/astroном/spettri/stelle-wren.htm> – Beschriftung leicht abgeändert)

Bestimmen Sie aus diesem Spektrum die Wellenlängen der vier markierten Linien A bis D und zeigen Sie für zwei dieser Linien, dass sie zur 4. Spektralserie des He^+ gehören.

Hinweis: Untersuchen Sie zunächst den Übergang $n = 7 \rightarrow n = 4$ im He^+ .

(11 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Spektren von Einelektronensystemen im Sternenlicht

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit 1NT 1, 1NT 2 oder 1NT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*

- Atom- und Kernphysik
 - Linienspektren in Absorption und Emission und Energiequantelung des Atoms, Atommodelle (Bohr'sches Atommodell, Beobachtung von Spektrallinien am Gitter)

2. *Medien/Materialien*

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modellösungen

Die jeweilige Modellösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modellösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

a) Das Kern-Hülle-Atommodell nach Rutherford besagt, dass nahezu die komplette Masse eines Atoms in einem sehr kleinen Raumbereich, dem Atomkern, im Zentrum des Atoms konzentriert ist. Der Atomkern ist elektrisch positiv geladen. Die im Vergleich dazu sehr leichten, negativ geladenen Elektronen umkreisen den Atomkern und werden von dessen elektrischer Anziehung auf der Bahn gehalten. Sie bilden so die fast masselose Atomhülle, die praktisch das komplette Atomvolumen ausmacht.

Ein Atom ist im Normalzustand nach außen elektrisch neutral, d. h., die Summe der negativen Elektronenladungen in der Atomhülle entspricht exakt der positiven Ladung im Atomkern.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Je nach Behandlung des Rutherford'schen Atommodells können alternative, aber gleichwertige Bezeichnungen in der Beschreibung des Atommodells verwendet werden. Auch ein Verweis auf die Protonen und Neutronen im Kern (die vor 100 Jahren noch gar nicht bekannt waren) ist in der Beschreibung nicht als Fehler zu werten.

b) Die beiden Bohr'schen Postulate lauten:

1. Postulat:

Die Elektronen in der Atomhülle bewegen sich auf bestimmten Kreisbahnen strahlungsfrei um den Atomkern im Kreismittelpunkt. Auf diesen strahlungsfreien Bahnen gilt für die Elektronenbahngeschwindigkeiten und Bahnradien der folgende Zusammenhang:

$$m_e \cdot r_n \cdot v_n = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad \text{mit : } n = 1, 2, 3, \dots$$

2. Postulat:

Beim Übergang eines Elektrons von der m -ten auf die n -te Bahn wird ein Lichtquant abgestrahlt bzw. absorbiert, für das gilt: $h \cdot f = |E_n - E_m|$.

Das erste Bohr'sche Postulat ermöglicht es überhaupt erst, dass sich die Elektronen auf stabilen Bahnen bewegen können. Nach der klassischen Physik würden sie auf Kreisbahnen permanent elektromagnetische Strahlung emittieren und damit Energie verlieren. Die jeweilige Bahn wäre nicht stabil und die Elektronen würden in den Kern stürzen. Das zweite Bohr'sche Postulat begründet die Tatsache, dass freie Atome nur Licht diskreter Frequenz bzw. Wellenlänge emittieren bzw. absorbieren können. Auch dies widerspricht den Aussagen der klassischen Physik.

Teilaufgabe 2

a) Zur Herleitung der Gesamtenergie des Elektrons im H-Atom wird zunächst der Kraftansatz für das Elektron auf seiner Kreisbahn aufgestellt. Die Coulombkraft des Atomkerns wirkt als Zentripetalkraft der Kreisbewegung des Elektrons:

$$F_Z = F_{Cb} \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

Auf seiner Kreisbahn ergibt sich die Gesamtenergie des Elektrons aus der Summe der kinetischen Energie und seiner potenziellen Energie im Coulombfeld des Kerns.

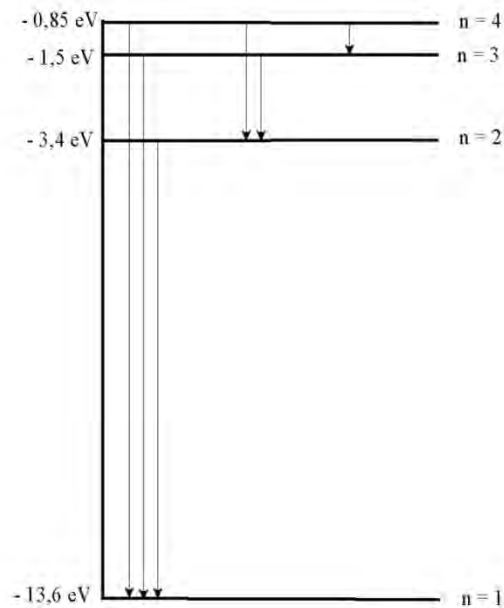
$$E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} \rightarrow E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

