Name des Prüflings	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	4	4	6	3	2	5	6	4	34
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abbildung 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.
Skizzieren Sie den Verlauf der ersten Ableitungsfunktion in das untere Koordinatensystem.

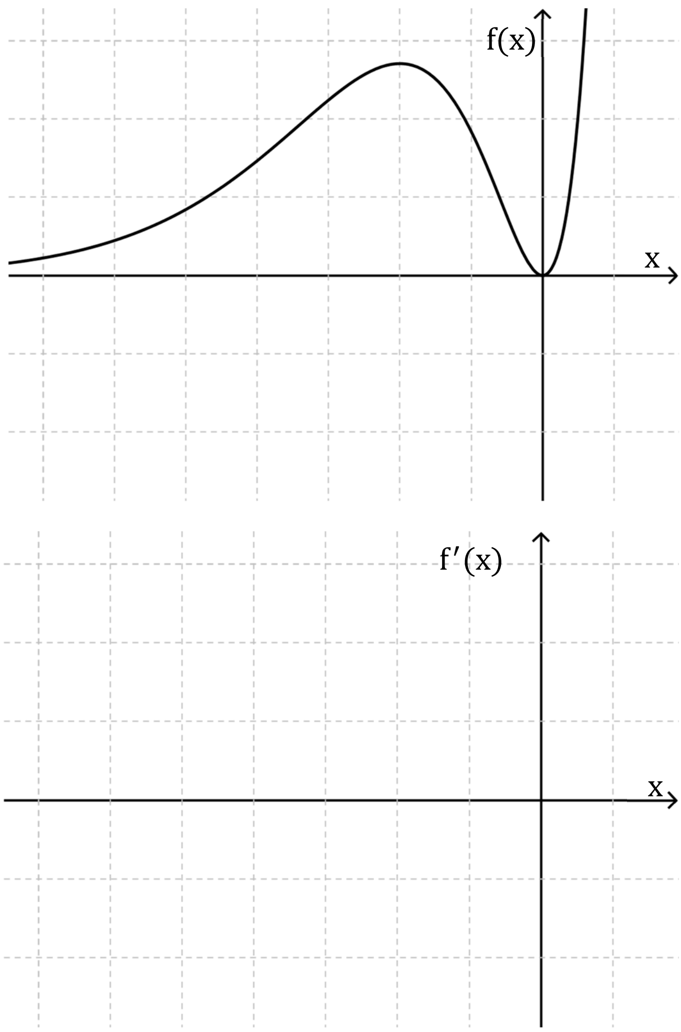


Abbildung 1.1

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der gekennzeichneten Fläche (siehe Abb. 1.2). Für die abgebildeten Funktionsgraphen gelten die folgenden Funktionsgleichungen:

$f(x) = -0{,}5x^2 + 4x$

$g(x) = -0{,}5x + 9$

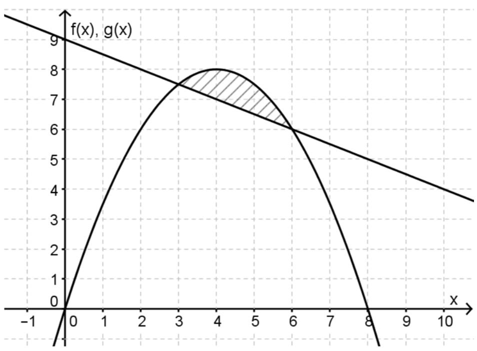


Abbildung 1.2

c) Der Graph einer ganzrationalen Funktion f mit der allgemeinen Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, hat im Punkt A(2|5) ein lokales Maximum und an der Stelle $x = -1$ die Steigung $m = -6$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie.

Aussage	Entscheidung und Begründung
An der Stelle $x = -2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.	
Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.	
Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung: $f(-1) = -6$.	

d) Entscheiden Sie ausgehend von der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x + c)\big) + d \text{ mit } a, b \neq 0,$$

ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

<u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: Eine Wendestelle befindet sich bei $x = \pi$.		
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 2$.		
Für $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$ und $d = 0$ gilt: Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x) = \cos(x)$.		

e) Die folgende Graphik (siehe Abb. 1.3) zeigt die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ und $\vec{x}$ sowie den Punkt $P(1{,}5|2)$.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Vektors $\vec{x}$.

