Ministerium
für Bildung und Wissenschaft
des Landes Schleswig-Holstein

Zentrale Abschlussarbeit 2014

Mathematik

Korrekturanweisung

Realschulabschluss

Herausgeber
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16 -22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

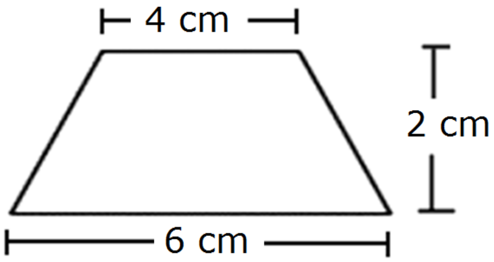
A Kurzformaufgaben — Lösung

A1 Mit welcher Zahl geht die Zahlenreihe 11, 21, 30, 38, 45, ... weiter? Kreuze an.

☐ 7 ☒ 51 ☐ 52 ☐ 53

/1 P.

A2 Entscheide, welcher Wert den Flächeninhalt der Figur richtig angibt.



☐ 4 cm² ☒ 10 cm² ☐ 20 cm² ☐ 48 cm²

/1 P.

A3 Ein Handballspiel endet mit einem Torverhältnis von 4 zu 3. Der Anteil der Tore, den die Sieger geworfen haben, an der Gesamtzahl der Tore beträgt

☐ $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☒ $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{4}{3}$

/1 P.

A4 Gib einen Bruch an, der zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{2}{5}$ liegt.

Zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{2}{5}$ liegt z.B. $\frac{3}{10}$.

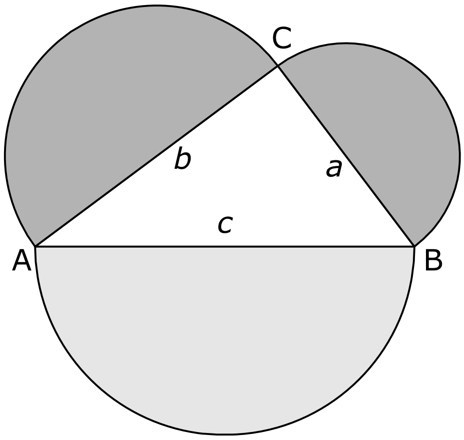
/1 P.

A5 Ergänze, so dass eine wahre Aussage entsteht.

$$x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$$

/3 P.

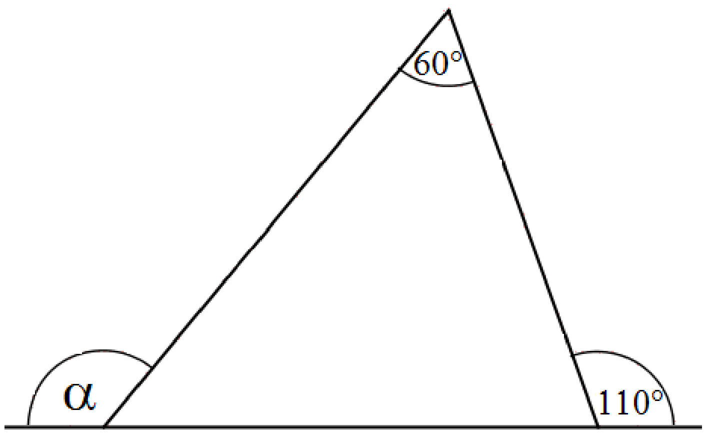
A6 Für die Seitenlängen des abgebildeten Dreiecks gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.
Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.



	wahr	**falsch**
Das Dreieck ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck.	☒	☐
Der Flächeninhalt des großen Halbkreises unterhalb der Seite c beträgt $A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot c^2$.	☐	☒
Der große Halbkreis hat den gleichen Flächeninhalt wie die beiden kleinen Halbkreise zusammen.	☒	☐

/3 P.

A7 Gib die Größe des Winkels α an.



α = 130°

/1 P.

A8 Susanne hat versucht, die folgende Gleichung zu lösen. Dabei hat sie einen Fehler gemacht.
Kreise die Zeile ein, in der sich der Fehler zuerst auswirkt.

$$8x+5-2x=21-3x-7$$
$$6x+5=14-3x$$
$$3x+5=14$$
$$3x=9$$
$$x=3$$

/1 P.

A9 In der Tabelle findest du die gerundeten Einwohnerzahlen von ausgewählten Städten in Schleswig-Holstein.
Beantworte mit Hilfe der Tabelle die Fragen.

Stadt	**Einwohner-zahl**
Elmshorn	50 000
Flensburg	90 000
Itzehoe	30 000
Kiel	240 000
Neumünster	80 000
Norderstedt	70 000

Gib die schleswig-holsteinische Stadt mit den meisten Einwohnern an:

Kiel

Die Einwohnerzahl von Norderstedt ist um 20 000 größer als die von Elmshorn.

Die Einwohnerzahl von Flensburg ist 3 mal so groß wie die von Itzehoe.

Gib das Verhältnis der Einwohnerzahlen von Neumünster zu Kiel an.

1 : 3

/4 P.

A10 Kreuze an, welche der folgenden Zahlen die Gleichung erfüllt:

$$x^4 = 81$$

☒ 3 ☐ 9 ☐ 27 ☐ Es gibt keine Lösung.

