Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit analytischer Geometrie)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

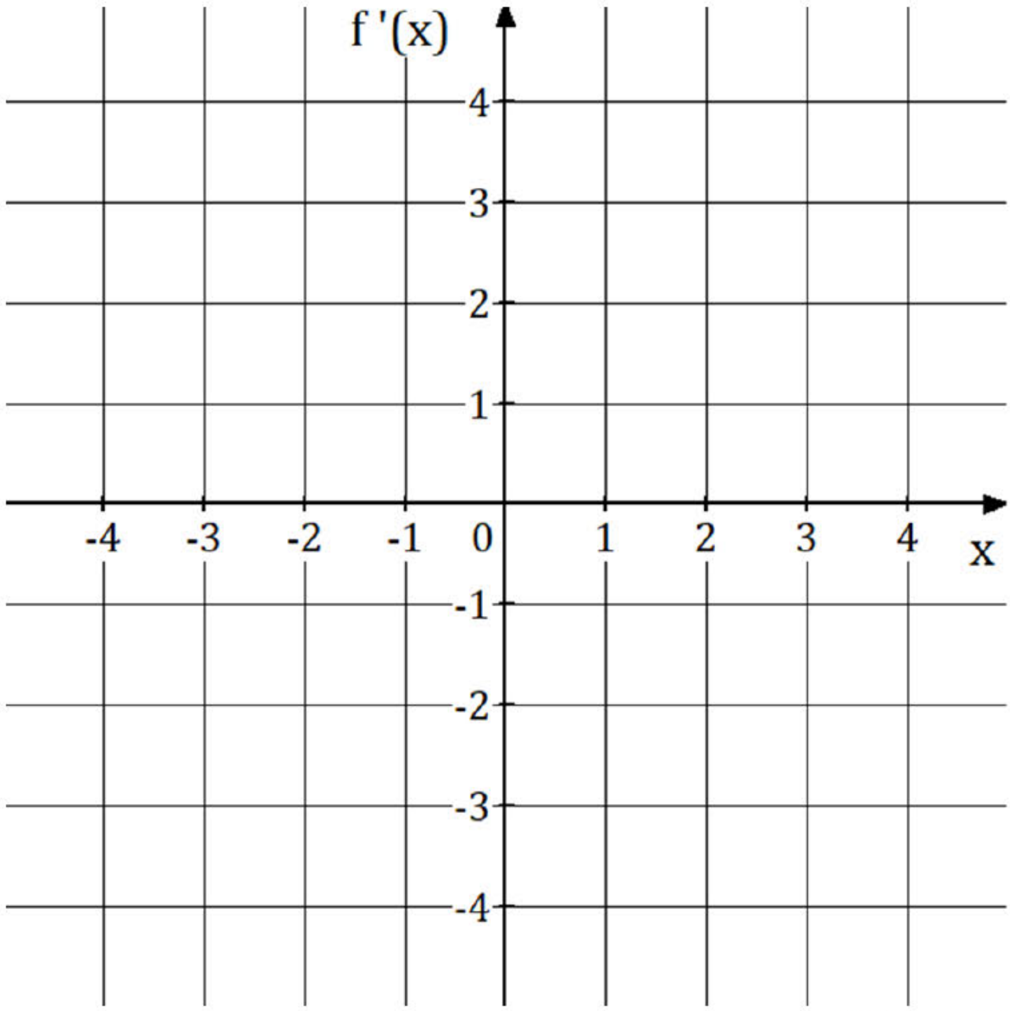

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung für f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

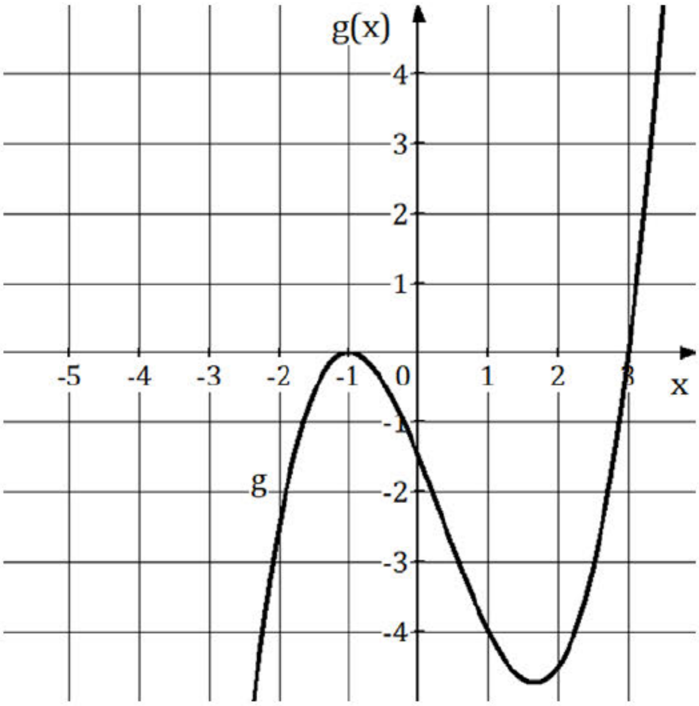

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$.		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben sind die Funktion h sowie ihre erste und zweite Ableitung:

$$h(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x - \pi) - 1 \qquad h'(x) = -\frac{3}{2} \cdot \cos(x) \qquad h''(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x).$$

c1) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion h im Intervall $-\pi \leq x \leq 2\pi$ in die Abbildung 1.3.

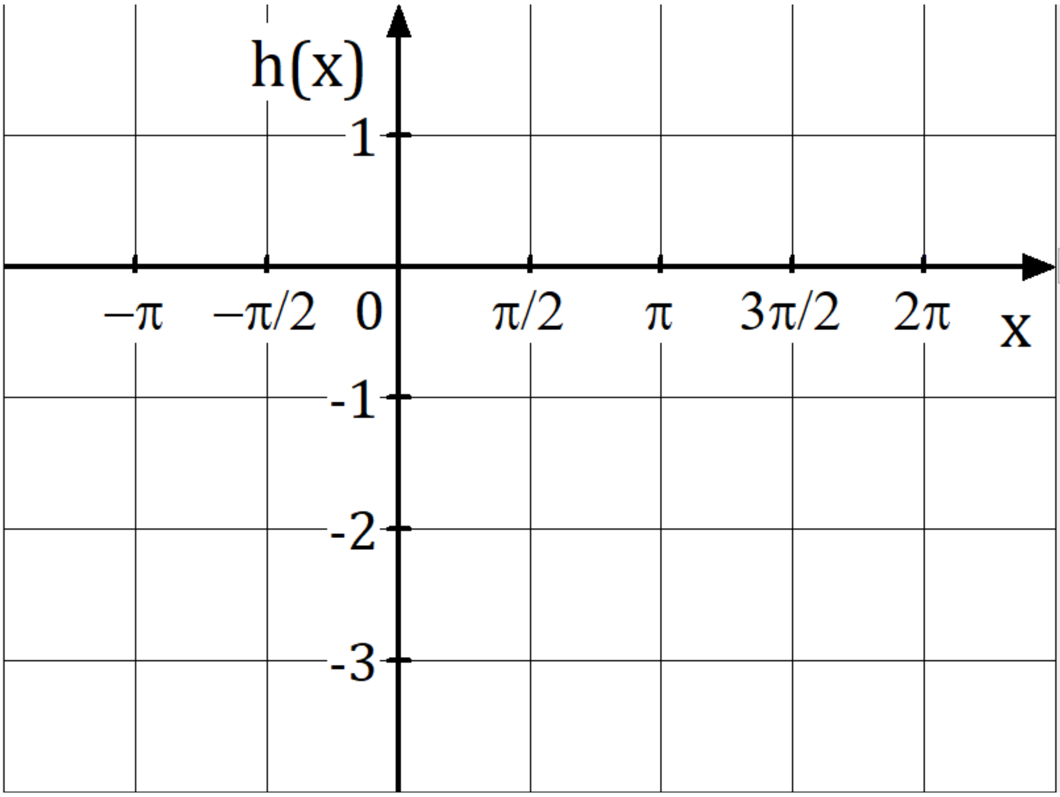

Abbildung 1.3

c2) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion h im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

d) Gegeben sind zwei Geraden g_1 und g_2 mit

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

d1) Nennen Sie die möglichen Lagebeziehungen zweier Geraden im $\mathbb{R}^3$.

d2) Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden g_1 und g_2.

e) Gegeben sind ein Punkt $P(8 \mid -11 \mid 9)$ und eine Gerade g_3 mit

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

e1) Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht auf der Geraden g_3 liegt.

e2) Bestimmen Sie eine Ebenengleichung für die Ebene, die durch den Punkt P und die Gerade g_3 festgelegt wird.

f) Gegeben ist ein Koordinatensystem mit den Punkten $A(4 \mid -2 \mid 3)$ und $B(3 \mid 2 \mid -1)$.

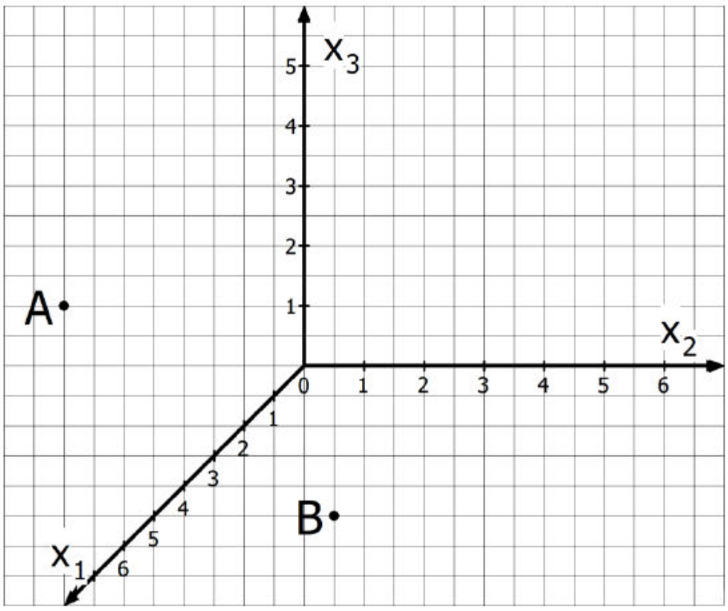

Abbildung 1.4

f1) Zeichnen Sie die Punkte $C(3 \mid 5 \mid 2)$ und $D(1 \mid -3{,}5 \mid 1{,}5)$ in Abbildung 1.4 ein.

f2) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Der Punkt B hat den geringsten Abstand der vier Punkte zum Ursprung.		
Die Gerade durch A und B ist parallel zur Gerade durch B und D.		
Der Vektor $\overrightarrow{BA}$ ist orthogonal zum Vektor $\overrightarrow{BC}$.		

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Analytische Geometrie): **Neubaugebiet**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	6	4	5	6*	4*	5*	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: a, b, c, ... $\in \mathbb{R}$ und die Variablen: x, t, ... $\in \mathbb{R}$.

Die Stadt Beutelsdorf hat für die stetig wachsende Einwohnerzahl den Bebauungsplan geändert und neue Flächen für die Wohnbebauung ausgewiesen.
Das neu geplante Baugebiet „Am Moor" hat einen viereckigen Grundriss und befindet sich in einer leichten Hanglage am Moor (vgl. Abbildung 2.1).

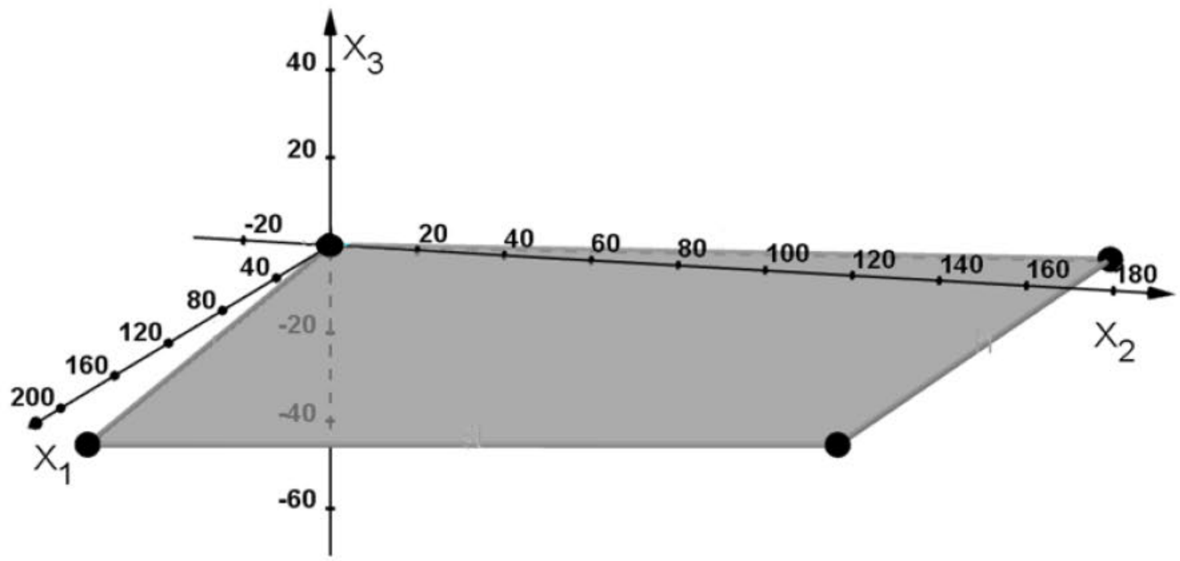

Abbildung 2.1

Die Koordinaten der Eckpunkte des Baugebietes lassen sich festlegen durch:

$A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(180 \mid 0 \mid -12)$, $C(140 \mid 160 \mid c_3)$, $D(-30 \mid 170 \mid 1)$

Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

Die folgende Ebenengleichung beschreibt die Ebene, in der das Baugebiet liegt:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -30 \\ 170 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ -170 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 210 \\ -170 \\ -13 \end{pmatrix}$$

a) Beschreiben Sie die Form dieser Ebenengleichung und
erläutern Sie, wie die Ebene E aus den gegebenen Punkten aufgestellt werden kann.

b) Berechnen Sie den genauen Wert für die Koordinate c_3 des Punktes C.