Das erste Bohr'sche Postulat stellt eine Bedingung an die Bahngeschwindigkeit v und den Bahnradius r :

$$m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

Zusammen mit dem Kraftansatz lassen sich hieraus für die Bahngeschwindigkeit und den Bahnradius Formeln ableiten, in denen außer Naturkonstanten nur noch die Quantenzahl n vorkommt: $v = v(n)$ und $r = r(n)$. Diese beiden Formeln für v_n und r_n können dann in den Energieansatz des Elektrons eingesetzt werden. Nach Zusammenfassen des Terms erhält man die angegebene Gesamtenergie des Elektrons im H-Atom in Abhängigkeit von den Naturkonstanten und der Quantenzahl n .

b) Niveauschema des H-Atoms bis $n = 4$:



c) Für die beiden Übergänge: $n = 4 \rightarrow n = 2$ und $n = 3 \rightarrow n = 2$ ergeben sich die Übergangsenergien:

$$E_{4 \rightarrow 2} = 3,40 \text{ eV} - 0,850 \text{ eV} = 2,55 \text{ eV} = 4,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{3 \rightarrow 2} = 3,40 \text{ eV} - 1,51 \text{ eV} = 1,89 \text{ eV} = 3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

und daraus die Wellenlängen:

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = \frac{c \cdot h}{E_{4 \rightarrow 2}} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{4,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,88 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 488 \text{ nm}$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{c \cdot h}{E_{3 \rightarrow 2}} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 6,59 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 659 \text{ nm}$$

Beide Wellenlängen liegen im sichtbaren Bereich ($350 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$).

d) Die Sonne emittiert im sichtbaren Bereich elektromagnetischer Strahlung ein Kontinuum aller möglichen Wellenlängen. Diese Abstrahlung findet in alle Raumrichtungen gleich statt. Im Photonenbild bedeutet dies, dass auch in unsere Richtung zunächst Lichtquanten aller möglichen Energien abgestrahlt werden. Auf dem Weg zum Beobachter auf der Erdoberfläche passieren diese Lichtquanten allerdings Raumbereiche, in denen sich

Gasatome befinden. Dies ist insbesondere in der Nähe der Sonnenoberfläche und in der Erdatmosphäre der Fall. Diese Gasatome können aus dem Sonnenlicht Lichtquanten mit gerade passender Energie aufnehmen, in angeregte Zustände übergehen und strahlen beim Rückübergang in den Ausgangszustand entsprechende Lichtquanten wieder ab. Die Wiederabstrahlung findet jedoch in beliebige Raumrichtungen statt und damit fehlen dem Sonnenlicht auf dem Weg zum Beobachter die Lichtquanten, welche die Gasatome zwischenzeitlich angeregt haben. Im Sonnenspektrum findet der Beobachter auf der Erde bei den entsprechenden Wellenlängen (bzw. Energien) fehlende Lichtintensität in Form der Fraunhoferlinien. Die Fraunhoferlinien entsprechen den Anregungsenergien der im Lichtweg Sonne – Beobachter befindlichen Gasatome.

e) Die mit H_α und H_β bezeichneten Fraunhoferlinien liegen im abgebildeten Spektrum

bei den Wellenlängen: $\lambda(H_\alpha) = 657 \text{ nm}$ bzw. $\lambda(H_\beta) = 486 \text{ nm}$.

Dies entspricht recht gut den im Bohr'schen Atommodell berechneten Wellenlängen der Übergänge $n = 3 \rightarrow n = 2$ ($\lambda_{3 \rightarrow 2} \approx 659 \text{ nm}$) bzw. $n = 4 \rightarrow n = 2$ ($\lambda_{4 \rightarrow 2} \approx 488 \text{ nm}$) des atomaren Wasserstoffs (siehe Rechnungen zur Teilaufgabe 2 c)).

Teilaufgabe 3

a) Bei Eielektronensystemen mit Kernladungszahl Z modifiziert sich die Energieformel des Wasserstoffatoms um den Faktor Z^2 .

Dieser zusätzliche Faktor kommt dadurch zustande, dass die Herleitung der Zustandsenergien im Eielektronensystem mit Kernladungszahl Z genauso verläuft wie im Wasserstoffatom. Der Term für die Coulombkraft beim Kraftansatz enthält allerdings nun die Kernladung ($Z \cdot e$) und ebenso die potenzielle Energie im Energieansatz. Bei der weiteren Herleitung der Energieformel multiplizieren sich die beiden Kernladungsfaktoren Z aus Kraft- und Energieansatz und ergeben den Faktor Z^2 in der Endformel.