/1 P.

A11 Die Graphen der Funktionen $y = x^2$ und $y = x^2 + 3$ werden verglichen.
Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	**falsch**
Beide Graphen sind nach oben geöffnete Parabeln.	☒	☐
Der y-Wert ist bei $y = x^2 + 3$ jeweils um 3 größer als bei $y = x^2$.	☒	☐
Der Graph von $y = x^2 + 3$ ist im Vergleich zu $y = x^2$ um 3 Einheiten nach rechts verschoben.	☐	☒
Der Graph von $y = x^2 + 3$ ist im Vergleich zu $y = x^2$ um 3 Einheiten nach unten verschoben.	☐	☒

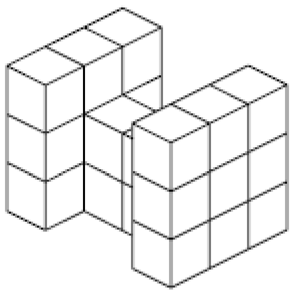
/4 P.

A12 Ein T-Shirt kostet 20,- €. Sein Preis wird um 30% gesenkt.
Wie viel kostet das T-Shirt dann?

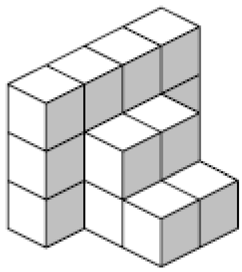
Das T-Shirt kostet dann 14 €.

/1 P.

A13 Ordne den Würfelkörpern die jeweils passende Grundfläche zu.



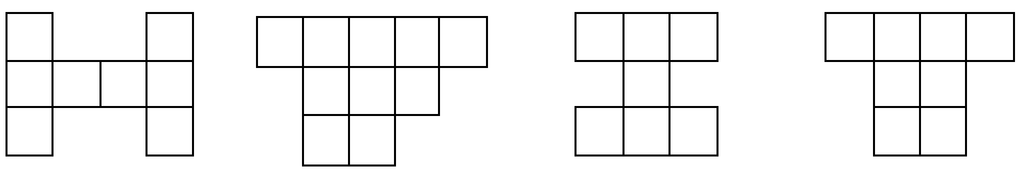
A



D

Trage die entsprechenden Buchstaben in die Kästchen unter den Würfelkörpern.

A B C D



/2 P.

A14 Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge 36 cm werden gleichgroße Kreise mit einem Durchmesser von 4 cm ausgeschnitten.
Gib an, wie viele Kreise maximal aus dem Quadrat herausgeschnitten werden können.

☐ 16 ☐ 36 ☐ 72 ☒ 81

/1 P.

A15 Die Kantenlänge eines Würfels wird verdreifacht.

- Wie ändert sich das Volumen?

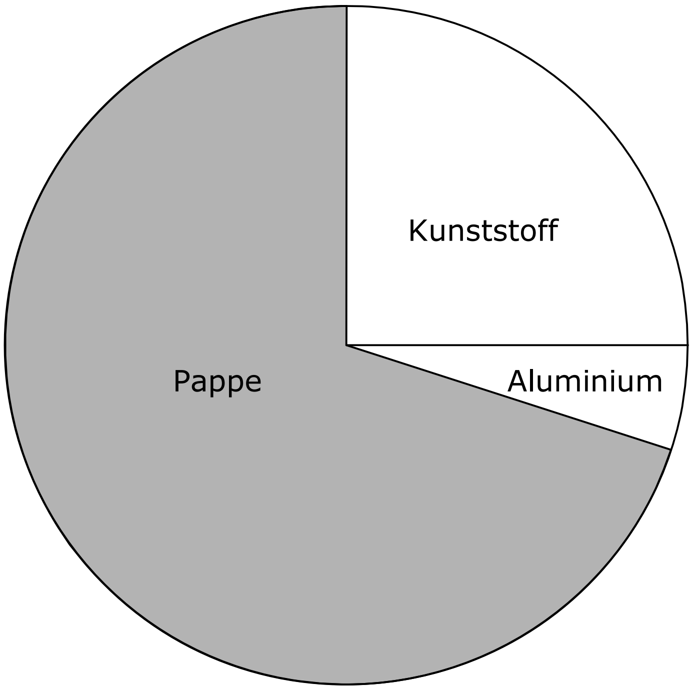
  Das Volumen ist __27__ mal so groß.

- Wie ändert sich die Oberfläche?

  Die Oberfläche ist __9__ mal so groß.

/2 P.

A16 Eine Getränkeverpackung besteht zu 70% aus Pappe, zu 25% aus Kunststoff und der Rest ist Aluminium.
Ergänze das Kreisdiagramm und beschrifte die Anteile mit der Materialbezeichnung.



/2 P.