Für weitere Betrachtungen gilt im Folgenden: $c_3 = -10{,}3$.

Das Baugebiet soll durch eine Straße in zwei Teile geteilt werden. Die geplante Straße verläuft diagonal vom Punkt D zum Punkt B durch das Baugebiet und soll in ihrer Mitte einen Hauptabwasserschacht erhalten.

c) Berechnen Sie die Gesamtlänge dieser Straße im Baugebiet und

zeigen Sie, dass der Hauptabwasserschacht im Punkt $K(75 \mid 85 \mid -5{,}5)$ entstehen soll.

Ein Abwasserkanal soll vom Hauptabwasserschacht im Punkt K auf kürzestem Wege zur Baugebietsgrenze $\overline{BC}$ verlaufen. Der Bauleiter stellt dazu die folgende Gleichung auf:

$$\begin{pmatrix} -40 \\ 160 \\ 1{,}7 \end{pmatrix} \cdot \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 75 \\ 85 \\ -5{,}5 \end{pmatrix} \right] = 0$$

d) Interpretieren Sie die Gleichung im Sachzusammenhang und

bestimmen Sie die Länge dieses Abwasserkanals.

An der Straße von D nach B soll eine rechteckige Fläche als Spielplatz genutzt werden. Eine Rechteckseite soll ein 50 Meter langer Abschnitt der Straße von D nach B sein und von der gegenüberliegenden Rechteckseite $\overline{PQ}$ sind die Koordinaten des Punktes P bekannt mit $P(9{,}6 \mid 108{,}8 \mid -1{,}28)$. In den Bauunterlagen sind folgende Entwürfe für Geradengleichungen dokumentiert:

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -19{,}2 \\ 108{,}8 \\ 0{,}64 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -0{,}2 \end{pmatrix}$$

$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 144 \\ 0 \\ -9{,}6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -84 \\ 68 \\ 5{,}2 \end{pmatrix}$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9{,}6 \\ 108{,}8 \\ -1{,}28 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 17 \\ 0{,}1 \end{pmatrix}$$

e) Entscheiden und begründen Sie, welche Geradengleichung die Rechteckseite $\overline{PQ}$ enthält.

f) Ermitteln Sie näherungsweise die Koordinaten des Eckpunktes Q des Spielplatzes.

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit analytischer Geometrie)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

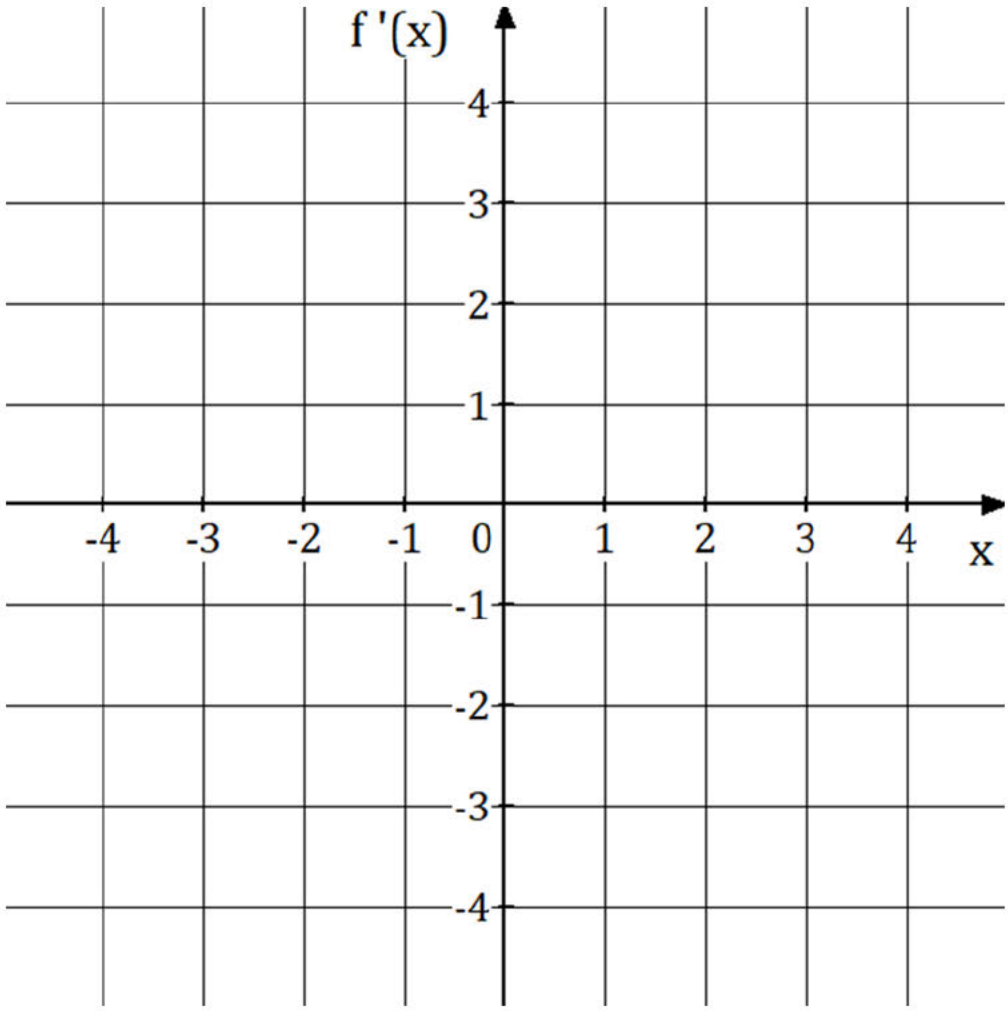

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung für f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

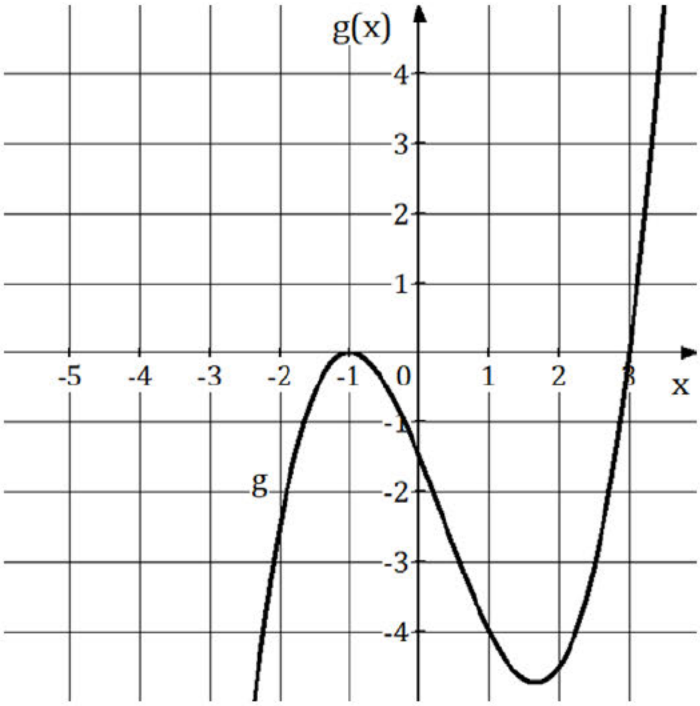

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$.		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = e^x \cdot (x^2 - 2x)$.

c1) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion h.

c2) Ermitteln Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion $h'(x)$.

d) Gegeben sind zwei Geraden g_1 und g_2 mit

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

d1) Nennen Sie die möglichen Lagebeziehungen zweier Geraden im $\mathbb{R}^3$.

d2) Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden g_1 und g_2.

e) Gegeben sind ein Punkt $P(8 \mid -11 \mid 9)$ und eine Gerade g_3 mit

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

e1) Zeigen Sie, dass der Punkt P nicht auf der Geraden g_3 liegt.

e2) Bestimmen Sie eine Ebenengleichung für die Ebene, die durch den Punkt P und die Gerade g_3 festgelegt wird.

f) Gegeben ist ein Koordinatensystem mit den Punkten $A(4 \mid -2 \mid 3)$ und $B(3 \mid 2 \mid -1)$.

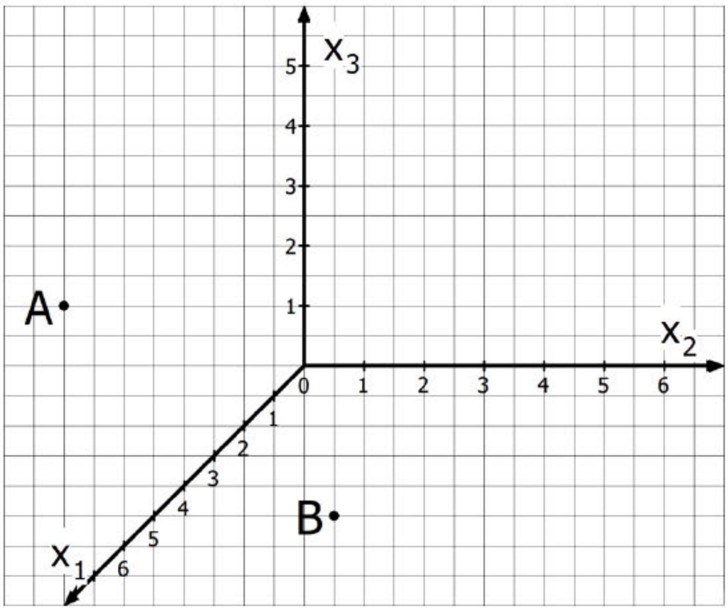

Abbildung 1.3

f1) Zeichnen Sie die Punkte $C(3 \mid 5 \mid 2)$ und $D(1 \mid -3{,}5 \mid 1{,}5)$ in Abbildung 1.3 ein.

f2) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Der Punkt B hat den geringsten Abstand der vier Punkte zum Ursprung.		
Die Gerade durch A und B ist parallel zur Gerade durch B und D.		
Der Vektor $\overrightarrow{BA}$ ist orthogonal zum Vektor $\overrightarrow{BC}$.		

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Analytische Geometrie): **Neubaugebiet**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	6	4	5	6*	4*	5*	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots\ \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots\ \in \mathbb{R}$.

Die Stadt Beutelsdorf hat für die stetig wachsende Einwohnerzahl den Bebauungsplan geändert und neue Flächen für die Wohnbebauung ausgewiesen.
Das neu geplante Baugebiet „Am Moor“ hat einen viereckigen Grundriss und befindet sich in einer leichten Hanglage am Moor (vgl. Abbildung 2.1).

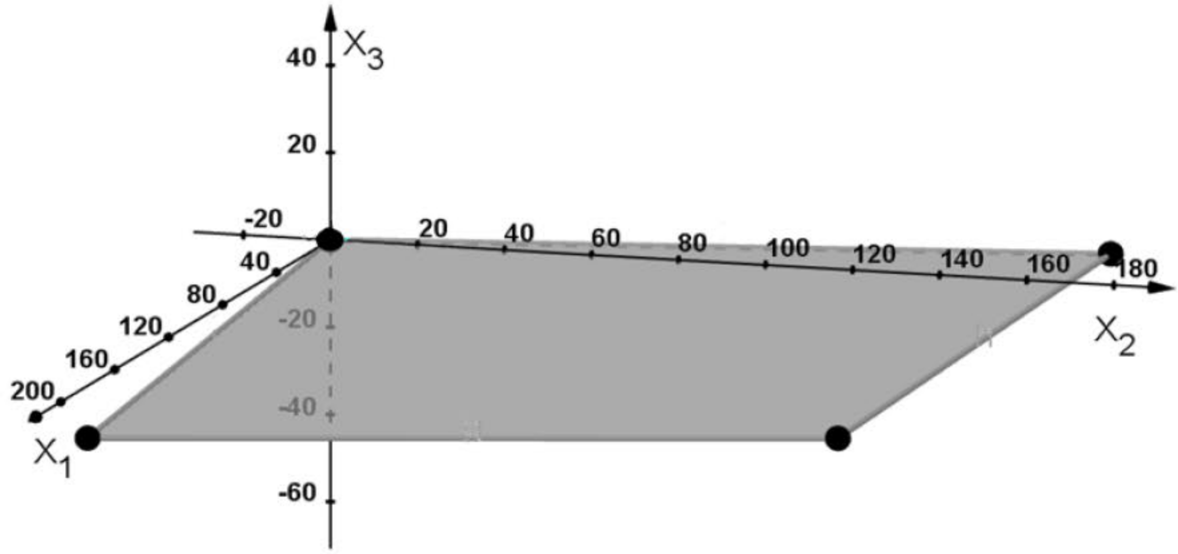

Abbildung 2.1

Die Koordinaten der Eckpunkte des Baugebietes lassen sich festlegen durch:

$A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(180 \mid 0 \mid -12)$, $C(140 \mid 160 \mid c_3)$, $D(-30 \mid 170 \mid 1)$

Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

Die folgende Ebenengleichung beschreibt die Ebene, in der das Baugebiet liegt:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -30 \\ 170 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ -170 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 210 \\ -170 \\ -13 \end{pmatrix}$$

a) Beschreiben Sie die Form dieser Ebenengleichung und
erläutern Sie, wie die Ebene E aus den gegebenen Punkten aufgestellt werden kann.

b) Berechnen Sie den genauen Wert für die Koordinate c_3 des Punktes C.