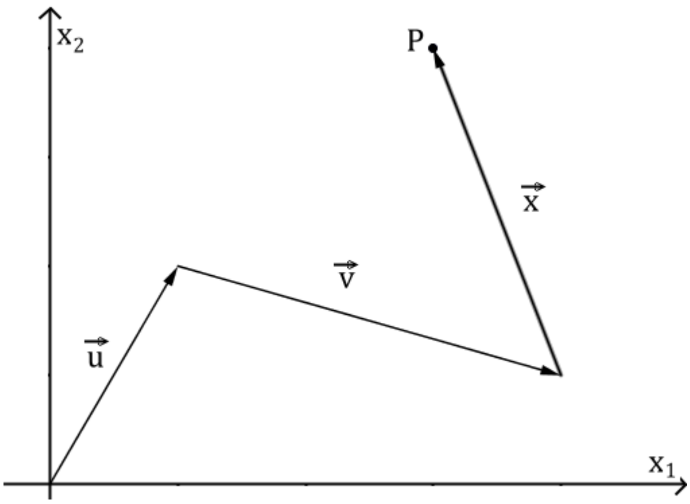


Abbildung 1.3

f) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Begründen Sie, warum die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig sind.

Prüfen Sie, ob auch die Vektoren $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{d} = -\vec{a} + 2\,\vec{b}$ linear unabhängig sind.

g) Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen über Geraden im dreidimensionalen Raum wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aussage	Entscheidung und Begründung
Orthogonale Geraden schneiden sich immer in einem Punkt.	
Windschiefe Geraden haben einen konstanten Abstand zueinander.	
Die Gerade g mit der Gleichung: $g: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ verläuft in der x_1-x_2-Ebene.	

h) Gegeben ist die Ebene E mit der Gleichung $E: x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3$.

Ermitteln Sie für die Ebene E eine Ebenengleichung in Parameterform.

Zeichnen Sie ein Schrägbild der Ebene E.

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Fun- und Kletterpark**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	3	4	4	4	6	3	5	4	33
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

Der Tourismusverband in einem kleinen österreichischen Skigebiet plant für die Sommergäste in Höhe der Mittelstation einen Fun- und Kletterpark zu errichten. Zunächst soll eine Seilrutsche aufgebaut werden, die im Zick-Zack-Kurs von einer Talseite zur anderen führt.

Der Chef des Tourismusverbandes hat bereits eine nicht maßstabsgetreue Skizze (Abb. 2.1) erstellt, sowie einige Eckdaten ermitteln lassen. Alle Zahlenwerte sind in Metern angegeben.