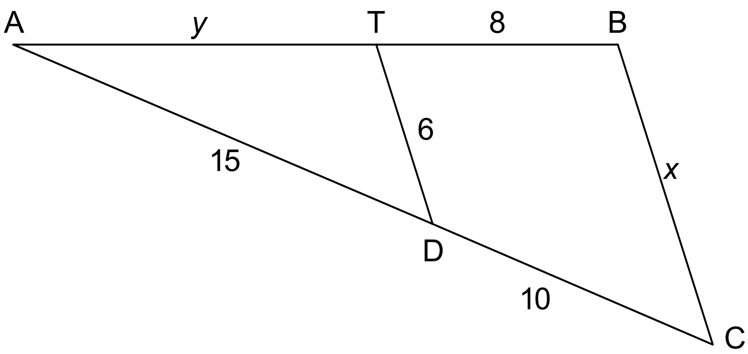
A17 Berechne!

$$\frac{\left(4^3 - 4^2\right)}{2^2} = 12$$

/1 P.

A18 Betrachte folgende Abbildung und entscheide, welche Aussagen wahr oder falsch sind.

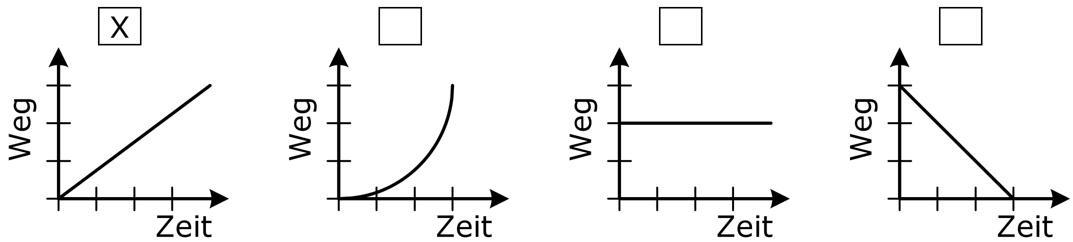
DT || CB



	wahr	**falsch**
$x = 10$	☒	☐
$y = 15$	☐	☒
$\frac{\overline{AT}}{\overline{TB}} = \frac{3}{2}$	☒	☐

/ 3 P.

A19 Eine Person läuft mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Welches Diagramm stellt diesen Sachverhalt dar?



/1 P.

A20 Im Kino sind 480 von 600 Plätzen belegt.

- ➢ Berechne die Anzahl der freien Plätze.

  Es sind _120_ Plätze frei.

- ➢ Gib an, wie viel Prozent der Plätze frei bleiben.

  Das entspricht einem Anteil von _20_ %.

/2 P.

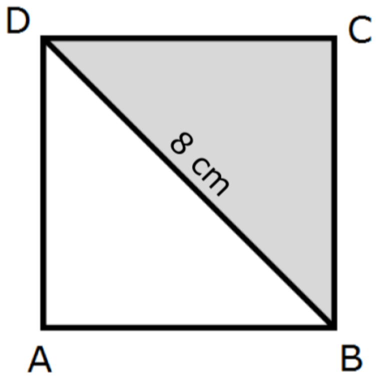
A21 Eine Münze soll dreimal hintereinander geworfen werden. Alina hat sieben von acht möglichen Kombinationen für Wappen (W) bzw. Zahl (Z) aufgeschrieben.
Gib die fehlende Kombination an.

WWW WWZ WZW WZZ ZWZ ZZW ZZZ

Fehlende Kombination: _ZWW_

/1 P.

A22 Die Diagonale BD des Quadrates sei 8 cm lang.
Wie groß ist dann der Flächeninhalt der grauen Fläche? Kreuze an.



☐ 8 cm^2 ☒ 16 cm^2 ☐ 32 cm^2 ☐ 64 cm^2

/1 P.

A23 Eine Tüte voller 2-Cent Stücke wiegt 1805 Gramm. Zehn 2-Cent Stücke wiegen 30 Gramm. Das Gewicht der leeren Tüte beträgt 5 Gramm.