- b) Die minimale Übergangsenergie der n -ten Spektralserie eines Eielektronensystems ergibt sich beim Übergang vom Zustand mit Hauptquantenzahl $(n + 1)$ in den tiefsten Zustand der Spektralserie mit Quantenzahl n .

$$E_{\min}(n) = E_{n+1} - E_n = -\frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{(n+1)^2} - \left(-\frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}\right) =$$

$$\frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2}$$

Die Maximalenergie der n -ten Spektralserie eines Eielektronensystems entspricht einem direkten Übergang eines gerade ungebundenen Elektrons ($E = 0$) auf den Zustand mit Quantenzahl n . Diese Übergangsenergie ist gleich dem Betrag der Zustandsenergie zur Quantenzahl n .

$$E_{\max}(n) = 0 - E_n = 0 - \left(-\frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}\right) = \frac{e^4 \cdot m_e \cdot Z^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

- c) Für die Lyman-Serie des Wasserstoffs ($Z = 1$ und $n = 1$) ist die minimale Übergangsenergie

$$E_{\min}(1) = \frac{e^4 \cdot m_e \cdot 1^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{2 \cdot 1 + 1}{1^2 \cdot (1+1)^2} = \frac{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As})^4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}})^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2} \cdot \frac{3}{4} \approx 1,63 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$

Dieser minimalen Übergangsenergie entspricht die maximale Wellenlänge dieser Spektralserie.

$$\lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{E_{\min}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,63 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 122 \text{ nm} (< 350 \text{ nm})$$

Alle weiteren Übergänge der Lyman-Serie besitzen eine noch kleinere Wellenlänge.

Die Serie liegt damit im nicht sichtbaren UV-Bereich.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Die minimale Übergangsenergie bzw. die maximale Wellenlänge der Lyman-Serie kann auch auf anderem Wege (z. B. aus dem in Teilaufgabe 2 b) gezeichneten Niveauschema) bestimmt werden.

Teilaufgabe 4

a) Anhand des Zusammenhangs aus Teilaufgabe 3 b) ergibt sich die minimale Übergangsenergie der 2. Spektralserie zu:

$$E_{\min}(2) = \frac{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{2 \cdot 2 + 1}{2^2 \cdot (2+1)^2} = \frac{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As})^4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}})^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2} \cdot \frac{5}{36} = 1,20 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$

Dies entspricht mit

$$\lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{E_{\min}(2)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,20 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 1,66 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 166 \text{ nm} (< 350 \text{ nm}) \text{ bereits}$$

einem Photon im nicht sichtbaren UV-Bereich. Die Photonen der 2. Spektralserie und damit auch die der 1. Spektralserie liegen damit alle im nicht sichtbaren UV-Bereich.

Die minimale Übergangsenergie der 3. Spektralserie beträgt:

$$E_{\min}(3) = \frac{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{2 \cdot 3 + 1}{3^2 \cdot (3+1)^2} = \frac{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As})^4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}})^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2} \cdot \frac{7}{144} = 4,21 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Dies entspricht mit

$$\lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{E_{\min}(3)} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,72 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 472 \text{ nm}$$

einem Photon im sichtbaren Bereich.

b) Die aus dem Spektrum abgelesenen Wellenlängen der markierten Emissionslinien betragen: $\lambda_A = 544 \text{ nm}$, $\lambda_B = 485 \text{ nm}$, $\lambda_C = 454 \text{ nm}$ und $\lambda_D = 435 \text{ nm}$.

Der Übergang $n = 7 \rightarrow n = 4$ im He^+ -Ion liefert ein Lichtquant der Wellenlänge:

$$\lambda_{7 \rightarrow 4} = \frac{h \cdot c}{E_{7 \rightarrow 4}} = \frac{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2}\right)} =$$

$$\frac{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}})^2 \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^3 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As})^4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2}\right)} = 5,45 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 545 \text{ nm.}$$

Dieser berechnete Wert entspricht der Wellenlänge der Linie A im abgebildeten Spektrum.

Die Linien B bis D könnten demnach den Übergängen $n = 8, 9, 10 \rightarrow n = 4$ im He^+ -Ion entsprechen. Eine entsprechende weitere Rechnung für diese Übergänge liefert:

$$\lambda_{8 \rightarrow 4} = \frac{h \cdot c}{E_{8 \rightarrow 4}} = \frac{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{8^2}\right)} = \dots = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 489 \text{ nm (für Linie B)}$$

oder

$$\lambda_{9 \rightarrow 4} = \frac{h \cdot c}{E_{9 \rightarrow 4}} = \frac{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{9^2}\right)} = \dots = 4,57 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 457 \text{ nm (für Linie C)}$$

oder

$$\lambda_{10 \rightarrow 4} = \frac{h \cdot c}{E_{10 \rightarrow 4}} = \frac{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}{e^4 \cdot m_e \cdot 2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{10^2}\right)} = \dots = 4,37 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 437 \text{ nm (für Linie D)}.$$

Die berechneten Wellenlängen der beiden Übergänge stimmen im Rahmen der Ablesegenauigkeiten relativ gut mit den Wellenlängen der jeweiligen Linien überein. Diese beiden Linien entsprechen demnach Übergängen in der 4. Spektralserie des He^+ -Ions.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft :

Es ist nach Aufgabenstellung gefordert, für lediglich zwei der vier markierten Spektrallinien nachzuweisen, dass diese der 4. Spektralserie des He^+ -Ions angehören. Alternative Lösungswege zu dem hier dargestellten (z. B. die analytische Berechnung der Ausgangsquantenzahl aus der abgelesenen Wellenlänge) sind als richtig zu werten.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	beschreibt den Aufbau eines Atoms im Rahmen des Kern-Hülle-Atommodells.	5			
b1)	gibt die beiden Bohr'schen Postulate an.	2			
b2)	erläutert die durch diese Postulate behobenen Widersprüche des Kern-Hülle-Atommodells nach Rutherford.	5			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (12)					
	Summe Teilaufgabe 1	12			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