Für weitere Betrachtungen gilt im Folgenden: $c_3 = -10{,}3$.

Das Baugebiet soll durch eine Straße in zwei Teile geteilt werden. Die geplante Straße verläuft diagonal vom Punkt D zum Punkt B durch das Baugebiet und soll in ihrer Mitte einen Hauptabwasserschacht erhalten.

c) Berechnen Sie die Gesamtlänge dieser Straße im Baugebiet und

zeigen Sie, dass der Hauptabwasserschacht im Punkt $K(75 \mid 85 \mid -5{,}5)$ entstehen soll.

Ein Abwasserkanal soll vom Hauptabwasserschacht im Punkt K auf kürzestem Wege zur Baugebietsgrenze $\overline{BC}$ verlaufen. Der Bauleiter stellt dazu die folgende Gleichung auf:

$$\begin{pmatrix} -40 \\ 160 \\ 1{,}7 \end{pmatrix} \cdot \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 75 \\ 85 \\ -5{,}5 \end{pmatrix} \right] = 0$$

d) Interpretieren Sie die Gleichung im Sachzusammenhang und

bestimmen Sie die Länge dieses Abwasserkanals.

An der Straße von D nach B soll eine rechteckige Fläche als Spielplatz genutzt werden. Eine Rechteckseite soll ein 50 Meter langer Abschnitt der Straße von D nach B sein und von der gegenüberliegenden Rechteckseite $\overline{PQ}$ sind die Koordinaten des Punktes P bekannt mit $P(9{,}6 \mid 108{,}8 \mid -1{,}28)$. In den Bauunterlagen sind folgende Entwürfe für Geradengleichungen dokumentiert:

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -19{,}2 \\ 108{,}8 \\ 0{,}64 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -0{,}2 \end{pmatrix}$$

$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 144 \\ 0 \\ -9{,}6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -84 \\ 68 \\ 5{,}2 \end{pmatrix}$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9{,}6 \\ 108{,}8 \\ -1{,}28 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 17 \\ 0{,}1 \end{pmatrix}$$

e) Entscheiden und begründen Sie, welche Geradengleichung die Rechteckseite $\overline{PQ}$ enthält.

f) Ermitteln Sie näherungsweise die Koordinaten des Eckpunktes Q des Spielplatzes.

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit linearer Algebra)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

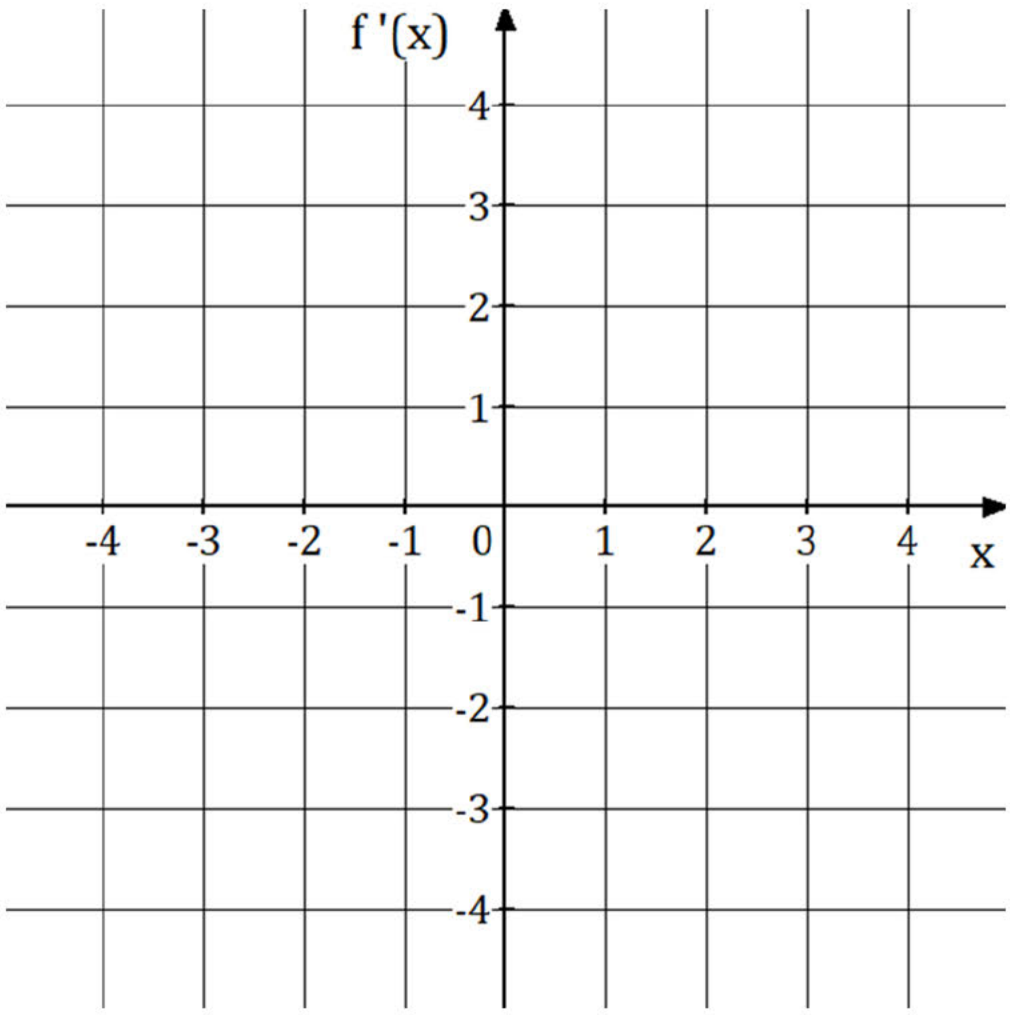

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung für f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

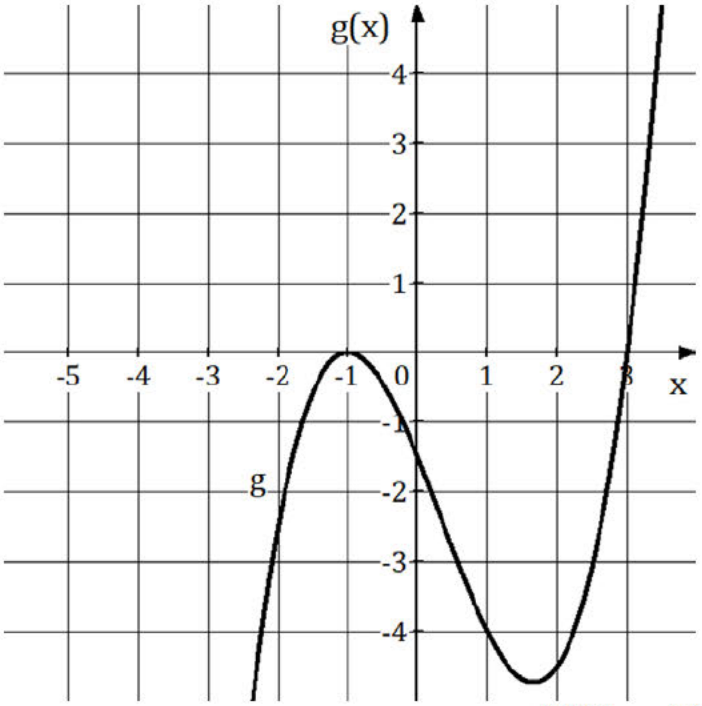

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$.		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben sind die Funktion h sowie ihre erste und zweite Ableitung:

$$h(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x - \pi) - 1 \qquad h'(x) = -\frac{3}{2} \cdot \cos(x) \qquad h''(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x).$$

c1) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion h im Intervall $-\pi \leq x \leq 2\pi$ in die Abbildung 1.3.

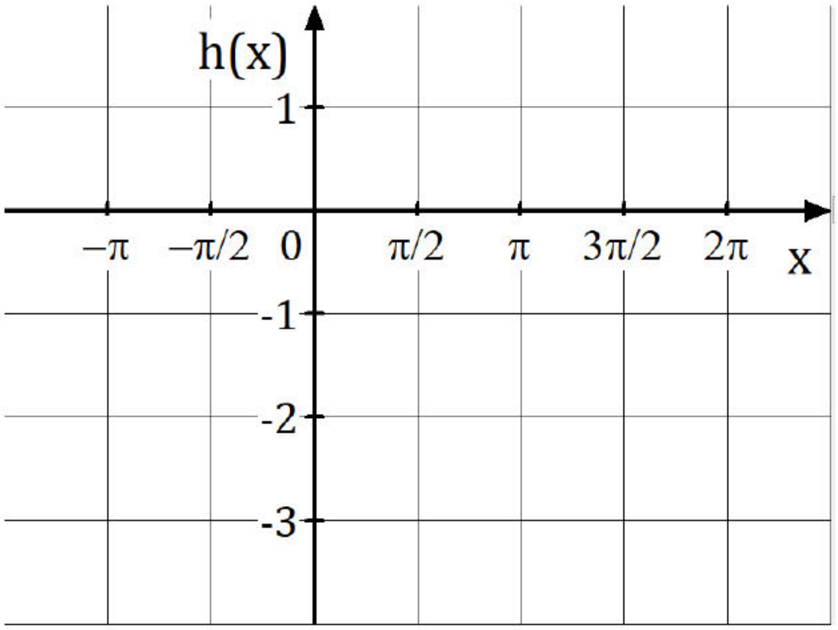

Abbildung 1.3

c2) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion h im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

d) Gegeben sind die Matrizen A, B, C und X für die gilt: $(A + B) \cdot C = X$.

d1) Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Aussage	wahr	falsch	Begründung
$(A + B) \cdot C = X \Leftrightarrow A + B = C^{-1} \cdot X$			
$(A + B) \cdot C = X \Leftrightarrow B \cdot C + A \cdot C = X$			

Gegeben ist die Matrizengleichung $\left(3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = \mathrm{Y}$

d2) Berechnen Sie die Matrix Y.

e) Gegeben ist die Matrix $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0{,}5 \end{pmatrix}$ sowie ihre Inverse $\mathrm{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, außerdem gilt $\mathrm{A}^2 \cdot \vec{\mathrm{v}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

e1) Weisen Sie nach, dass die Matrizen A und A^{-1} zueinander invers sind.

e2) Bestimmen Sie den Vektor $\vec{\mathrm{v}}$.

f) Für eine Matrix M gilt: $\mathrm{M} + \mathrm{M}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 14 & 15 \\ 15 & -12 \end{pmatrix}$.

f1) Bestimmen Sie die Matrizenelemente m_{11} und m_{22} für eine Matrix M, so dass die Matrizengleichung erfüllt wird.

f2) Begründen Sie, dass sich die Matrizenelemente m_{12} und m_{21} nicht eindeutig bestimmen lassen.

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Lineare Algebra): **Kakaomotte**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	6	3	4*	4*	4	4	5*	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Die javanische Kakaomotte ist ein Insekt, das seine Eier auf den Früchten des Kakaobaumes ablegt. Dieser Schädling ist auf vielen Kakaoplantagen vorzufinden. Jede Motte legt im Durchschnitt 200 Eier pro Monat. Innerhalb des nächsten Monats entwickeln sich knapp 10 % der Eier zu Larven, die sich in die Kakaofrucht bohren, um sich dort vom Fruchtfleisch zu ernähren. Im folgenden Monat verpuppen sich $\frac{1}{5}$ der Larven und nach einem weiteren Monat entwickeln sich in etwa die Hälfte der Puppen zu Motten. Durch den Befall der javanischen Kakaomotte vertrocknen die Kakaofrüchte und die darin enthaltenen Kakaobohnen. Dies führt neben dem Ernteausfall auch dazu, dass nicht genügend Saat für die Nachzucht der Kakaobäume vorhanden ist.

Die Populationsmatrix der Kakaomotte ist in der Matrix M dargestellt:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen zur Matrix M und

begründen Sie, dass die Matrix die im Text dargestellte Entwicklung korrekt wiedergibt.

Eine Forschungseinrichtung in Ghana hat bei einer Erstbeobachtung im Januar 1 000 Eier, 500 Larven, 200 Puppen und 150 Kakaomotten gezählt und daraus den Vektor

$$\vec{v}_0 = (1\,000 \quad 500 \quad 200 \quad 150)^T \text{ erstellt.}$$

b) Berechnen Sie die Verteilungen der beiden Folgemonate Februar und März.

Zur Bekämpfung der Kakaomotte stehen drei verschiedene Schädlingsbekämpfungsmittel (SBM) zur Verfügung. Die Forschungseinrichtung untersucht deren Wirksamkeit.