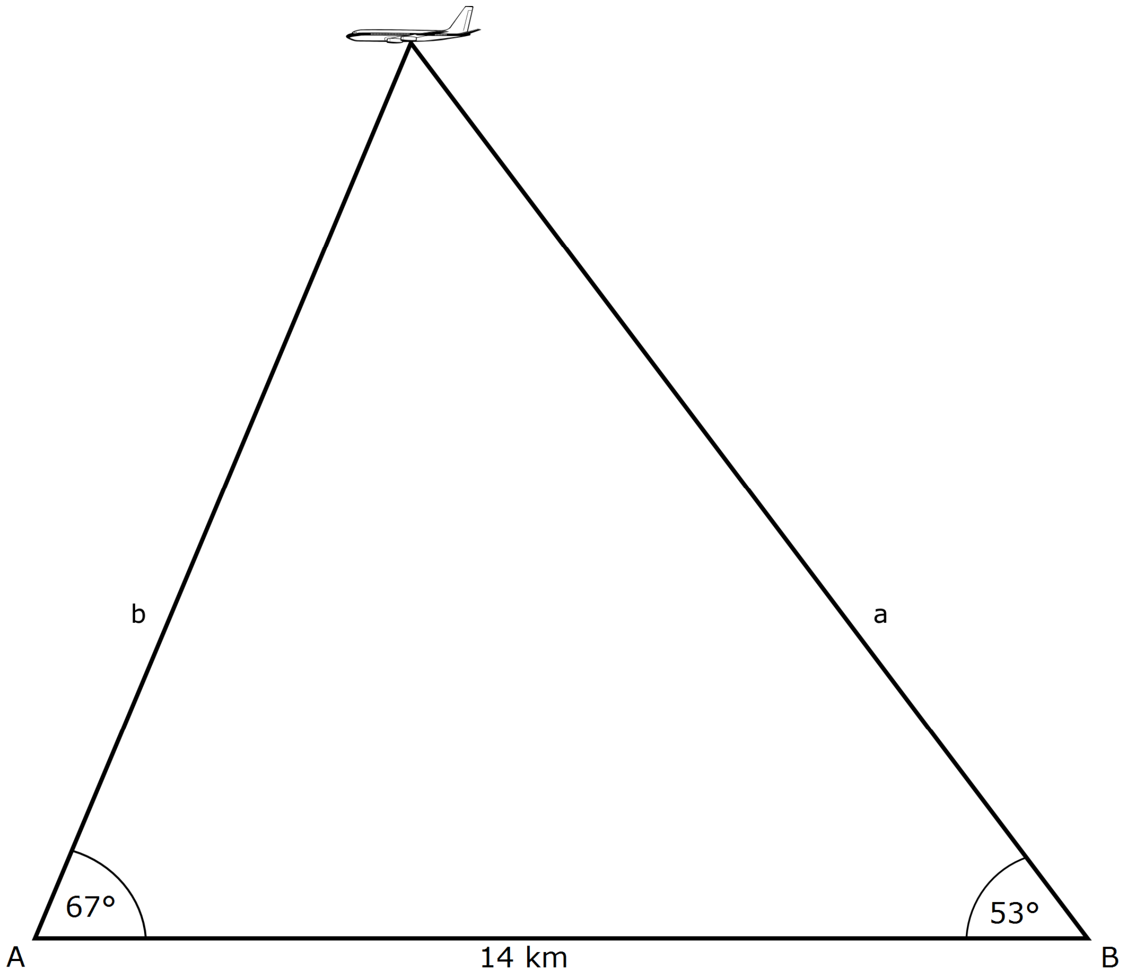
- Wie viele 2-Cent Stücke sind in der Tüte?

  Es sind ___600___ 2-Cent Stücke in der Tüte.

- Welcher Geldbetrag befindet sich in der Tüte?

  Es befinden sich ____12____ € in der Tüte.

/ 2 P.



a) Berechne die Entfernung des Flugzeugs zum Messpunkt A und zum Messpunkt B.

$$\gamma = 180° - 67° - 53°$$
$$\gamma = 60° \qquad (1)$$

$$\alpha = 67°$$
$$\beta = 53°$$
$$c = 14\text{ km}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad (1)$$
$$a = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$
$$a = \frac{14 \cdot \sin 67°}{\sin 60°}$$
$$a \approx 15\text{ km} \qquad (1)$$

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad (1)$$
$$b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$$
$$b = \frac{14 \cdot \sin 53°}{\sin 60°}$$
$$b \approx 13\text{ km} \qquad (1)$$

/5 P.

b) Überprüfe durch eine Rechnung, welche Schülergruppe Recht hat.

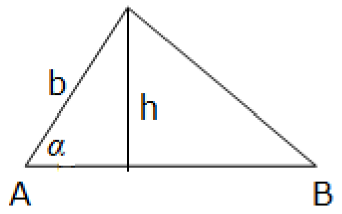
(Wenn du die Entfernungen von A und B zum Flugzeug nicht bestimmen konntest, benutze folgende Angaben: a = 15 km und b = 13 km.)

$\sin\alpha = \frac{h}{b}$ (1)

$h = b \cdot \sin\alpha$

$h \approx 13 \cdot \sin 67°$

$h \approx 12\text{ km}$ (1)



Die Breseler Schülerinnen und Schüler haben Recht, denn das Flugzeug fliegt nur in einer Höhe von rund 12 km. (1)

/3 P.

c) Bestimme die Geschwindigkeit des Flugzeugs in km/h.

Möglicher Rechenweg z.B. 14 km in einer Minute $\hat{=}$ 840 km in 60 Minuten.

Das Flugzeug hat eine Geschwindigkeit von 840 km/h. (2)

/2 P.

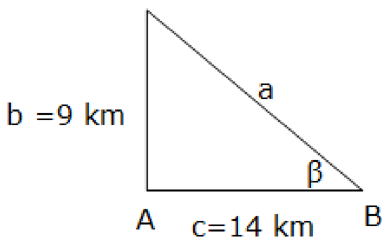
d)
- Berechne die Entfernung von Bresel zum Flugzeug.
- Berechne den Winkel, unter dem die Breseler Schülerinnen und Schüler das Flugzeug über dem Horizont anpeilen.

$a^2 = b^2 + c^2$ (1)

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$a = \sqrt{9^2 + 14^2}$

$a \approx 16{,}6\text{ km}$ (1)



$\tan\beta = \frac{b}{c}$

$\tan\beta = \frac{9}{14}$

$\beta \approx 33°$ (1)

/3 P.

e) Bestimme aus diesen Angaben die ungefähre Flughöhe in ganzen Kilometern.

Ein möglicher Rechenweg wäre beispielsweise:

$$\frac{0{,}03}{1750} = \frac{x}{350\,000 + 1750} \qquad (1)$$

$$x = \frac{0{,}03 \cdot 350\,000 + 1750}{1750}$$

$$x \approx 6 \text{ km} \qquad (1)$$

Das Flugzeug fliegt in ca. 6 km Höhe.