Anforderungen		Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	gibt den Kraft- und den Energieansatz zur Herleitung dieser Energieformel an.	2			
a2)	erläutert diese Ansätze.	2			
a3)	beschreibt das weitere Vorgehen der Herleitung bis zur fertigen Formel.	2			
b1)	zeichnet ein maßstabsgerechtes Energieniveauschema des Wasserstoffatoms mit den Zuständen bis $n = 4$.	4			
b2)	zeichnet alle 6 möglichen Übergänge in das Niveauschema ein.	3			
c)	zeigt, dass die beiden auf dem Energieniveau E_2 endenden Übergänge des in Teilaufgabe 2 b) gezeichneten Niveauschemas im Bereich des sichtbaren Lichts liegen.	4			
d)	erklärt das Auftreten der dunklen Linien im ansonsten kontinuierlichen Sonnenspektrum.	5			
e1)	bestimmt die Wellenlängen der beiden in Abbildung 1 mit H_α und H_β bezeichneten Fraunhoferlinien.	2			
e2)	zeigt, dass sie Emissionslinien des atomaren Wasserstoffs mit Endzustand E_2 entsprechen.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (28)					
Summe Teilaufgabe 2		28			

Teilaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	begründet den Faktor Z^2 in der Formel.	3			
b1)	zeigt, dass die Übergangsenergien $\Delta E_{m \rightarrow n}$ der n -ten Spektralserie im Energieintervall zwischen $E_{\min}(n)$ und $E_{\max}(n)$ liegen.	5			
b2)	gibt an, durch welchen Übergang die obere Grenze dieses Energieintervalls definiert wird.	3			
c)	begründet rechnerisch, dass alle Übergänge der Lyman-Serie im nicht sichtbaren UV-Bereich liegen.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (14)					
Summe Teilaufgabe 3		14			

Teilaufgabe 4

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	begründet rechnerisch anhand der Zusammenhänge aus Teilaufgabe 3 b), dass He^+ erst ab der 3. Spektralserie Übergänge im sichtbaren Bereich besitzen kann.	4			
b1)	bestimmt aus dem Spektrum die Wellenlängen der markierten Linien A bis D.	2			
b2)	zeigt für zwei der markierten Spektrallinien, dass sie zur 4. Spektralserie des He^+ gehören.	5			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (11)					
Summe Teilaufgabe 4		11			

Summe insgesamt		65			
------------------------	--	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsomme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsomme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsomme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsommen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Altersbestimmung des Mammutbabys Ljuba mit der C14-Methode und dem Massenspektrographen

Das Mammutbaby Ljuba wurde im Jahr 2007 auf der sibirischen Halbinsel Jamal durch einen Rentierzüchter entdeckt. Es ist das am besten erhaltene Mammutbaby, das man je gefunden hat. Um seinen Todeszeitpunkt zu bestimmen, gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, eine davon ist die sogenannte C14-Methode.

Durch kosmische Strahlung entsteht in der Atmosphäre aus einem Stickstoffatom $^{14}_7\text{N}$ und einem Neutron der radioaktive Kohlenstoff $^{14}_6\text{C}$ und ein Proton. Die so entstandenen $^{14}_6\text{C}$ -Atome werden von allen lebenden Organismen aufgenommen und mit in die Zellstrukturen eingebaut. Solange die Lebewesen leben, werden immer wieder neue $^{14}_6\text{C}$ -Atome verbaut, so dass das Verhältnis von den im Körper zerfallenden $^{14}_6\text{C}$ -Atomen zu den stabilen $^{12}_6\text{C}$ -Atomen konstant bleibt. Bei noch lebenden Organismen beträgt das $^{14}_6\text{C}$ - $^{12}_6\text{C}$ -Verhältnis $1 : 10^{12}$. Nach dem Tod der Lebewesen werden keine instabilen $^{14}_6\text{C}$ -Atome mehr aufgenommen und die im Körper befindlichen zerfallen mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren zu $^{14}_7\text{N}$. Dadurch verändert sich das Verhältnis von $^{14}_6\text{C}$ zu $^{12}_6\text{C}$ -Atomen. Das $^{14}_6\text{C}$ - $^{12}_6\text{C}$ -Verhältnis einer Probe kann konventionell durch die Bestimmung der Anzahl radioaktiver Zerfälle in einer Kohlenstoffprobe mit bekannter Masse mit einem Zählrohr bestimmt werden oder mit Hilfe eines Massenspektrographen, mit dem direkt der Anteil an $^{14}_6\text{C}$ -Atomen in einer Kohlenstoffprobe ermittelt wird.