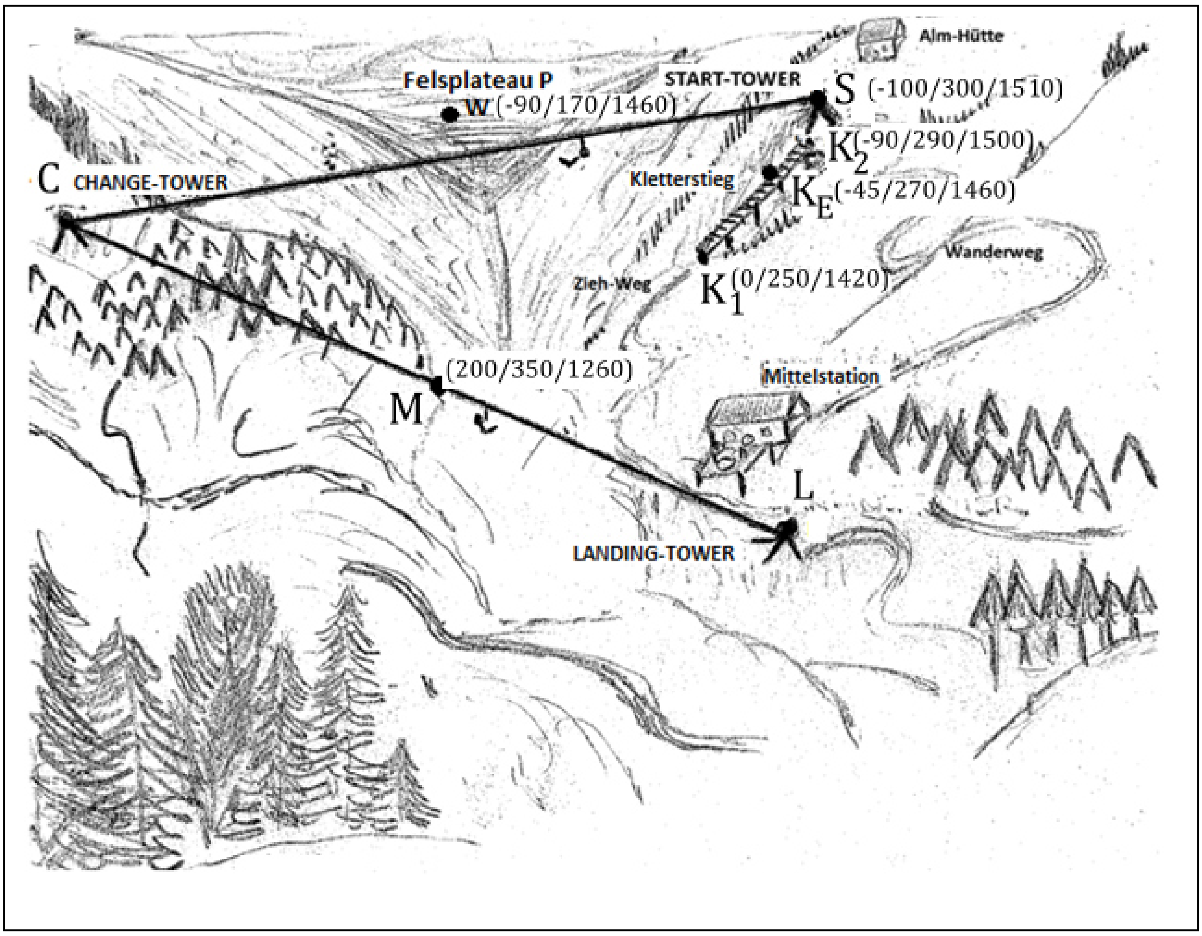


Abbildung 2.1: Entwurf einer Übersichtsskizze des Fun- und Kletterparks (nicht maßstäblich)

Der Start-Tower S soll in der Nähe der Alm-Hütte auf einem bereits vorhandenen Betonfundament aufgebaut werden. Dorthin gelangt man nur über einen langen Wanderweg. Der Chef des Tourismusverbandes schlägt daher vor, einen Klettersteig vom Punkt $K_1(0|250|1420)$ als durchgehende, geradlinige Treppenkonstruktion (ohne Podeste) bis zum Punkt $K_2(-90|290|1500)$ unterhalb des Start-Towers zu errichten (Abb. 2.2).

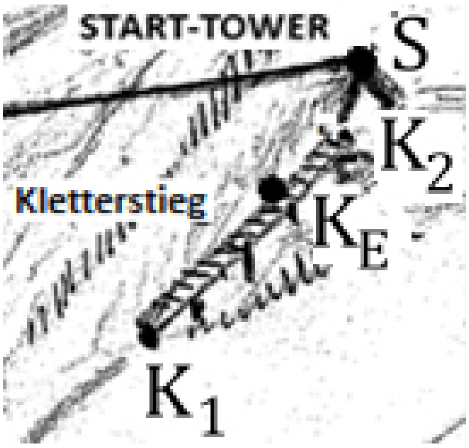


Abb. 2.2: Detailskizze des Klettersteigs

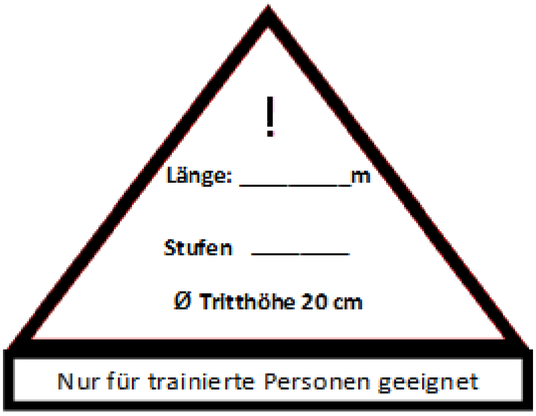


Abb. 2.3: Geplantes Hinweisschild am Klettersteig

a) Ermitteln Sie für das Hinweisschild (Abb. 2.3) die fehlenden Angaben bezüglich der Länge des Klettersteigs und der Anzahl der Treppenstufen.

In dem Skigebiet ist ein Standpunkt mit den Koordinaten $K_E(-45|270|1460)$ markiert, an dem ein besonders schönes Echo erzeugt werden kann.

b) Zeigen Sie, dass Gäste des Fun- und Kletterparks auf dem Klettersteig dieses besonders schöne Echo erzeugen können.