Lösungswege, die den Durchmesser bei der Entfernung Erde-Mond nicht berücksichtigen, werden auch als richtig akzeptiert.

/2 P.

B2 Stereometrie Marzipankugeln - Lösung

a) Berechne das Volumen dieser Marzipanrolle.

$r = 1$ cm
$h = 80$ cm
$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ (1)
$V = 1^2 \cdot \pi \cdot 80$
$V \approx 251{,}33$ (1)

Die Marzipanrolle hat ein Volumen von rund 251 cm³.

/2 P.

---

b) ➢ Gib an, wie viele Marzipankugeln aus der Teigrolle hergestellt werden können.

80 : 2 = 40

40 Kugeln können hergestellt werden. (1)

➢ Berechne das Volumen einer Marzipankugel.

251,33 : 40 ≈ 6,28 cm³ (1)

Das Volumen einer Kugel entspricht ca. 6,28 cm³.

/2 P.

---

c) ➢ Bestimme, wie lang jedes ihrer Zylinderstücke war.

80:36 ≈ 2,22 cm (1)

➢ Das Volumen ihrer Kugeln beträgt rund 7 cm³.
Berechne den Durchmesser ihrer Kugeln.

$V = 7 \text{ cm}^3$
$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$
$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ (1)
$r \approx 1{,}19$ cm (1)
$d \approx 2{,}38$ cm (1)

Der Durchmesser ihre Kugel entspricht rund 2,4 cm.

/4 P.

---

d) Bestimme den Verbrauch an Verpackungsmaterial für eine Schachtel ohne Deckel.

Materialverbrauch für eine rechteckige Schachtel:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Durchmesser Kugel} = \text{d}\\ \text{Länge der Schachtel} = \text{3d}\\ \text{Breite} = \text{2d}\\ \text{Höhe} = \text{1d}\end{array}\right\} \qquad (1)$$

Der Materialverbrauch berechnet sich aus der Oberfläche des offenen Quaders:

$$\begin{aligned} d &= 2{,}4 \text{ cm} \\ O_{offen} &= 2 \cdot 3d \cdot d + 2 \cdot 2d \cdot d + 3d \cdot 2d && (2) \\ &= 16d^2 \\ &= 16 \cdot 2{,}4^2 \\ &= 92{,}16 \text{ cm}^2 && (1) \end{aligned}$$

Für eine rechteckige, oben offene Schachtel benötigt man etwa 92 cm² an Verpackungsmaterial.

/4 P.

---

e) Berechne den Verkaufspreis einer Sechserpackung, wenn die Klasse durch den Verkauf aller 240 Kugeln einen Gewinn von mindestens 50 € erzielen möchte.

Gesamtkosten = Kosten für Zutaten + Verpackungskosten

= 82,00 + 40 · 0,20

= 90 € (1)

Der Gewinn soll mindestens 50 € betragen, d.h. es müssen mindestens

90,00 € +50 € = 140,00 € beim Verkauf eingenommen werden. (1)

140 € : 40 = 3,50 € (1)

Eine Schachtel müsste zu einem Preis von 3,50 € verkauft werden.

/3 P.

B3 Quadratische Funktionen Hangar - Lösung

a) Gib die größte Höhe der Vorderseite an.

Die größte Höhe beträgt 6,5 m.

/1 P.

---

b) Berechne die Bodenfläche des Hangars.

Berechnung der Nullstellen : $y = 0$

$$y = -0{,}1x^2 + 6{,}5$$
$$0 = -0{,}1x^2 + 6{,}5 \qquad (1)$$
$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{6{,}5}{0{,}1}}$$
$$x_{1,2} \approx \pm 8{,}06 \qquad (1)$$

Äußere Hangarbreite: $b_a = 8{,}06 \cdot 2 \approx 16{,}12$ m (1)

Grundfläche: $A = 16{,}12 \cdot 18 \approx 290{,}16$ m² (1)

/4 P.

---

c)
- Gib die größte Höhe des Hangartores an.

  Das Hangartor hat eine Höhe von 6 m. (1)

- Berechne die Höhe h des Hangartors am Rand.

  $P(5 \mid y)$ (1)

  $$y = -0{,}105 \cdot x^2 + 6 \qquad (1)$$
  $$y = -0{,}105 \cdot 5^2 + 6$$
  $$y = 3{,}375 \qquad (1)$$
  $$y \approx 3{,}4 \text{ m}$$

  Die äußere Höhe des Hangartors beträgt ca. 3,4 m.

/4 P.

---

d) Überprüfe welche der nachfolgenden drei Gleichungen den inneren parabelförmigen Bogen des Hangars *nicht* beschreiben können. Begründe deine Entscheidung.

$y = -0{,}02 \cdot x^2 + 1{,}5$	$y = -0{,}05 \cdot x^2 + 3{,}5$	$y = -0{,}08 \cdot x^2 + 3{,}5$
A	B	C

Ein möglicher Lösungsweg wäre z.B.:

Gleichung A kann nicht richtig sein, da der Parameter c wegen der Flugzeughöhe größer als 2 sein muss. (1)

Die Untersuchung der übrigen Gleichungen (B, C) kann z.B. mittels Nullstellenberechnung geschehen.