Name: _____

Zur Bearbeitung der Aufgabe sollen die folgenden Werte benutzt werden:

Masse eines $^{12}_6\text{C}$ -Atoms:	$m_{\text{C}12} = 12 \cdot u = 12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
Masse eines $^{14}_6\text{C}$ -Atoms	$m_{\text{C}14} = 14 \cdot u = 14 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 2,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
Elementarladung	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Teilaufgabe 1: Massenspektrograph

a) Abbildung 1 zeigt den schematischen Aufbau eines Massenspektrographen einschließlich des vorgeschalteten Wienfilters.

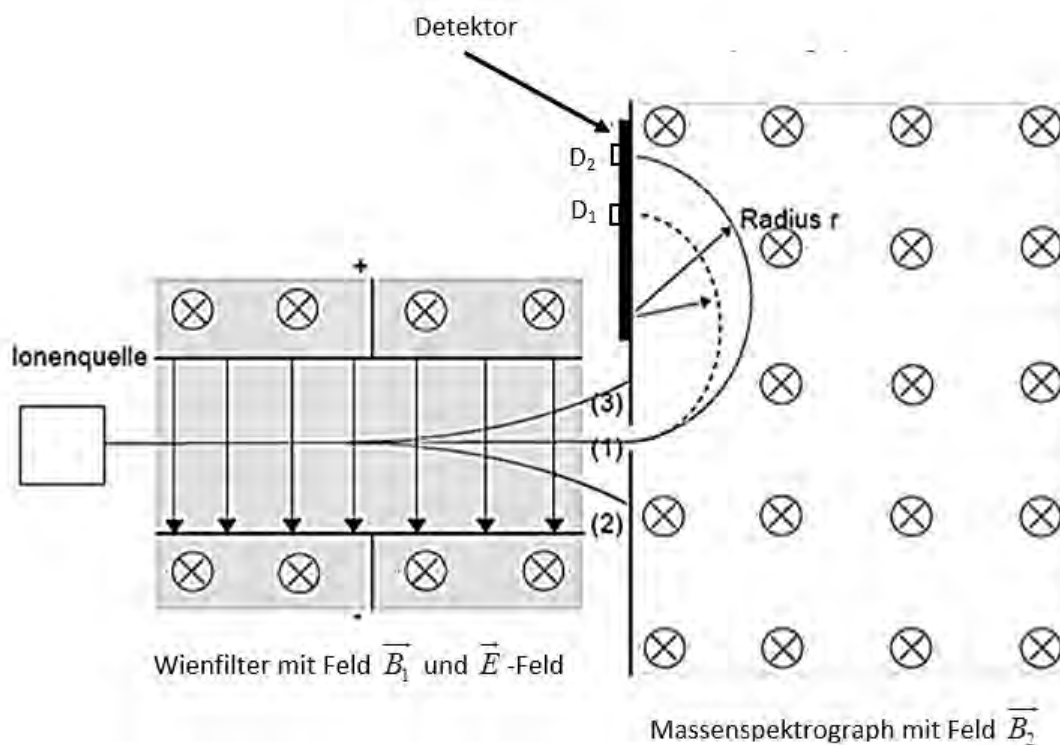


Abbildung 1: Aufbau eines Massenspektrographen mit vorgeschaltetem Wienfilter.

Im Wienfilter durchlaufen die Ionen das elektrische Feld \vec{E} eines Plattenkondensators und ein dazu senkrechtes Magnetfeld \vec{B}_1 , das in die Blattebene hinein gerichtet ist.



Name: _____

- Erläutern Sie, warum man durch geeignete Wahl der beiden Felder erreichen kann, dass nur Ionen einer bestimmten Geschwindigkeit den Kondensator geradlinig durchqueren.

- Zeigen Sie, dass für die Geschwindigkeit v_0 derjenigen einfach positiv geladenen

Teilchen, die den Wien-Filter ohne Ablenkung passieren, gilt: $v_0 = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}_1|}$.

- Erläutern Sie das Verhalten einfach positiv geladener Teilchen im Geschwindigkeitsfilter, deren Geschwindigkeit größer oder kleiner ist als v_0 , und ordnen Sie begründet die drei in Abbildung 1 eingezeichneten Flugbahnen zu.

b) Zwischen den Platten des Wienfilters (Plattenabstand $d = 6,0 \text{ cm}$) liegt eine Spannung

von $U = 30 \text{ V}$ an. Für die magnetische Feldstärke gilt $|\vec{B}_1| = 10 \text{ mT}$.

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_0 einfach positiv geladener und geradeaus fliegender Ionen der Masse m .
- Zeigen Sie außerdem durch Einheitenbetrachtung, dass es sich bei dem Quotienten

$v_0 = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}_1|}$ um eine Geschwindigkeit handelt.

c) Im zweiten Teil des Spektrographen bewegen sich die Ionen in einem Magnetfeld der

Stärke $|\vec{B}_2| = 0,1 \text{ T}$ auf einer Kreisbahn.

- Leiten Sie her, dass für den Radius r des Kreises für Ionen der Ladung e und der

Masse m gilt: $r = \frac{m \cdot U}{e \cdot |\vec{B}_1| \cdot |\vec{B}_2| \cdot d}$.