Vom ersten Mittel SBM I ist bekannt, dass nur die Entwicklung der Eier zu Larven gehemmt wird, die anderen Entwicklungsraten der Matrix M bleiben unverändert. Das Ausmaß inwieweit sich die Entwicklungsrate Ei zur Larve verändert, ist nicht bekannt. Die Forscher haben vor dem Ausbringen des Mittels SBM I die Anfangspopulation $\vec{p}_0$ sowie einen Monat nach dem Ausbringen des Mittels SBM I die Populationsverteilung $\overrightarrow{p_{SBM\,I_1}}$ gezählt:

$\vec{p}_0 = (2\,000 \quad 1\,000 \quad 400 \quad 300)^T$ $\qquad$ $\overrightarrow{p_{SBM\,I_1}} = (60\,000 \quad 90 \quad 200 \quad 200)^T$

c) Ermitteln Sie die Populationsmatrix SBM I.

Für zwei weitere Schädlingsbekämpfungsmittel liegen die Populationsmatrizen vor:

$$SBM_{II} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}08 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad SBM_{III} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}045 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$$

Ein Forscher behauptet, aus der Multiplikation der Matrizenelemente, die nicht den Wert null besitzen, erkennen zu können, ob der Populationsbestand langfristig abnimmt. Er hat für die Matrix SBM_{II} das Produkt $200 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 0{,}8$ erhalten.

d) Erläutern Sie die Behauptung des Forschers im Sachzusammenhang und

beurteilen Sie, ob das Schädlingsbekämpfungsmittel SBM II oder SBM III wirksamer ist.

Aus der Kakaobohne werden Kakaobutter und Kakaomasse hergestellt, die als Rohstoffe bei der Schokoladenherstellung verwendet werden. In der Norderstedter Schokoladenmanufaktur „NordSchok“ werden Kakaomasse (R1), Zucker (R2), Kakaobutter (R3) und Milchpulver (R4) als Zutaten für hochwertige Schokolade in den Sorten Zartbitter (Z1), weiße Schokolade (Z2) und Vollmilchschokolade (Z3) verwendet. Diese werden in einem letzten Produktionsschritt zu Pralinen für die Packungen Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) verarbeitet.

Gegeben sind die Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix A und die Rohstoff-Endprodukt-Matrix C, beide enthalten Grammangaben, sowie die Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix B, die den Anteil von 100 g eines Zwischenproduktes angibt, der in ein Endprodukt eingeht.

$$A = \begin{array}{c} \\ R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Z1 & Z2 & Z3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 50 & 0 & 12 \\ 46 & 48 & 46 \\ 4 & 26 & 18 \\ 0 & 26 & 24 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \\ Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E1 & E2 & E3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}8 & 0{,}9 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad C = \begin{array}{c} \\ R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E1 & E2 & E3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 18{,}6 & 27{,}4 & 17 \\ 46{,}8 & 70{,}6 & 93{,}8 \\ 17 & 26{,}4 & 41{,}8 \\ 17{,}6 & 25{,}6 & 47{,}4 \end{pmatrix} \end{array}$$

e) Geben Sie an, wie viel Gramm Zucker sich
- in einer Mengeneinheit Zartbitter befindet,
- im Endprodukt Möwe befindet und

berechnen Sie den prozentualen Anteil des Rohstoffs Zucker am Endprodukt Möwe.

Für einen Auftrag von jeweils 50 Packungen der Endprodukte Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) ermittelt der Produktionsleiter die benötigten Mengen an Zartbitter, weißer Schokolade und Vollmilchschokolade mit folgendem Rechenansatz:

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}8 & 0{,}9 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

f) Erläutern Sie den Rechenansatz und

geben Sie an, wie viel Kilogramm der jeweiligen Schokoladensorten benötigt werden.

Kurz vor Produktionsende sind noch 1 250 g Zartbitter, 3 400 g weiße Schokolade und 2 600 g Vollmilchschokolade vorhanden. Die Mengen sollen am Ende des Produktionstages möglichst aufgebraucht werden.

g) Ermitteln Sie, wie viele Packungen der Pralinensorten Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) sich mit den Restmengen befüllen lassen.

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit linearer Algebra)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

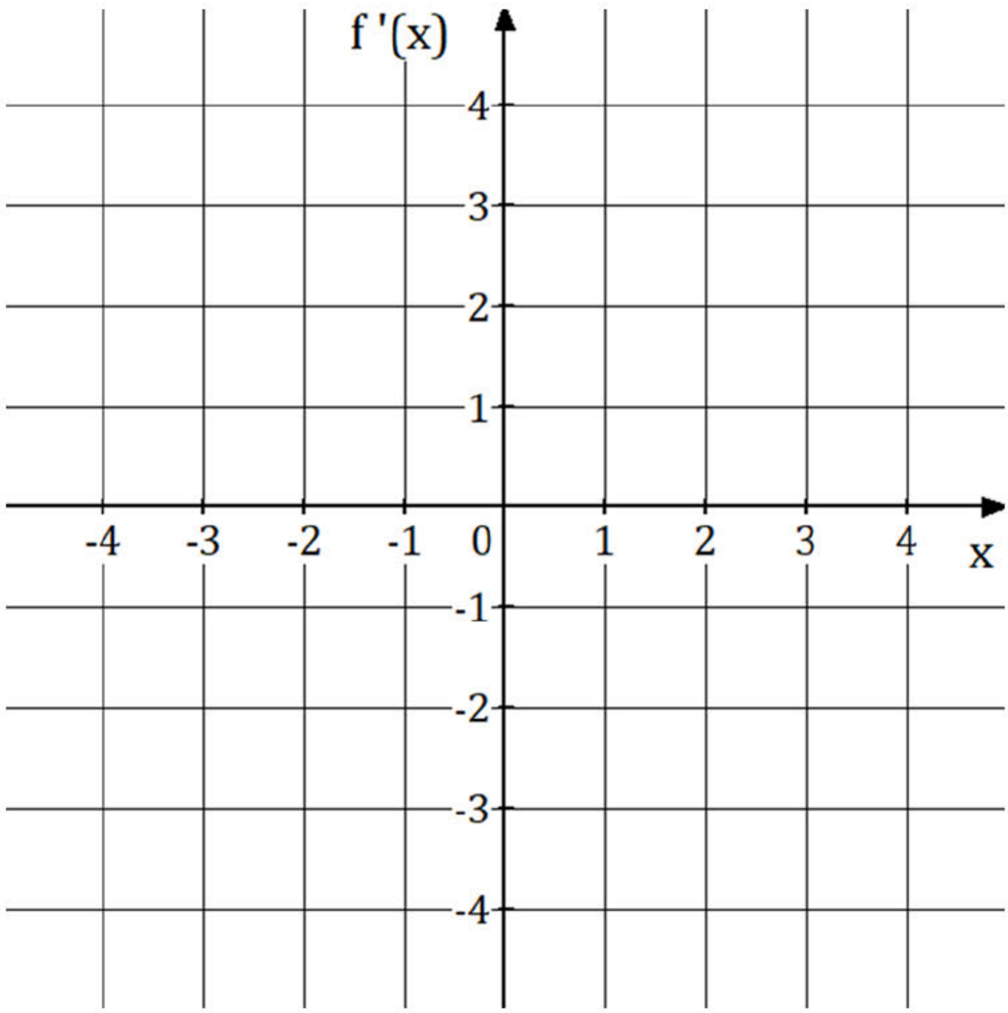

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung von f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

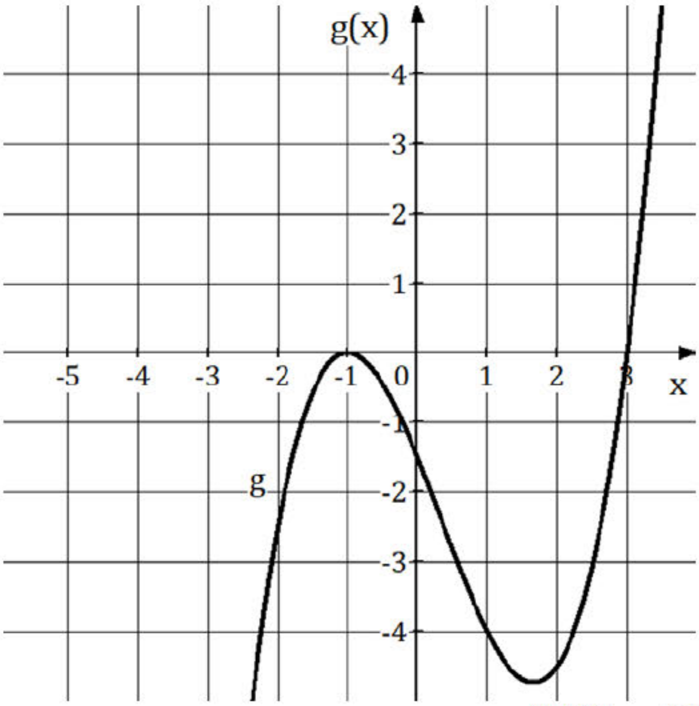

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$.		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = e^x \cdot (x^2 - 2x)$.

c1) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion h.

c2) Ermitteln Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion $h'(x)$.

d) Gegeben sind die Matrizen A, B, C und X für die gilt: $(A + B) \cdot C = X$.

d1) Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Aussage	wahr	falsch	Begründung
$(A + B) \cdot C = X \Leftrightarrow A + B = C^{-1} \cdot X$			
$(A + B) \cdot C = X \Leftrightarrow B \cdot C + A \cdot C = X$			

Gegeben ist die Matrizengleichung $\left(3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = Y$.

d2) Berechnen Sie die Matrix Y.

e) Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0{,}5 \end{pmatrix}$ sowie ihre Inverse $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$,
außerdem gilt $A^2 \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

e1) Weisen Sie nach, dass die Matrizen A und A^{-1} zueinander invers sind.

e2) Bestimmen Sie den Vektor $\vec{v}$.

f) Für eine Matrix M gilt: $M + M^T = \begin{pmatrix} 14 & 15 \\ 15 & -12 \end{pmatrix}$.

f1) Bestimmen Sie die Matrizenelemente m_{11} und m_{22} für eine Matrix M, so dass die Matrizengleichung erfüllt wird.

f2) Begründen Sie, dass sich die Matrizenelemente m_{12} und m_{21} nicht eindeutig bestimmen lassen.

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Lineare Algebra): **Kakaomotte**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	6	3	4*	4*	4	4	5*	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Die javanische Kakaomotte ist ein Insekt, das seine Eier auf den Früchten des Kakaobaumes ablegt. Dieser Schädling ist auf vielen Kakaoplantagen vorzufinden. Jede Motte legt im Durchschnitt 200 Eier pro Monat. Innerhalb des nächsten Monats entwickeln sich knapp 10 % der Eier zu Larven, die sich in die Kakaofrucht bohren, um sich dort vom Fruchtfleisch zu ernähren. Im folgenden Monat verpuppen sich $\frac{1}{5}$ der Larven und nach einem weiteren Monat entwickeln sich in etwa die Hälfte der Puppen zu Motten. Durch den Befall der javanischen Kakaomotte vertrocknen die Kakaofrüchte und die darin enthaltenen Kakaobohnen. Dies führt neben dem Ernteausfall auch dazu, dass nicht genügend Saat für die Nachzucht der Kakaobäume vorhanden ist.

Die Populationsmatrix der Kakaomotte ist in der Matrix M dargestellt:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen zur Matrix M und

begründen Sie, dass die Matrix die im Text dargestellte Entwicklung korrekt wiedergibt.

Eine Forschungseinrichtung in Ghana hat bei einer Erstbeobachtung im Januar 1 000 Eier, 500 Larven, 200 Puppen und 150 Kakaomotten gezählt und daraus den Vektor

$$\vec{v}_0 = (1\,000 \quad 500 \quad 200 \quad 150)^T \text{ erstellt.}$$

b) Berechnen Sie die Verteilungen der beiden Folgemonate Februar und März.

Zur Bekämpfung der Kakaomotte stehen drei verschiedene Schädlingsbekämpfungsmittel (SBM) zur Verfügung. Die Forschungseinrichtung untersucht deren Wirksamkeit.

Vom ersten Mittel SBM I ist bekannt, dass nur die Entwicklung der Eier zu Larven gehemmt wird, die anderen Entwicklungsraten der Matrix M bleiben unverändert. Das Ausmaß inwieweit sich die Entwicklungsrate Ei zur Larve verändert, ist nicht bekannt. Die Forscher haben vor dem Ausbringen des Mittels SBM I die Anfangspopulation $\vec{p}_0$ sowie einen Monat nach dem Ausbringen des Mittels SBM I die Populationsverteilung $\overrightarrow{p_{SBM\,I_1}}$ gezählt:

$\vec{p}_0 = (2\,000 \quad 1\,000 \quad 400 \quad 300)^T$ $\qquad$ $\overrightarrow{p_{SBM\,I_1}} = (60\,000 \quad 90 \quad 200 \quad 200)^T$

c) Ermitteln Sie die Populationsmatrix SBM I.

Für zwei weitere Schädlingsbekämpfungsmittel liegen die Populationsmatrizen vor:

$$SBM_{II} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}08 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad SBM_{III} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0{,}045 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$$

Ein Forscher behauptet, aus der Multiplikation der Matrizenelemente, die nicht den Wert null besitzen, erkennen zu können, ob der Populationsbestand langfristig abnimmt. Er hat für die Matrix SBM_{II} das Produkt $200 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 0{,}8$ erhalten.

d) Erläutern Sie die Behauptung des Forschers im Sachzusammenhang und

beurteilen Sie, ob das Schädlingsbekämpfungsmittel SBM II oder SBM III wirksamer ist.