Gleichung B:

$y = 0$

$0 = -0{,}05 \cdot x^2 + 3{,}5$ (1)

$x_{1,2} = \pm\sqrt{70}$

$x_{1,2} \approx \pm 8{,}37\text{ m}$ (1)

Die Breite in Bodenhöhe beträgt rund 16,7 m.

Gleichung C:

$y = 0$

$0 = -0{,}08 \cdot x^2 + 3{,}5$ (1)

$x_{1,2} = \pm\sqrt{43{,}75}$

$x_{1,2} \approx \pm 6{,}61\text{ m}$ (1)

Die Breite in Bodenhöhe beträgt rund 13,2 m.

Die Breite des Hangars muss deutlich breiter als die Spannweite des Flugzeuges sein. Deshalb kommt Gleichung C nicht in Frage. (1)

/6 P.

B4 Exponentialfunktion Schülerzahlen - Lösung

a) Berechne die Schülerzahl im Jahr 2020.

$$W = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$W = \frac{431840 \cdot 20}{100}$$

$$W = 86\,368 \qquad (1)$$

431 840 – 86368 = 345 472 (1)

2020 wird die Schülerzahl nach den Vorausberechnungen auf rund 345 000 gesunken sein.

/2 P.

---

b) Berechne den jährlichen durchschnittlichen prozentualen Schülerrückgang.

$n = 7$; $g_0 = 429\,880$; $g_n = 387\,410$ (1)

$$g_n = g_0 \cdot q^n$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{g_n}{g_0}} \qquad (1)$$

$$q = \sqrt[7]{\frac{387410}{429880}}$$

$$q \approx 0{,}985 \qquad (1)$$

$$p = 1 - q$$

$$p \approx 0{,}015 = 1{,}5\% \qquad (1)$$

Der durchschnittliche jährliche prozentuale Schülerrückgang beträgt rund 1,5%.

/4 P.

---

c) Berechne, nach wie vielen vollen Jahren einer Schule die Schließung droht, wenn heute 118 Schülerinnen und Schüler die Schule besuchen und ein Schülerrückgang von durchschnittlich jährlich 3% zu verzeichnen ist.

$g_n = 80$; $g_0 = 118$; $q = 0{,}97$ (1)

$$g_n = g_o \cdot q^n$$

$$\lg g_n = \lg g_0 + n \cdot \lg q$$

$$\lg g_n - \lg g_0 = n \cdot \lg q$$

$$n = \frac{\lg g_n - \lg g_0}{\lg q} \qquad (2)$$

$$n = \frac{\lg 80 - \lg 118}{\lg 0{,}97}$$

$$n \approx 12{,}8 \qquad (1)$$

$$n \approx 13 \text{ Jahre} \qquad (1)$$

Nach ca. 13 Jahren muss mit einer Schulschließung gerechnet werden.

/5 P.

---

d) Gib an, welche der beiden Schulen von 2009 bis 2012 den größten Schülerrückgang hat. Begründe deine Entscheidung anhand der Diagramme.

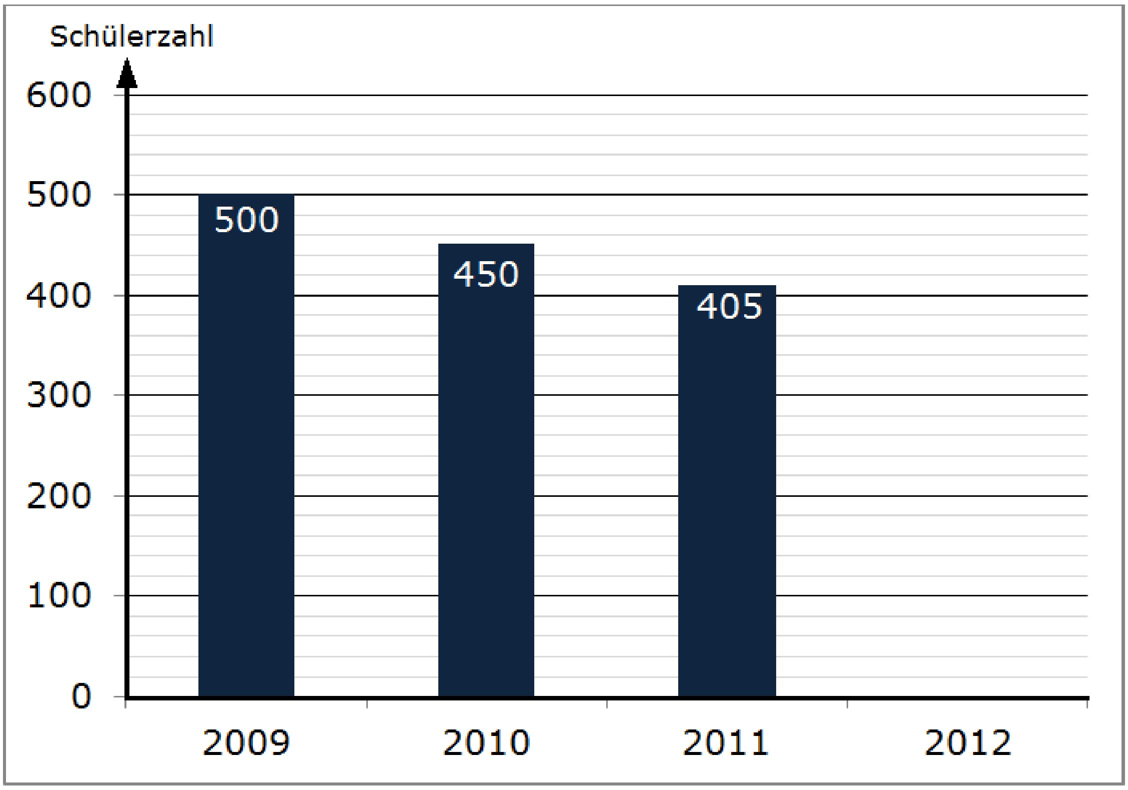
Schule A hat den stärksten Rückgang zu verzeichnen. (1)