- Berechnen Sie die Detektorpositionen D_1 und D_2 als Entfernung zur Eintrittslochblende, unter denen einfach positiv geladene $^{14}_6\text{C}$ -Ionen bzw. $^{12}_6\text{C}$ -Ionen registriert werden.

(27 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2: C14-Methode

a) Geben Sie die Kernumwandlungsgleichungen für die Entstehung der $^{14}_6\text{C}$ -Atome in der Atmosphäre und für den Zerfall der $^{14}_6\text{C}$ -Atome zu $^{14}_7\text{N}$ an.

b) Der radioaktive Zerfall hat rein statistischen Charakter, nur für eine große Zahl von radioaktiven Nukliden kann mit Hilfe der Zerfallskonstanten λ vorausgesagt werden, welcher Anteil innerhalb einer bestimmten Zeit zerfallen ist.

- Erläutern Sie die Bedeutung der Zerfallskonstanten λ und begründen Sie, dass für die Aktivität $A(t)$ einer Probe radioaktiven Materials gilt:

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) = -\dot{N}(t)$$

($N(t)$ gibt die Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne zum Zeitpunkt t an.)

- Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen der Zerfallskonstanten λ und der Halbwertszeit $T_{1/2}$ her und bestimmen Sie λ für den Zerfall von $^{14}_6\text{C}$ -Atomen.

Das in lebenden Organismen vorkommende Verhältnis von $^{14}_6\text{C}$ -Atomen zu $^{12}_6\text{C}$ -Atomen beträgt $1 : 10^{12}$. Bei der Analyse einer Probe des gefundenen Mammutbabys Ljuba mit dem Massenspektrographen wird ein Verhältnis von $1 : 121,5 \cdot 10^{12}$ gemessen.

- Bestimmen Sie aus diesen Angaben, vor wie vielen Jahren Ljuba gestorben ist, gehen Sie von 365 Tagen für ein Jahr aus.

c) Momentan liegt der kleinste Wert des noch nachweisbaren $^{14}_6\text{C}$ - $^{12}_6\text{C}$ -Verhältnisses bei etwa $1 : 10^{15}$.

- Leiten Sie her, dass dieses Verhältnis bei einer Kohlenstoffprobe der Masse 1 mg einer Aktivität von $A = 0,2 \mu\text{Bq}$ entspricht.

Hinweis: Gehen Sie bei der Berechnung der Gesamtanzahl der Kerne in der Kohlenstoffprobe näherungsweise davon aus, die Probe bestünde ausschließlich aus $^{12}_6\text{C}$ -Atomen.



Name: _____

- Schätzen Sie anhand der $^{14}\text{C} - ^{12}\text{C}$ -Verhältnisse eines noch lebenden Organismus und des gerade noch nachweisbaren Wertes ab, welcher Zeitbereich damit mit der C14-Methode zugänglich ist.

d) Ein statistischer Prozess ist ein Vorgang, bei dem mehrere eigentlich identische Messungen nicht immer dasselbe Ergebnis liefern. Beispiele für statistische Prozesse sind der radioaktive Zerfall sowie die Zählung von ^{14}C -Atomen mit dem Massenspektrographen. Der statistische Fehler bei gezählten Größen ist dabei gegeben durch \sqrt{N} , wenn N Ereignisse gezählt werden. Um eine statistische Genauigkeit von 10 % bei der Zählung von ^{14}C -Atomen mit dem Massenspektrographen zu erreichen, müssen also 100 ^{14}C -Atome gezählt werden.

Bei einer modernen Probe (der Organismus ist gerade erst abgestorben), bei der das $^{14}\text{C} - ^{12}\text{C}$ -Verhältnis einen Wert von $1 : 10^{12}$ hat, liefert z. B. der Massenspektrograph der ETH in Zürich eine Zählrate von 50 ^{14}C -Atomen pro Sekunde.

- Bestimmen Sie, wie lange die Messung einer Probe mit einem $^{14}\text{C} - ^{12}\text{C}$ -Verhältnis von $1 : 10^{15}$ mit dem Massenspektrographen in Zürich dauern muss, um eine statistische Genauigkeit von 10 % zu erreichen.
- Berechnen Sie, wie lange eine solche Messung mit der konventionellen Zählrohr-Methode dauert, wenn die Probenmenge 1 mg Kohlenstoff beträgt.
- Erläutern Sie die Vorteile der Bestimmung des $^{14}\text{C} - ^{12}\text{C}$ -Verhältnisses einer Probe mit dem Massenspektrographen verglichen mit der konventionellen Bestimmung mit dem Zählrohr.