Aus der Kakaobohne werden Kakaobutter und Kakaomasse hergestellt, die als Rohstoffe bei der Schokoladenherstellung verwendet werden. In der Norderstedter Schokoladenmanufaktur „NordSchok“ werden Kakaomasse (R1), Zucker (R2), Kakaobutter (R3) und Milchpulver (R4) als Zutaten für hochwertige Schokolade in den Sorten Zartbitter (Z1), weiße Schokolade (Z2) und Vollmilchschokolade (Z3) verwendet. Diese werden in einem letzten Produktionsschritt zu Pralinen für die Packungen Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) verarbeitet.

Gegeben sind die Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix A und die Rohstoff-Endprodukt-Matrix C, beide enthalten Grammangaben, sowie die Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix B, die den Anteil von 100 g eines Zwischenproduktes angibt, der in ein Endprodukt eingeht.

$$A = \begin{array}{c} \\ R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Z1 & Z2 & Z3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 50 & 0 & 12 \\ 46 & 48 & 46 \\ 4 & 26 & 18 \\ 0 & 26 & 24 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \\ Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E1 & E2 & E3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}8 & 0{,}9 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad C = \begin{array}{c} \\ R1 \\ R2 \\ R3 \\ R4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E1 & E2 & E3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 18{,}6 & 27{,}4 & 17 \\ 46{,}8 & 70{,}6 & 93{,}8 \\ 17 & 26{,}4 & 41{,}8 \\ 17{,}6 & 25{,}6 & 47{,}4 \end{pmatrix} \end{array}$$

e) Geben Sie an, wie viel Gramm Zucker sich
- in einer Mengeneinheit Zartbitter befindet,
- im Endprodukt Möwe befindet und

berechnen Sie den prozentualen Anteil des Rohstoffs Zucker am Endprodukt Möwe.

Für einen Auftrag von jeweils 50 Packungen der Endprodukte Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) ermittelt der Produktionsleiter die benötigten Mengen an Zartbitter, weißer Schokolade und Vollmilchschokolade mit folgendem Rechenansatz:

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}8 & 0{,}9 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

f) Erläutern Sie den Rechenansatz und

geben Sie an, wie viel Kilogramm der jeweiligen Schokoladensorten benötigt werden.

Kurz vor Produktionsende sind noch 1 250 g Zartbitter, 3 400 g weiße Schokolade und 2 600 g Vollmilchschokolade vorhanden. Die Mengen sollen am Ende des Produktionstages möglichst aufgebraucht werden.

g) Ermitteln Sie, wie viele Packungen der Pralinensorten Sprotte (E1), Möwe (E2) und Anker (E3) sich mit den Restmengen befüllen lassen.

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit Stochastik)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

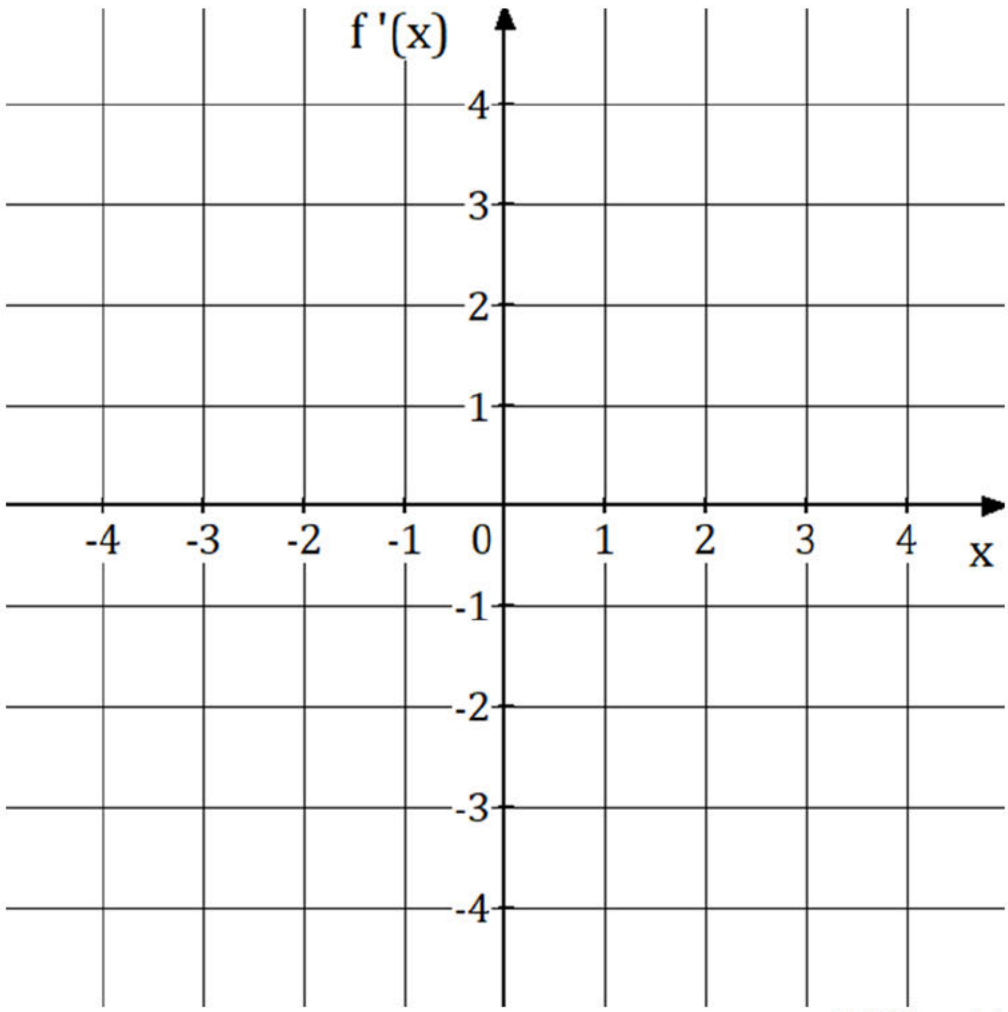

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung für f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

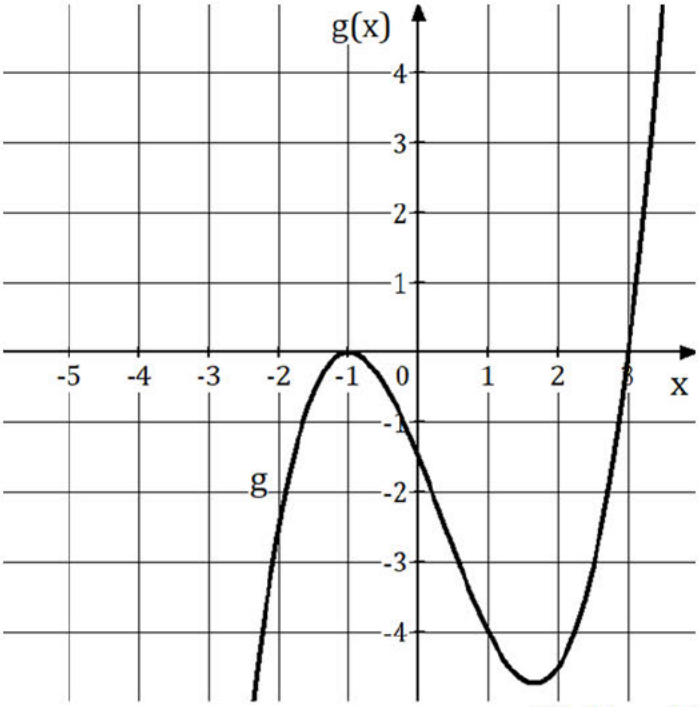

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet: $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben sind die Funktion h sowie ihre erste und zweite Ableitung:

$h(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x - \pi) - 1 \quad h'(x) = -\frac{3}{2} \cdot \cos(x) \quad h''(x) = \frac{3}{2} \cdot \sin(x).$

c1) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion h im Intervall $-\pi \leq x \leq 2\pi$ in die Abbildung 1.3.

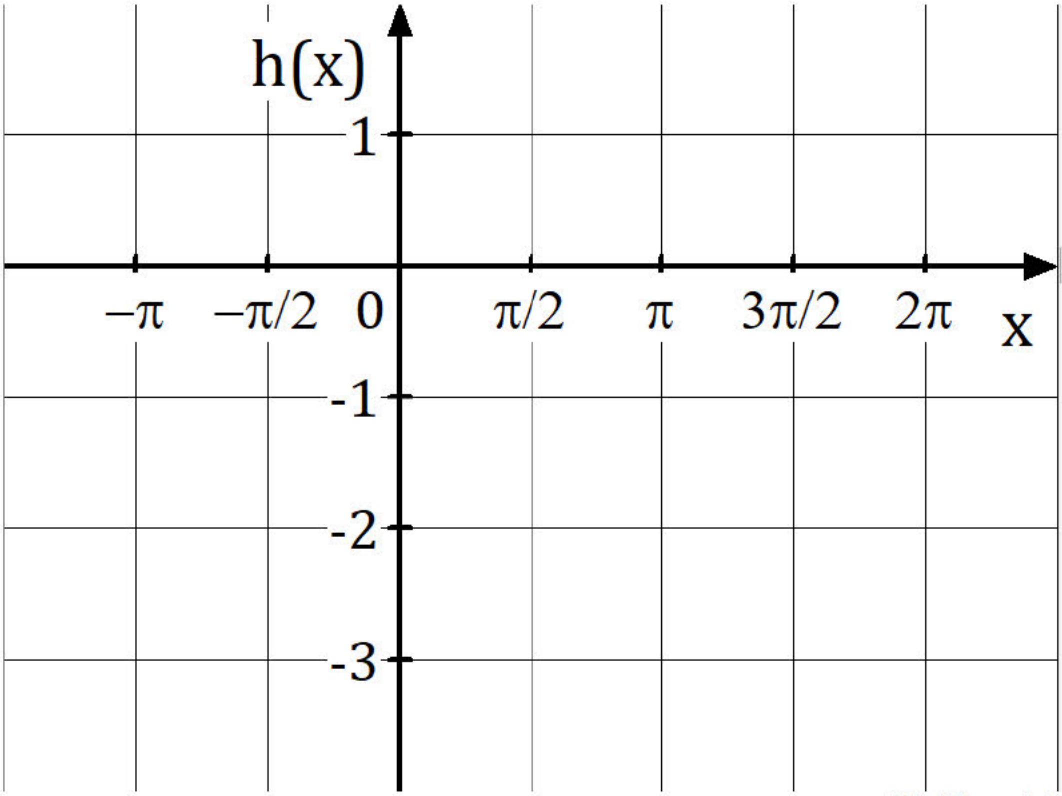

Abbildung 1.3

c2) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion h im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

d) Zu einem zweistufigen Zufallsexperiment ist die folgende unvollständige Vierfelder-Tafel mit Wahrscheinlichkeiten gegeben:

P	B	$\overline{B}$	Summen
A	0,35		
$\overline{A}$			0,4
Summen	0,6		

Tabelle 1.1

d1) Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel.

d2) Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Aussage	Entscheidung und Begründung
Es gilt: $P(B) = P(\overline{A})$.	
Es gilt: $P(B \cap \overline{A}) = 0{,}25$	
Die Ereignisse A und B sind stochastisch unabhängig voneinander.	

e) Das folgende Baumdiagramm (Abbildung 1.4) stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment dar. Es können die Ereignisse A und B sowie deren Gegenereignisse $\overline{A}$ und $\overline{B}$ eintreten.

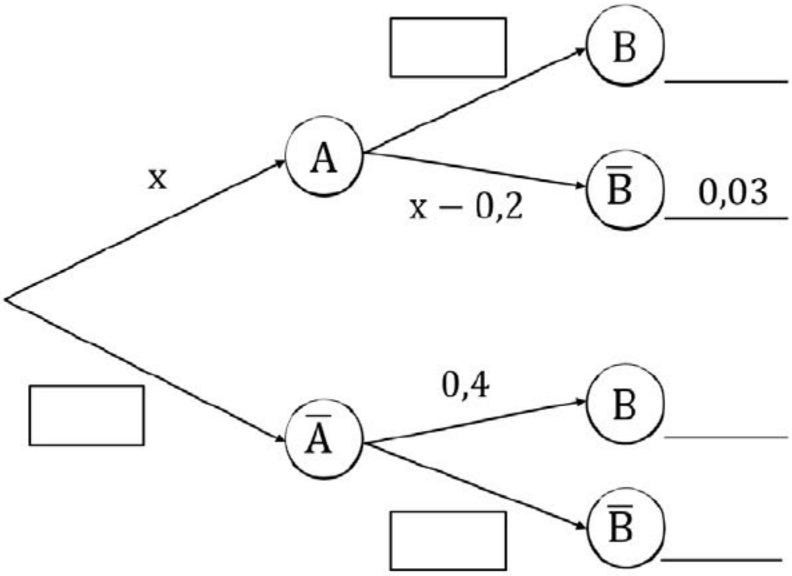

Abbildung 1.4

e1) Erläutern Sie folgenden Lösungsansatz zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit:
$x \cdot (x - 0{,}2) = 0{,}03$ also $x^2 - 0{,}2x - 0{,}03 = 0$.

e2) Vervollständigen Sie die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm (Abbildung 1.4), wenn $P(A) = 0{,}3$ angenommen werden kann und

ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$.

f) Gegeben ist eine Liste von Stichprobenwerten $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ des Merkmals X.
Von diesen Werten sind das arithmetische Mittel $\bar{x} = 8$ und die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{6} \approx 2{,}45$ bekannt.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Wenn der Datenreihe die Werte $x_8 = 5$ und $x_9 = 11$ hinzugefügt werden, bleibt das arithmetische Mittel unverändert bei $\bar{x} = 8$.		
Wenn der Datenreihe die Werte $x_8 = 5$ und $x_9 = 11$ hinzugefügt werden, bleibt die Standardabweichung unverändert bei $\sigma = \sqrt{6}$.		
Wenn alle Werte der Stichprobenwerte $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ verdoppelt werden, verdoppelt sich auch der Wert vom Median.		
Wenn alle Werte der Stichprobenwerte $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ verdoppelt werden, verdoppelt sich auch der Wert der Standardabweichung.		
Der Betrag der Summe der Abweichungen von $\bar{x}$ über $\bar{x}$ ist genauso groß wie der Betrag der Summe der Abweichungen von $\bar{x}$ unter $\bar{x}$.		