Schule B verzeichnet einen Schülerrückgang von 750 auf rund 718, Schule A hingegen einen Rückgang von 750 auf 700 Schülerinnen und Schüler. (1)

/2 P.

---

e)



Bestimme, wie viele Schülerinnen und Schüler diese Schule bei weiterhin gleichmäßiger jährlicher exponentieller Abnahme im Jahr 2012 haben wird (Runde auf Ganze).

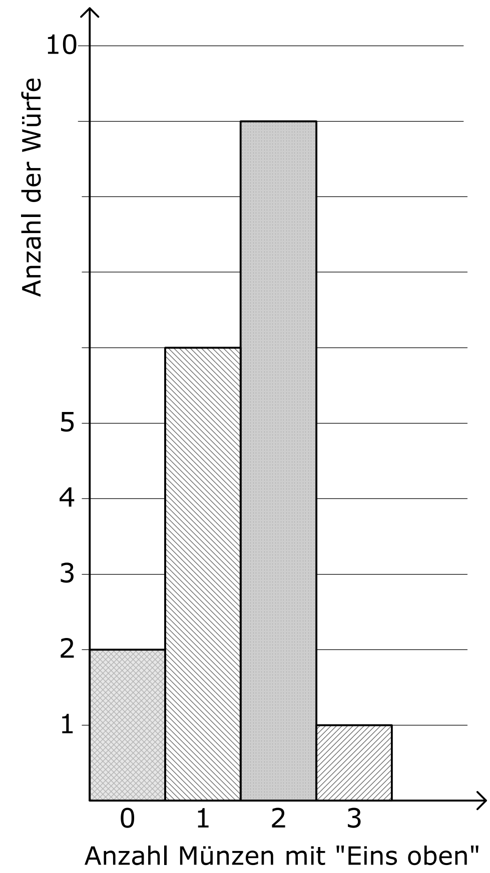
a) Die exponentielle Abnahme beträgt 10%. (1)

b) 2012 werden demnach 365 Schülerinnen und Schüler die Schule besuchen. (1)

c) Das Ergebnis von 364 Schülern wird auch akzeptiert.

/2 P.

B5 Daten und Zufall Drei Münzen - Lösung



a) Überprüfe die Aussagen anhand des Säulendiagramms und kreuze an.

	wahr	falsch	
Bei einem Wurf lagen alle drei Münzen mit „Eins oben".	**X**		(1)
Bei drei Würfen lag keine Münze mit „Eins oben".		**X**	(1)
Es gab mehr Würfe, bei denen eine Münze mit „Eins oben" lag, als Würfe, bei denen zwei Münzen mit „Eins oben" lagen.		**X**	(1)

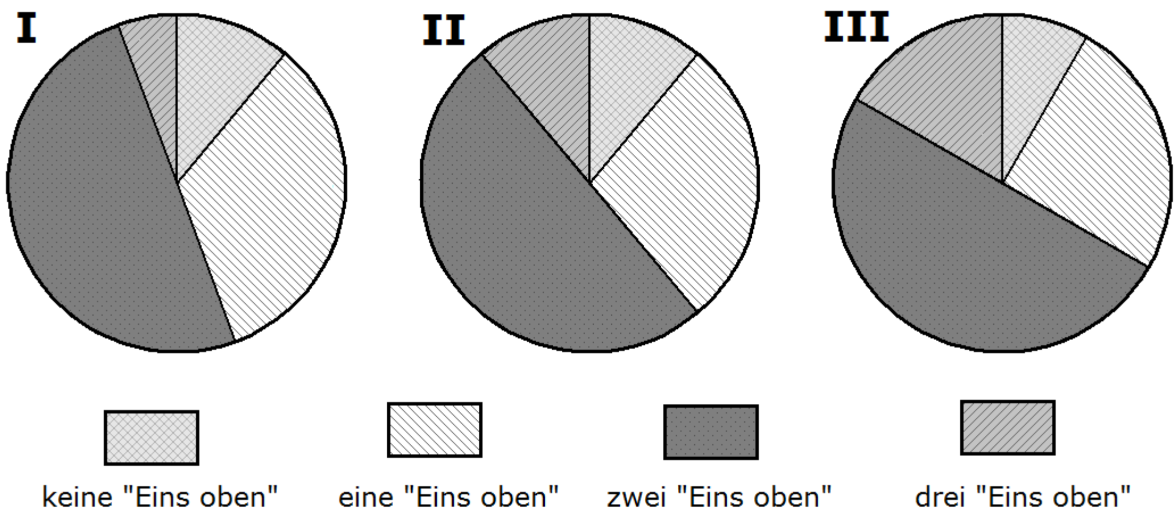
/3 P.

b) Gib an, wie viele Würfe insgesamt durchgeführt wurden.