(38 Punkte)



Name: _____

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2015

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Altersbestimmung des Mammutbabys Ljuba mit der C14-Methode und dem Massenspektrographen

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit 1NT 1, 1NT 2 oder 1NT 3

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2015

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern (Wien-Filter)
- Atom- und Kernphysik
 - Radioaktiver Zerfall (Halbwertszeitmessung)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

- a) Für positiv geladene Ionen gilt: Kraftwirkung des elektrischen Feldes nach unten, Kraftwirkung des magnetischen Feldes nach oben (Lorentzkraft, Drei-Finger-Regel).
Für negativ geladene Ionen gilt: Kraftwirkung des elektrischen Feldes nach oben, Kraftwirkung des magnetischen Feldes nach unten (Lorentzkraft, Drei-Finger-Regel).
Ionen durchfliegen den Kondensator geradlinig, wenn Kraft des elektrischen Feldes auf das Ion und Lorentzkraft gleich groß sind, damit gilt:

$$F_{\text{el}} = |\vec{F}_{\text{el}}| = |\vec{F}_{\text{mag}}| = F_{\text{mag}}$$

$$q \cdot |\vec{E}| = q \cdot |\vec{v}_0| \cdot |\vec{B}_1| \quad \text{und damit} \quad v_0 = |\vec{v}_0| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}_1|} = \frac{E}{B_1}.$$

Für einfach positiv geladene Teilchen mit $v > v_0$ ändert sich F_{el} nicht, F_{mag} wird größer, damit werden diese Teilchen nach oben abgelenkt. Diesen Teilchen entspricht Flugbahn 3.
Für einfach positiv geladene Teilchen mit $v < v_0$ ändert sich F_{el} nicht, F_{mag} wird kleiner, damit werden diese Teilchen nach unten abgelenkt. Diesen Teilchen entspricht Flugbahn 2.
Den Teilchen, die sich mit v_0 bewegen, entspricht Flugbahn 1.

- b) Wie in Aufgabenteil a) gezeigt gilt: $v_0 = \frac{E}{B_1}$ und weiterhin $E = \frac{U}{d}$ und damit:

$$v_0 = \frac{U}{d \cdot B_1} = \frac{30}{0,06 \cdot 0,01} \cdot \frac{\text{V}}{\text{m} \cdot \text{T}} = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Die einfach positiv geladenen Ionen der Masse m bewegen sich auf einer Kreisbahn mit

Radius r , für die Zentripetalkraft gilt: $F_{zp} = |\vec{F}_{zp}| = |\vec{F}_{mag}| = F_{mag}$

$$m \cdot \frac{v_0^2}{r} = e \cdot v_0 \cdot B_2$$

und mit $v_0 = \frac{E}{B_1}$ und $E = \frac{U}{d}$ folgt: $r = \frac{m \cdot U}{e \cdot B_1 \cdot B_2 \cdot d}$.

Für die Detektorposition der $^{12}_6\text{C}$ -Ionen gilt:

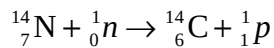
$$d_{C12} = 2 \cdot r_{C12} = \frac{2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot 30 \text{ V}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,01 \text{ T} \cdot 0,1 \text{ T} \cdot 0,06 \text{ m}} = 0,124 \text{ m} \hat{=} D_1.$$

Für die Detektorposition der $^{14}_6\text{C}$ -Ionen gilt:

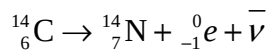
$$d_{C14} = 2 \cdot r_{C14} = \frac{2 \cdot 2,32 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot 30 \text{ V}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,01 \text{ T} \cdot 0,1 \text{ T} \cdot 0,06 \text{ m}} = 0,145 \text{ m} \hat{=} D_2.$$

Teilaufgabe 2

a) Reaktionsgleichung für die Entstehung der $^{14}_6\text{C}$ -Atome:



Zerfallsgleichung für den Zerfall der $^{14}_6\text{C}$ -Atome zu $^{14}_7\text{N}$ -Atomen:



Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Das Antineutrino braucht nicht benannt zu werden.

b) Die Zerfallskonstante λ ist eine Wahrscheinlichkeit pro Zeit, sie gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Kern pro Zeiteinheit zerfällt, λ hat also die Einheit $\frac{1}{s}$.

In einer Probe aus $N(t)$ identischen radioaktiven Kernen ist also die gesamte Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit $\lambda \cdot N(t)$ und ist damit gleich der Aktivität $A(t)$ dieser Probe. Da die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit bis auf das Vorzeichen der Änderungsrate der noch nicht zerfallenen Kerne entspricht, gilt: $A(t) = \lambda \cdot N(t) = -\dot{N}(t)$.

Nach einer Halbwertszeit, also für $t = T_{1/2}$, gilt: $N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

Aus dem Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ folgt: $N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$

und damit: $\ln(2) = \lambda \cdot T_{1/2}$ bzw. $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = 3,84 \cdot 10^{-12} \frac{1}{s}$.

Aus den angegebenen Verhältnissen folgt: $\frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{121,5}$.

Einsetzen in das Zerfallsgesetz und auflösen nach t ergibt:

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)}{\ln(2)} \cdot T_{1/2} = 3,968 \cdot 10^4 \text{ a.}$$

c) Für die Aktivität einer Probe gilt: $A(t) = N(t) \cdot \lambda$, wobei $N(t)$ die Anzahl der noch nicht zerfallenen $^{14}_6\text{C}$ -Kerne angibt.