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Stochastik)**: Urlaub an der Nordsee**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	6	6*	4*	4*	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Ein Urlaub an der schleswig-holsteinischen Nordsee ist wegen des Reizklimas sehr beliebt. Jedoch fürchten einige Touristen regnerische Tage, die ihnen das Urlaubsvergnügen nehmen könnten. Die Familie Meier mit der angehenden Abiturientin Conny überlegt, den Sommerurlaub entweder an der Nordsee oder vielleicht doch lieber am warmen Bodensee zu verbringen. Conny hat für eine fundierte Entscheidung Statistiken zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen in beiden Urlaubsregionen gefunden.

Die Tabelle 2.1[1] zeigt die durchschnittlichen monatlichen Regenmengen für die Nordseeküste. Die Regenmenge wird dabei in der Maßeinheit Millimeter angegeben, wobei 1 mm der Niederschlagsmenge von einem Liter pro Quadratmeter entspricht.

[redacted]

Tabelle 2.1

Für die Bodenseeregion ist in Abbildung 2.1[2] ein Boxplot zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen gegeben:

Region Bodensee

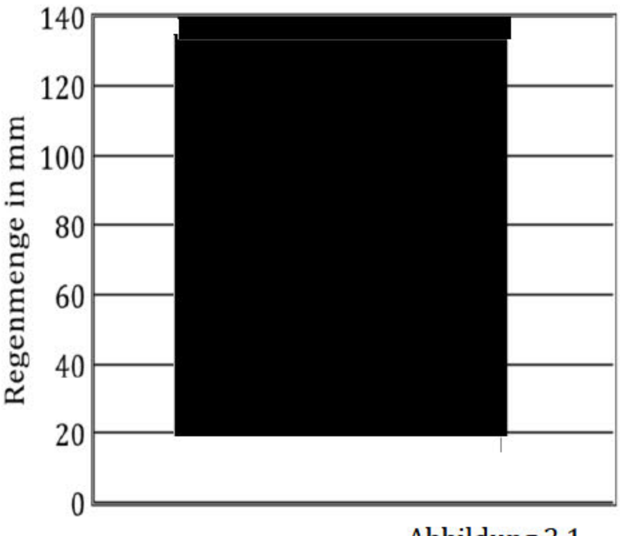

Abbildung 2.1

Region Nordseeküste

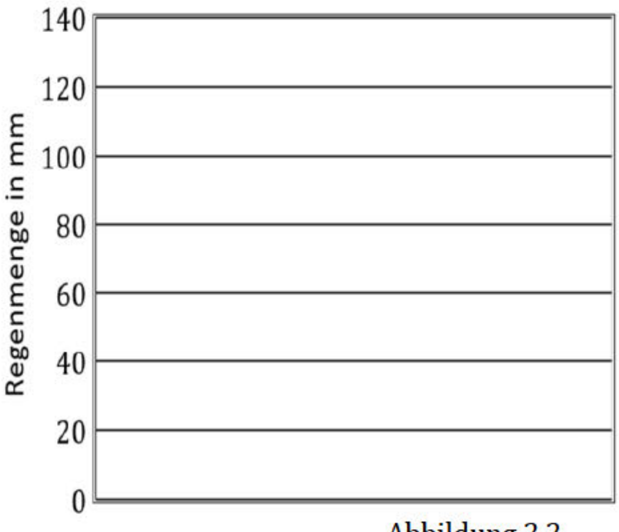

Abbildung 2.2

[1] https://www.wetter-atlas.de/klima/europa/deutschland/nordsee.php Zugriff: 04.11.2021 um 8:30 Uhr
[2] https://www.wetter-atlas.de/klima/europa/deutschald/bodensee.php Zugriff: 04.11.2021 um 9:00 Uhr

a) Ergänzen Sie in Abbildung 2.2 den Boxplot zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen an der Nordseeküste und

geben Sie die dafür notwendigen Daten an und

vergleichen Sie die durchschnittlichen monatlichen Regenmengen der beiden Regionen.

Tage mit einem Niederschlag von mindestens 0,1 mm in 24 Stunden gelten als Regentage. Die schleswig-holsteinische Nordseeküste weist im touristisch relevanten Zeitraum vom 15. März bis zum 15. Oktober durchschnittlich 60 Regentage auf.

b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Tag im touristisch relevanten Zeitraum ein Regentag ist, etwa 27,9 % beträgt und

erläutern Sie, unter welchen Bedingungen die Zufallsvariable X mit „X sei die Anzahl der Regentage" als binomialverteilte Zufallsgröße angenommen werden kann.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Zufallsvariable X mit „X sei die Anzahl der Regentage" binomialverteilt ist und die Wahrscheinlichkeit für einen Regentag $p = 0{,}279$ beträgt. Familie Meier plant in den Sommerferien einen 14-tägigen Urlaub an der Nordsee.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- Familie Meier genau 3 Regentage während ihres Urlaubes erlebt,
- höchstens die Hälfte der Urlaubstage von Familie Meier Regentage sein werden,
- im Urlaub der Familie Meier weniger als 11 Tage keine Regentage sein werden.

Conny badet lieber im ortsansässigen Wellenbad als in der Nordsee. Ihre Eltern erlauben es ihr aber nur an Regentagen. Conny versucht ihre Eltern mit folgender Berechnung davon zu überzeugen, dass diese Regelung unfair ist:

$$1 - (14 \cdot 0{,}279 \cdot 0{,}721^{13} + 0{,}721^{14})$$

d) Geben Sie den Wert des Terms näherungsweise an und

erläutern Sie Connys Berechnung im Sachzusammenhang und

beurteilen Sie, ob diese Berechnung als Beweis für die „unfaire Regelung" geeignet ist.

Der Leiter des Wellenbades weiß aus den Jahresberichten des Tourismus-Verbandes, dass durchschnittlich 4 830 Touristen pro Tag im Ort übernachten und hat daraus eine Besucherquote von 11,2 % für das Wellenbad ermittelt. Er hat den Eindruck, dass die Besucherzahlen steigen und empfiehlt der Gemeinde deshalb in den Ausbau des Wellenbades zu investieren. Die Zufallsvariable Y mit „Y ist die Anzahl der Touristen im Wellenbad" ist $B_{4\,830;\,0{,}112}$ verteilt.

Zur Vorbereitung auf das Treffen mit dem Finanzausschuss der Gemeinde benötigt der Leiter des Wellenbades einige Zahlen.

e) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen Y und

interpretieren Sie die Ergebnisse im Sachzusammenhang.

f) Beurteilen Sie in diesem Zusammenhang die Aussage des Wellenbadleiters: „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Tag weniger als 250 Touristen ins Wellenbad kommen, ist gleich Null."

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:** (hilfsmittelfreier Teil mit Stochastik)

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter:
$a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Der Graph der Ableitungsfunktion f' ist linear und verläuft durch die Punkte $P(3|1)$ und $Q(-2|-3)$.

a1) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in Abbildung 1.1.

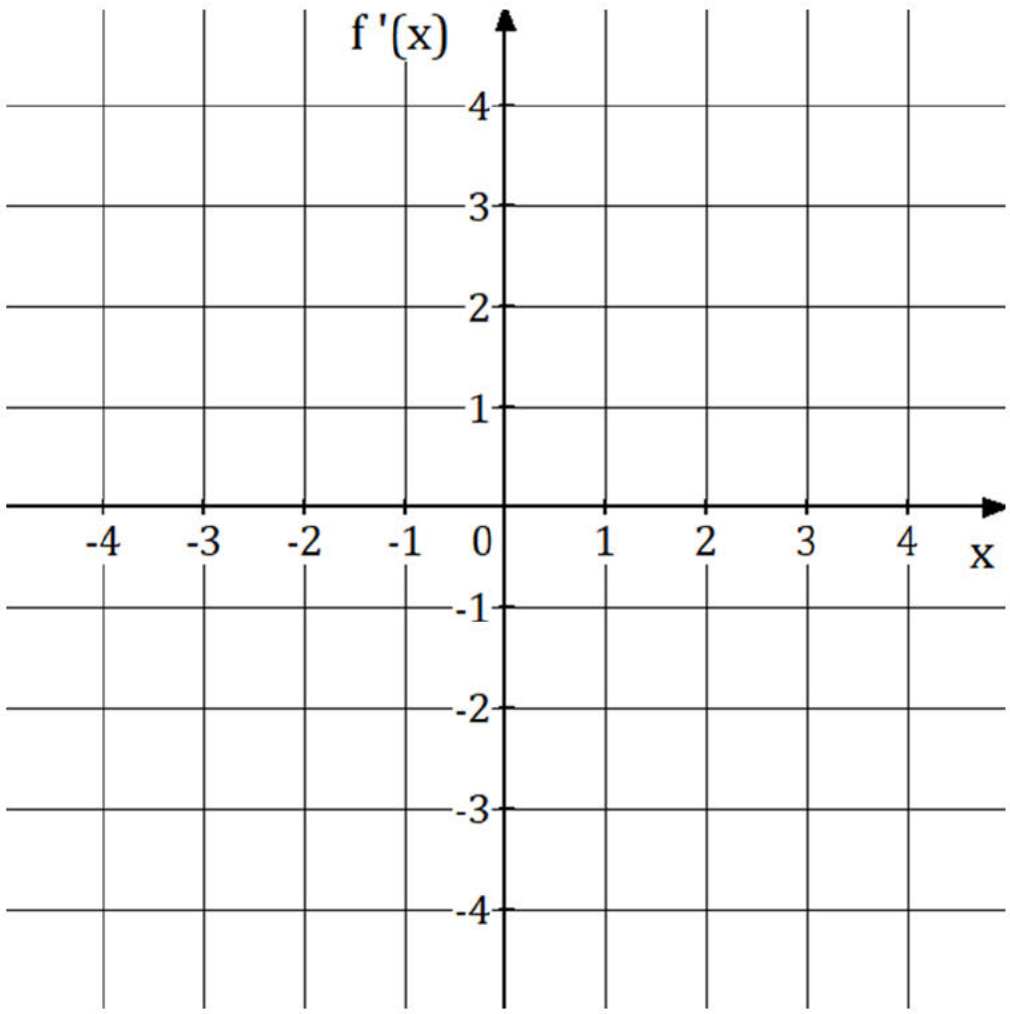

Abbildung 1.1

a2) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung für f.

b) Die Abbildung 1.2 zeigt den Graphen der Funktion g einer ganzrationalen Funktion mit allen Nullstellen.

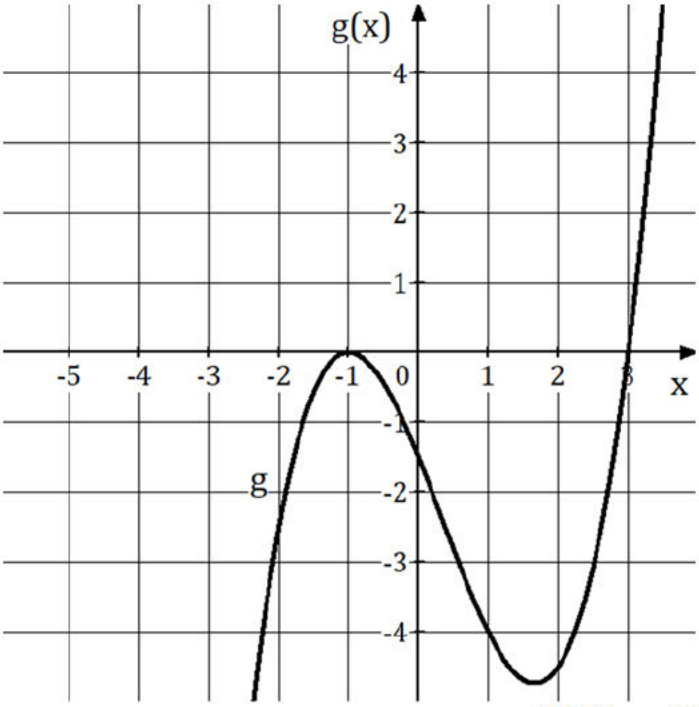

Abbildung 1.2

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Eine mögliche Funktionsgleichung von g(x) lautet: $g(x) = 0{,}5 \cdot (x-3) \cdot (x+1)^2$		
Der höchste Exponent des Funktionsterms von $g'(x)$ ist gerade.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat an der Stelle $x = 3$ einen Hochpunkt.		
Der Graph der Ableitungsfunktion von g hat mindestens einen Wendepunkt.		
Es gilt: $\int_{-2}^{-1} g(x)dx > \int_{0}^{-1} g(x)dx$		

c) Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = e^x \cdot (x^2 - 2x)$.

c1) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion h.

c2) Ermitteln Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion $h'(x)$.

d) Zu einem zweistufigen Zufallsexperiment ist die folgende unvollständige Vierfelder-Tafel mit Wahrscheinlichkeiten gegeben:

P	B	$\overline{B}$	Summen
A	0,35		
$\overline{A}$			0,4
Summen	0,6		

Tabelle 1.1.

d1) Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel.

d2) Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Aussage	Entscheidung und Begründung
Es gilt: $P(B) = P(\overline{A})$.	
Es gilt: $P(B \cap \overline{A}) = 0{,}25$	
Die Ereignisse A und B sind stochastisch unabhängig voneinander.	

e) Das folgende Baumdiagramm (Abbildung 1.3) stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment dar. Es können die Ereignisse A und B sowie deren Gegenereignisse $\overline{A}$ und $\overline{B}$ eintreten.