Insgesamt wurden 18 Würfe durchgeführt

/1 P.

c) Drei Schülerinnen haben das Säulendiagramm in drei verschiedene Kreisdiagramme umgewandelt.



➢ Gib an, welches dieser drei Kreisdiagramme die Informationen des Säulendiagramms richtig wiedergibt.

Das Kreisdiagramm **I** gibt die Informationen richtig wieder. (1)

➢ Nutze das Säulendiagramm, um die Winkel der einzelnen Kreissegmente des Kreisdiagramms zu berechnen. Trage die passenden Winkelgrößen der jeweiligen Kreissegmente in die Tabelle ein.

Anzahl „Eins oben"	**Gradzahl**	
0	40°	(1)
1	120°	(1)
2	180°	(1)
3	20°	(1)

/5 P.

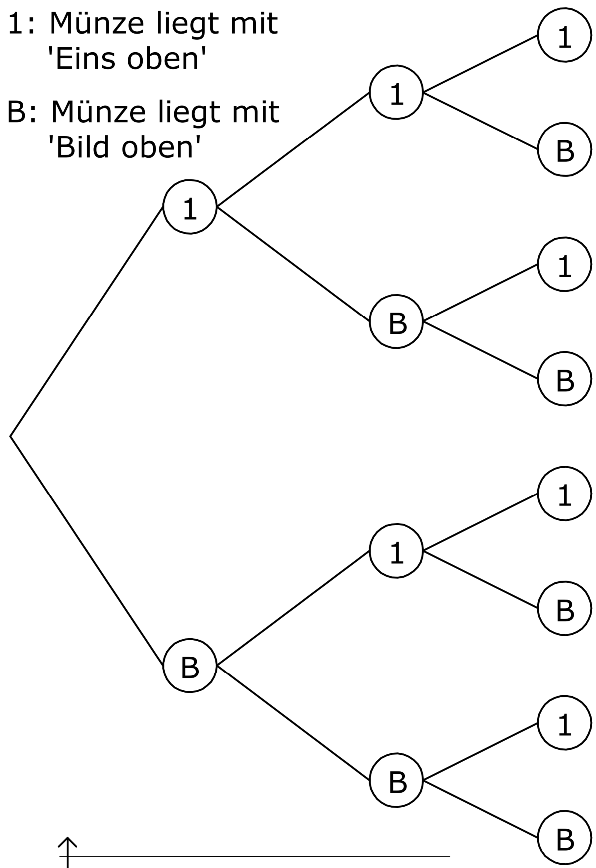
d)

- Ergänze das Baumdiagramm hier im Heft.

  Ergänzen der 4 Zweige der dritten Stufe (2)

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf der Münzen dreimal die Eins oben liegt.

  $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ (2)

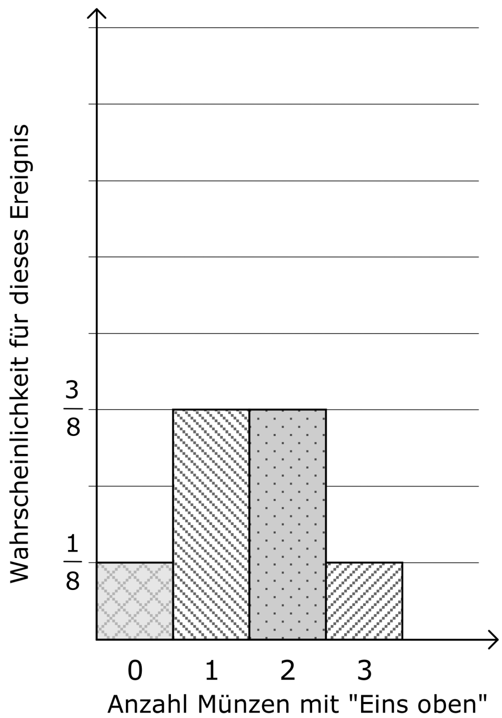


Mit dem Baumdiagramm können jetzt die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse „keine Eins", „eine Eins", „zwei Einsen" und „drei Einsen" bestimmt werden.
Die Wahrscheinlichkeiten sind unten in einem neuen Säulendiagramm dargestellt.

- Beschrifte die Hochachse mit den richtigen Zahlenwerten für die Wahrscheinlichkeiten.

  Richtige Beschriftung 0 bzw. 3 Münzen mit „Eins oben" (1)

  Richtige Beschriftung 1 bzw. 2 Münzen mit „Eins oben" (1)



/6 P.

Bewertungsschlüssel RSA

Punkte	Prozente	Realschulabschluss (Note)
90 - 100	≥90	1
75 - 89	≥75	2
60 - 74	≥60	3
45 - 59	≥45	4
22 - 44	≥22	5
21 - 0	<22	6