In einer Kohlenstoffprobe der Masse 1 mg befinden sich $N_C = \frac{10^{-6} \text{ kg}}{1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} \approx 5 \cdot 10^{19}$

Kerne, dabei wird ohne größeren Fehler angenommen, die Probe bestünde ausschließlich aus $^{12}_6\text{C}$ -Atomen.

Bei einem $^{14}_6\text{C}$ - $^{12}_6\text{C}$ -Verhältnis von $1 : 10^{15}$ bedeutet dies, dass sich

$N_{C14} = \frac{5 \cdot 10^{19}}{10^{15}} = 5 \cdot 10^4$ noch nicht zerfallene $^{14}_6\text{C}$ -Atome in der Probe befinden, so dass

sich für die Aktivität ergibt: $A(t) = N(t) \cdot \lambda = 5 \cdot 10^4 \cdot 3,84 \cdot 10^{-12} \frac{1}{s} \approx 0,2 \mu\text{Bq}$.

Die Nachweisgrenze ist ca. $\frac{1}{1000}$ des Verhältnisses beim noch lebenden Organismus.

Nach zehn Halbwertszeiten hat das Verhältnis um den Faktor $2^{10} = 1024 \approx 1000$ abgenommen, damit reicht der zugängliche Zeitbereich etwa $10 \cdot 5730 \text{ a} = 57300 \text{ a}$ zurück.

d) 10 % Genauigkeit verlangt gemäß Statistik 100 gezählte Ereignisse.

Der Massenspektrograph der ETH Zürich misst bei einer modernen Probe $50 \text{ }^{14}_6\text{C}$ -Atome pro Sekunde. Die vorliegende Probe hat eine um den Faktor 1000 niedrigere Konzentration und muss daher etwa 2000 Sekunden oder 33 Minuten lang gemessen werden. Mit der konventionellen Zählrohr-Methode werden bei einer Aktivität von $0,2 \mu\text{Bq}$ pro Sekunde $2 \cdot 10^{-7}$ Zerfälle pro Sekunde registriert. Um 100 Zerfälle zu registrieren, muss man also $5 \cdot 10^8$ Sekunden oder etwa 5800 Tage messen.

Mit der konventionellen Methode müsste also sehr lange gemessen werden, um nicht zu große Messfehler zu haben, oder es müsste eine größere Probenmenge entnommen werden, um die Messzeit zu reduzieren.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

Anforderungen		Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	erläutert, dass nur Ionen einer bestimmten Geschwindigkeit den Kondensator geradlinig durchqueren.	4			
a2)	zeigt den für die Geschwindigkeit angegebenen Zusammenhang.	4			
a3)	erläutert das Verhalten einfach positiv geladener Teilchen im Geschwindigkeitsfilter, deren Geschwindigkeit größer oder kleiner ist als v_0 .	3			
a4)	ordnet begründet die drei Flugbahnen zu.	3			
b1)	bestimmt die Geschwindigkeit einfach positiv geladener und geradeaus fliegender Ionen der Masse m .	2			
b2)	zeigt durch Einheitenbetrachtung, dass es sich bei dem angegebenen Quotienten um eine Geschwindigkeit handelt.	2			
c1)	leitet her, dass für den Radius die angegebene Formel gilt.	5			
c2)	berechnet die Detektorpositionen der beiden angegebenen Ionen.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (27)					
Summe Teilaufgabe 1		27			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	gibt die Reaktionsgleichung für die Entstehung der $^{14}_6\text{C}$ -Atome in der Atmosphäre an.	3			
a2)	gibt die Zerfallsgleichung für den Zerfall der $^{14}_6\text{C}$ -Atome zu $^{14}_7\text{N}$ an.	3			
b1)	erläutert die Bedeutung der Zerfallskonstanten λ .	2			
b2)	begründet, dass für die Aktivität die angegebene Formel gilt.	3			
b3)	leitet einen Zusammenhang zwischen der Zerfallskonstanten λ und der Halbwertszeit $T_{1/2}$ her.	3			
b4)	bestimmt λ für den Zerfall von $^{14}_6\text{C}$ -Atomen.	3			
b5)	bestimmt, vor wie vielen Jahren Ljuba gestorben ist.	3			
c1)	leitet her, dass dieses Verhältnis bei einer Kohlenstoffprobe der Masse 1 mg einer Aktivität von $0,2\mu\text{Bq}$ entspricht.	6			
c2)	schätzt ab, welcher Zeitbereich mit der C14-Methode zugänglich ist.	4			
d1)	bestimmt, wie lange die Messung dauern muss, um eine statistische Genauigkeit von 10 % zu erreichen.	3			
d2)	berechnet, wie lange eine solche Messung mit der konventionellen Zählrohr-Methode dauert.	3			
d3)	erläutert die Vorteile der Bestimmung mit dem Massenspektrographen verglichen zur konventionellen Bestimmung mit dem Zählrohr.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (38)					
	Summe Teilaufgabe 2	38			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note gemäß nachfolgender Tabelle				
Note ggf. unter Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 52
mangelhaft plus	3	51 – 44
mangelhaft	2	43 – 35
mangelhaft minus	1	34 – 26
ungenügend	0	25 – 0