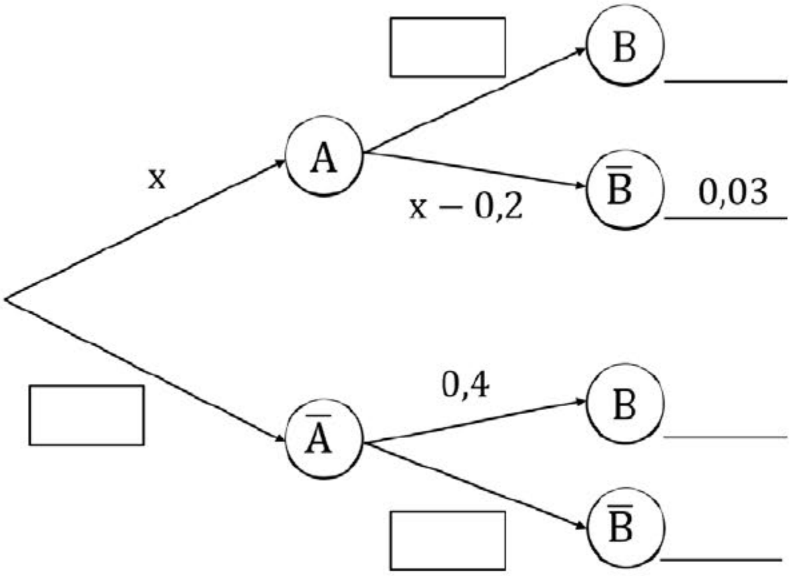

Abbildung 1.3

e1) Erläutern Sie folgenden Lösungsansatz zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit: $x \cdot (x - 0{,}2) = 0{,}03$ also $x^2 - 0{,}2x - 0{,}03 = 0$.

e2) Vervollständigen Sie die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm (Abbildung 1.3), wenn $P(A) = 0{,}3$ angenommen werden kann und

ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$.

f) Gegeben ist eine Liste von Stichprobenwerten $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ des Merkmals X. Von diesen Werten sind das arithmetische Mittel $\bar{x} = 8$ und die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{6} \approx 2{,}45$ bekannt.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Wenn der Datenreihe die Werte $x_8 = 5$ und $x_9 = 11$ hinzugefügt werden, bleibt das arithmetische Mittel unverändert bei $\bar{x} = 8$.		
Wenn der Datenreihe die Werte $x_8 = 5$ und $x_9 = 11$ hinzugefügt werden, bleibt die Standardabweichung unverändert bei $\sigma = \sqrt{6}$.		
Wenn alle Werte der Stichprobenwerte $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ verdoppelt werden, verdoppelt sich auch der Wert vom Median.		
Wenn alle Werte der Stichprobenwerte $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$ verdoppelt werden, verdoppelt sich auch der Wert der Standardabweichung.		
Der Betrag der Summe der Abweichungen von $\bar{x}$ über $\bar{x}$ ist genauso groß wie der Betrag der Summe der Abweichungen von $\bar{x}$ unter $\bar{x}$.		

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2** (Stochastik)**: Urlaub an der Nordsee**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	6	6*	4*	4*	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Ein Urlaub an der schleswig-holsteinischen Nordsee ist wegen des Reizklimas sehr beliebt. Jedoch fürchten einige Touristen regnerische Tage, die ihnen das Urlaubsvergnügen nehmen könnten. Die Familie Meier mit der angehenden Abiturientin Conny überlegt, den Sommerurlaub entweder an der Nordsee oder vielleicht doch lieber am warmen Bodensee zu verbringen. Conny hat für eine fundierte Entscheidung Statistiken zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen in beiden Urlaubsregionen gefunden.

Die Tabelle 2.1[1] zeigt die durchschnittlichen monatlichen Regenmengen für die Nordseeküste. Die Regenmenge wird dabei in der Maßeinheit Millimeter angegeben, wobei 1 mm der Niederschlagsmenge von einem Liter pro Quadratmeter entspricht.

[redacted]

Tabelle 2.1

Für die Bodenseeregion ist in Abbildung 2.1[2] ein Boxplot zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen gegeben:

Region Bodensee

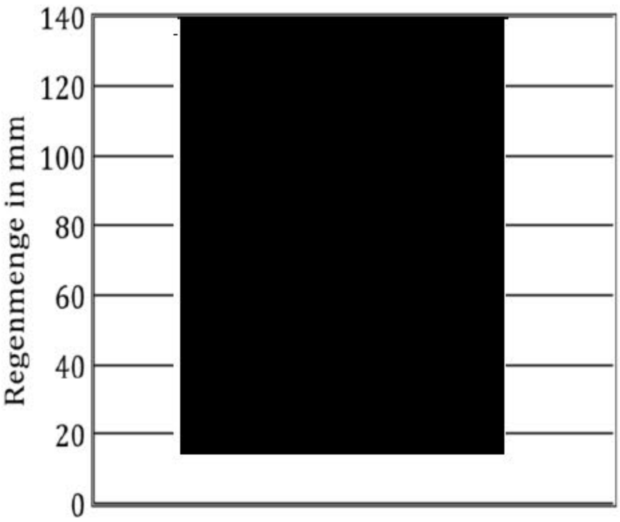

Abbildung 2.1

Region Nordseeküste

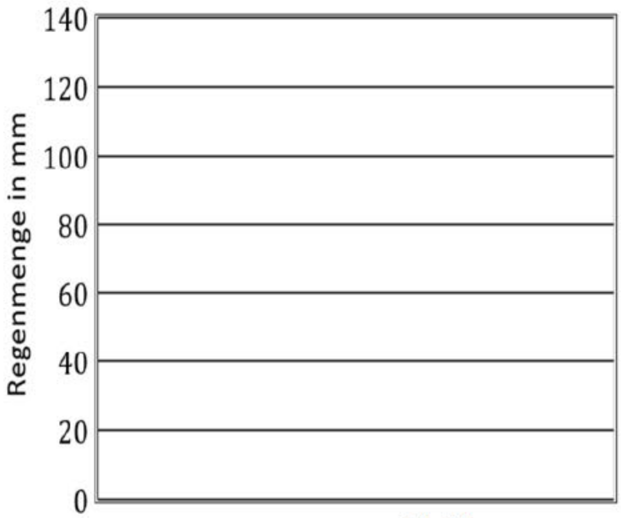

Abbildung 2.2

[1] https://www.wetter-atlas.de/klima/europa/deutschland/nordsee.php Zugriff: 04.11.2021 um 8:30 Uhr
[2] https://www.wetter-atlas.de/klima/europa/deutschald/bodensee.php Zugriff: 04.11.2021 um 9:00 Uhr

a) Ergänzen Sie in Abbildung 2.2 den Boxplot zu den durchschnittlichen monatlichen Regenmengen an der Nordseeküste und

geben Sie die dafür notwendigen Daten an und

vergleichen Sie die durchschnittlichen monatlichen Regenmengen der beiden Regionen.

Tage mit einem Niederschlag von mindestens 0,1 mm in 24 Stunden gelten als Regentage. Die schleswig-holsteinische Nordseeküste weist im touristisch relevanten Zeitraum vom 15. März bis zum 15. Oktober durchschnittlich 60 Regentage auf.

b) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Tag im touristisch relevanten Zeitraum ein Regentag ist, etwa 27,9 % beträgt und

erläutern Sie, unter welchen Bedingungen die Zufallsvariable X mit „X sei die Anzahl der Regentage" als binomialverteilte Zufallsgröße angenommen werden kann.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Zufallsvariable X mit „X sei die Anzahl der Regentage" binomialverteilt ist und die Wahrscheinlichkeit für einen Regentag $p = 0{,}279$ beträgt. Familie Meier plant in den Sommerferien einen 14-tägigen Urlaub an der Nordsee.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- Familie Meier genau 3 Regentage während ihres Urlaubes erlebt,
- höchstens die Hälfte der Urlaubstage von Familie Meier Regentage sein werden,
- im Urlaub der Familie Meier weniger als 11 Tage keine Regentage sein werden.

Conny badet lieber im ortsansässigen Wellenbad als in der Nordsee. Ihre Eltern erlauben es ihr aber nur an Regentagen. Conny versucht ihre Eltern mit folgender Berechnung davon zu überzeugen, dass diese Regelung unfair ist:

$$1 - (14 \cdot 0{,}279 \cdot 0{,}721^{13} + 0{,}721^{14})$$

d) Geben Sie den Wert des Terms näherungsweise an und

erläutern Sie Connys Berechnung im Sachzusammenhang und

beurteilen Sie, ob diese Berechnung als Beweis für die „unfaire Regelung" geeignet ist.

Der Leiter des Wellenbades weiß aus den Jahresberichten des Tourismus-Verbandes, dass durchschnittlich 4 830 Touristen pro Tag im Ort übernachten und hat daraus eine Besucherquote von 11,2 % für das Wellenbad ermittelt. Er hat den Eindruck, dass die Besucherzahlen steigen und empfiehlt der Gemeinde deshalb in den Ausbau des Wellenbades zu investieren. Die Zufallsvariable Y mit „Y ist die Anzahl der Touristen im Wellenbad" ist $B_{4\,830;\,0{,}112}$ verteilt.

Zur Vorbereitung auf das Treffen mit dem Finanzausschuss der Gemeinde benötigt der Leiter des Wellenbades einige Zahlen.

e) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen Y und

interpretieren Sie die Ergebnisse im Sachzusammenhang.

f) Beurteilen Sie in diesem Zusammenhang die Aussage des Wellenbadleiters:
„Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Tag weniger als 250 Touristen ins Wellenbad kommen, ist gleich Null."

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Die KLOT-Show**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	6	2	4	5	3	5	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Der Freizeitpark KLOT-Show zieht aufgrund seiner ausgeprägten Familienfreundlichkeit und vielen Attraktionen während der Öffnungszeiten von 10 bis 18 Uhr viele Besucher an. Die Schülerin Annika organisierte für ihre Schulklasse einen Ausflug. Am nächsten Schultag wurde der Besuch der KLOT-Show sehr gelobt. Nur die Wartezeit an der Kasse wurde kritisiert. Die Klasse stellt sich die Frage, wie sich der Besucherandrang im Laufe des Tages entwickelt. Da jeder Besucher durch eine Einlassschranke elektronisch erfasst wird, liefert der Park auf Nachfrage der Klasse umfangreiches Datenmaterial zu den Besucherzahlen. Die Klasse entscheidet sich dafür, den Besucherstrom mittels einer ganzrationalen Funktion dritten Grades zu modellieren. Es wird folgende Funktionsgleichung ermittelt und eine Graphik erstellt (Abbildung 3.1).

$$f(t) = 30 \cdot t^3 - 420 \cdot t^2 + 1470 \cdot t \qquad \text{mit } 0 \leq t \leq 7$$

$f(t)$: Anzahl der eintretenden Besucher pro Stunde ab 10:00 Uhr (Besucherstrom)
t: Zeit in Stunden

Die Kassen werden eine Stunde vor Parkschließung geschlossen.

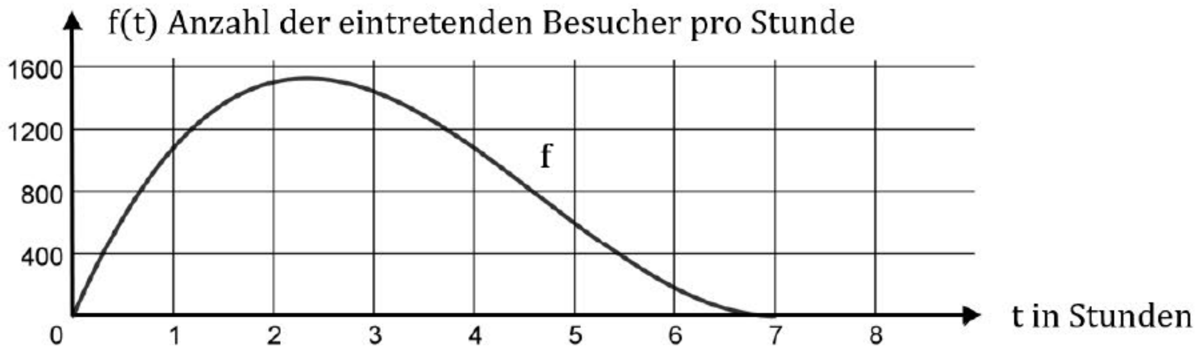

Abbildung 3.1

a) Beschreiben Sie den Graphen in der Abbildung 3.1 anhand dreier Aspekte im Sachzusammenhang.

Ein Mitschüler behauptet, dass um 17 Uhr kein Besucher mehr im Park ist, weil $f(t)$ an der Stelle $t = 7$ eine Nullstelle besitzt.

b) Beurteilen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage.

c) Berechnen Sie den Zeitraum, in dem mehr als 1 000 Besucher pro Stunde in den Park wollen und somit die Öffnung zusätzlicher Ticket-Kassen sinnvoll ist.

d) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Besucherstrom um 12:20 Uhr am größten ist und geben Sie an, wie groß der Besucherstrom zu diesem Zeitpunkt ist.

e) Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\frac{1}{3}\int_0^3 f(t)\,dt$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Die Schiffsschaukel „Pirat“ stellt die Hauptattraktion der KLOT-Show dar. Hat diese Schiffsschaukel volle Fahrt aufgenommen, erreicht die Mitte des Schiffes einen maximalen Höhenunterschied von zehn Metern zur tiefsten Stelle, die zwei Meter über dem Erdboden liegt (Abbildung 3.2). Der Einstieg erfolgt über eine Rampe. Bei voller Fahrt fährt man dann in der Schiffsmitte sitzend alle acht Sekunden an dem Eingangsbereich der Schiffsschaukel vorbei.

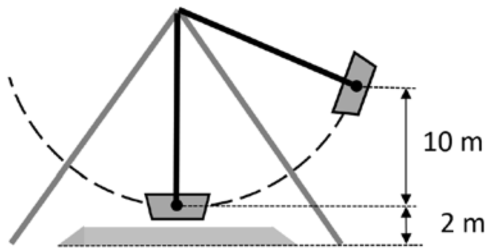

Abbildung 3.2

Dieser periodische Vorgang soll durch eine trigonometrische Funktion der Form

$$g(t) = a \cdot \sin\big(b \cdot (t + c)\big) + d \quad \text{mit } a \neq 0 \text{ und } t \geq 0$$

beschrieben werden. Dabei soll die Funktion g die Höhe der Schiffsmitte vom Erdboden in Metern in Abhängigkeit von der Fahrzeit t in Sekunden bei voller Fahrt beschreiben. Die Beobachtungszeit beginnt, wenn die Schiffsschaukel volle Fahrt aufgenommen hat und sich am Einstiegsort befindet.

f) Modellieren Sie den Höhenverlauf der Schiffsschaukel durch eine Funktion vom Typ g.

Für kleinere Kinder gibt es eine weitere Schiffsschaukel „Wykkie“, deren Höhenverlauf bei voller Fahrt durch die folgende Funktion h modelliert wird.

$$h(t) = -3{,}5 \cdot \cos(0{,}2 \cdot \pi \cdot t) + 4{,}5 \quad \text{mit } t \geq 0$$

h(t): Höhe der Schiffsschaukel vom Erdboden in Metern, t: Zeit in Sekunden

Die Beobachtungszeit t beginnt, wenn die Schiffsschaukel volle Fahrt aufgenommen hat und sich am Einstiegsort befindet. Aus Sicherheitsgründen soll die Änderungsrate der Höhe $h'(t)$ den Betrag von $3\ \frac{m}{s}$ bei Kleinkindern nicht überschreiten.

g) Begründen Sie, dass die maximale Änderungsrate von h in den Wendepunkten untersucht werden muss, um die Einhaltung der Sicherheitsvorgabe zu prüfen und beurteilen Sie, ob die Sicherheitsvorgabe eingehalten wird.

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Kreuzfahrtschiff**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	6	4	6	3	3	3	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Die Reisestrecke von Kiel nach Trelleborg ist Teil einer mehrtägigen Ostseekreuzfahrt. Um die Umwelt und die Ressourcen zu schonen, hat die Reederei für diese Teilstrecke eine Herabsetzung der Schiffsgeschwindigkeit beschlossen. Durch diese Verringerung wird nicht nur Treibstoff eingespart, sondern auch direkt proportional zum Treibstoffverbrauch der Ausstoß des klimaschädlichen Treibhausgases Kohlenstoffdioxid (CO_2) reduziert.

In der Abbildung 3.1 ist der Treibstoffverbrauch in Tonnen pro Stunde in Abhängigkeit von der Reisedauer t in Stunden durch den Graphen g vor der Geschwindigkeitsreduzierung und den Graphen h nach der Geschwindigkeitsreduzierung graphisch dargestellt.

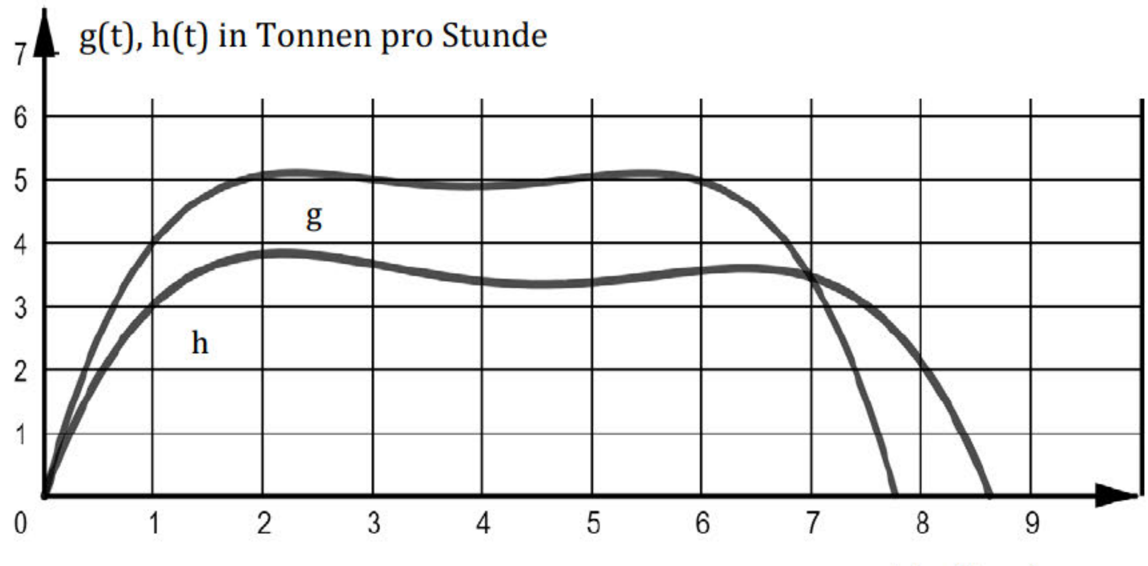

Abbildung 3.1

a) Vergleichen Sie die in Abbildung 3.1 dargestellten Graphen der Funktionen g und h anhand dreier Aspekte im Sachzusammenhang.

Der Verlauf des Graphen g soll mit einer ganzrationalen Funktion vierten Grades modelliert werden. Es ist bekannt, dass der höchste Verbrauch vor der Reduzierung der Schiffsgeschwindigkeit nach 2,3 und 5,46 Stunden bei jeweils 5,08 Tonnen pro Stunde lag.

b) Geben Sie geeignete Bedingungsgleichungen für die Modellierung von g in der nötigen Anzahl an.

Ein Aufstellen des Gleichungssystems ist nicht erforderlich.

Der Verlauf des Graphen h wird durch die Funktionsgleichung h(t) beschrieben:

$$h(t) = -0{,}0185 \cdot t^4 + 0{,}323 \cdot t^3 - 1{,}95 \cdot t^2 + 4{,}66 \cdot t \qquad \text{mit } 0 \leq t \leq 8{,}62$$

c) Berechnen Sie den größten momentanen Treibstoffverbrauch in Tonnen pro Stunde nach der Geschwindigkeitsreduzierung und

begründen Sie, dass die Betrachtung der größten Werte des Treibstoffverbrauchs nicht geeignet ist, um eine Aussage über die Minderung des CO_2-Ausstoßes auf der Reisestrecke von Kiel nach Trelleborg treffen zu können.

d) Geben Sie den Wert des Integrals $\int_0^{8,62} h(t)\,dt$ an und

interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Zur Erhaltung der Stabilität des Schiffskörpers benötigt das Kreuzfahrtschiff Ballastwasser (Seewasser), welches in den Häfen in Tanks aufgenommen oder daraus abgelassen wird. So werden Meeresorganismen wie kleine Tiere, Larven, Pflanzen oder Bakterien in andere Regionen verschleppt, die dort ökologische und ökonomische Schäden verursachen können. [redacted] Jede Ballastwasser-Behandlungsanlage wird auf ihre Wirksamkeit und Umweltverträglichkeit untersucht.

Bei Untersuchungen der Bakterienbelastung ergaben durchgeführte Messungen in einem Tank, dass der Bakterienbestand im Ballastwasser in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Filtern durch eine abschnittsweise definierte Funktion B wie folgt modelliert werden kann:

$$B(t) = \begin{cases} 0{,}057 \cdot t^2 - 3{,}693 \cdot t + 100 & \text{für } 0 \leq t < 18 \\ -0{,}2 \cdot e^{0{,}205 \cdot t} + 60 & \text{für } 18 \leq t \leq 26{,}5 \end{cases}$$

B(t): prozentualer Bakterienbestand, t: Zeit in Stunden, e: Eulersche Zahl

e) Skizzieren Sie den Graphen von B(t) in die Abbildung 3.2.

[1] https://www.umweltbundesamt.de/themen/chemikalien/biozide/ballastwasserbehandlung

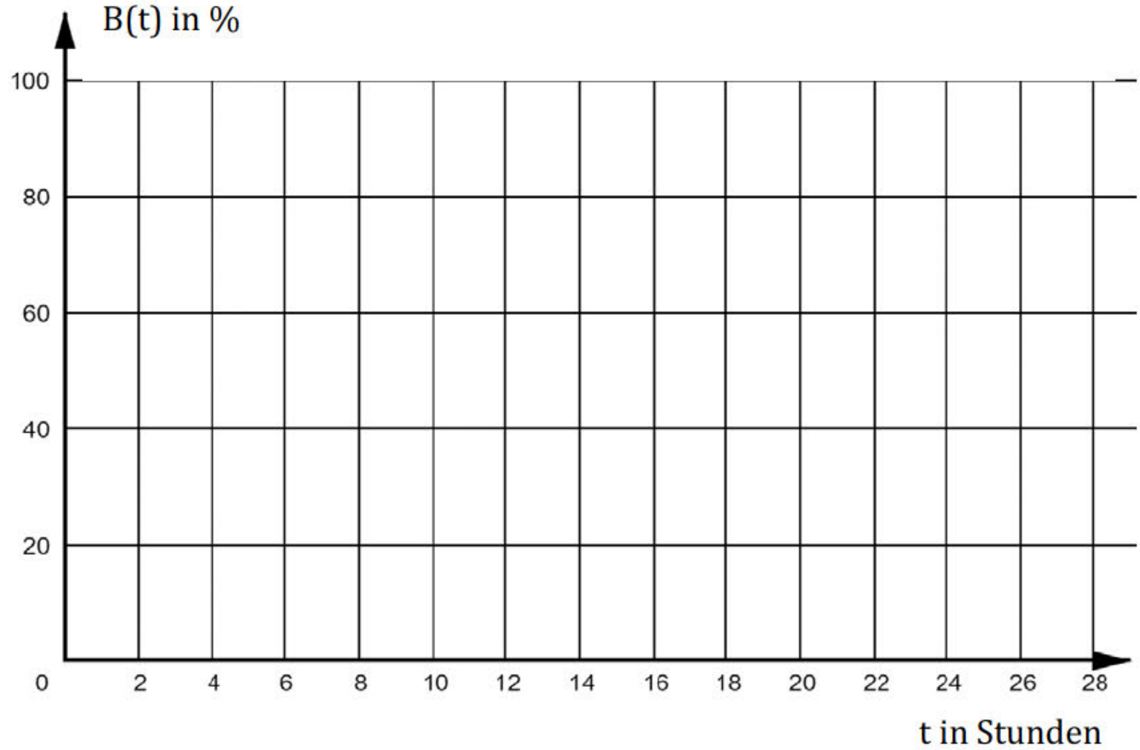

Abbildung 3.2

Nach einer chemischen Ballastwasserbehandlung sank der Bakterienbestand von 100 % zum Zeitpunkt $t = 0$ bereits nach 6 Stunden auf 73,9 %. Der Bakterienbestand nach chemischer Behandlung soll mit der Funktionsgleichung $P(t)$ der Form

$P(t) = 150 - 50 \cdot e^{a \cdot t}$ mit $t \geq 0$ und $a > 0$ beschrieben werden.

$P(t)$: prozentualer Bakterienbestand nach der Ballastwasserbehandlung, t: Zeit in Stunden, e: Eulersche Zahl

f) Berechnen Sie den Wert des Parameters a.

Gehen Sie im Folgenden von $a = 0{,}07$ aus.

g) Ermitteln Sie, wie viele Stunden es dauert, bis mit der chemischen Ballastwasserbehandlung nur noch die Hälfte des Anfangsbestands der Bakterien im Tank ist und berechnen Sie den prozentualen Abbau pro Stunde zu dieser Zeit t.