Die Seilrutsche soll von der Spitze des Start-Towers $S(-100|300|1510)$ in Richtung $\overrightarrow{SC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ über den Change-Tower C im Zickzack-Kurs zum Landing-Tower L unterhalb der Mittelstation führen. Für die Seilrutsche gilt aus Sicherheitsgründen, dass das Gefälle nicht mehr als 40 % gegenüber der Horizontalen betragen darf.

c) Prüfen Sie, ob diese Sicherheitsbestimmung für den ersten Teil der Strecke vom Start-Tower S zum Change-Tower C eingehalten wird.

Aufgrund der landschaftlichen Gegebenheiten muss der Streckenverlauf zwischen dem Change- und dem Landing-Tower so erfolgen, dass er mit der Gleichung

$$g_{CL}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 200 \\ 350 \\ 1260 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

beschrieben werden kann.

d) Ermitteln Sie die Koordinaten des Fundamentes des Change-Towers C_F, wenn dieser eine Höhe von 7,5 m haben soll.

Der Start der Seilrutsche erfolgt von einer Rampe, die zwei Meter unterhalb der Spitze S am Start-Tower im Punkt A befestigt ist. Die Gäste nehmen in Richtung des Punktes R Anlauf.
Die gestrichelt dargestellte Linie zwischen den Punkten A und R stellt die lotrechte Projektion des Seiles auf die Rampe dar. Gleichzeitig ist sie die Symmetrielinie der Rampe.
Als weitere Eckpunkte sind $E_1(-105|295|1505{,}5)$ und $E_2(-93|299|1505{,}5)$ vorgesehen.

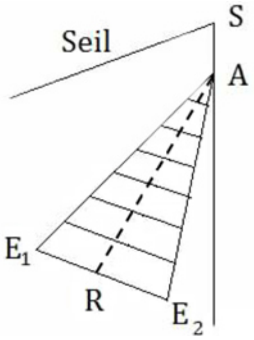


Abb. 2.4: Start-Tower mit Rampe

e) Berechnen Sie die maximale Anlauflänge auf der Rampe zwischen den Punkten A und R.

Untersuchen Sie, ob der Abstand zwischen dem Seil und der Rampe in Richtung des Anlaufs zunimmt.

Ermitteln Sie die Größe der Rampe in Quadratmetern.

Der erste Abschnitt der Seilrutsche vom Start- zum Change-Tower hat eine Länge von ca. 332 m. Die Spitze des Landing-Towers hat die Koordinaten $L(400|700|1110)$. Genau in der Mitte der Strecke zwischen dem Change- und dem Landing-Tower soll im Seil im Punkt $M(200|350|1260)$ ein Sensor eingebaut werden.

f) Berechnen Sie die Gesamtlänge der Seilrutsche.

Im mittleren Drittel des Abschnittes vom Start-Tower S zum Change-Tower C verläuft die Seilrutsche nahe eines ansteigenden ebenen Felsplateaus (Abb. 2.5). Dieses Felsplateau P verläuft durch die Punkte $P_1(-50|180|1360)$, $P_2(-80|205|1420)$ und $P_3(-100|200|1470)$.

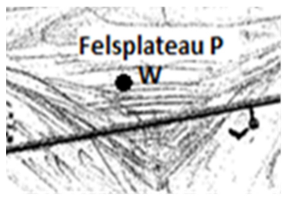


Abb. 2.5: Detailskizze des Felsplateaus

g) Begründen Sie, dass die Ebenengleichung $E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -50 \\ 180 \\ 1360 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -30 \\ 25 \\ 60 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -50 \\ 20 \\ 110 \end{pmatrix}$ das Felsplateau beschreibt.

Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem auf, mit dem die gegenseitige Lage von Seil und Felsplateau untersucht werden kann. Das Lösen des linearen Gleichungssystems ist nicht gefordert.

Erläutern Sie, welche Eigenschaft das lineare Gleichungssystem besitzt, wenn das Seil echt parallel zum Felsplateau verläuft.

Auf diesem Felsplateau soll im Punkt $W(-90|170|1460)$ eine Hochleistungswebcam aufgebaut werden, die bis zu einer Entfernung von 30 m gute Aufnahmen machen kann.

h) Bestimmen Sie den kürzesten Abstand der Webcam W zur Seilrutsche im Abschnitt zwischen dem Start- und Change-Tower.

Entscheiden Sie begründet, ob der Einsatz dieser Kamera sinnvoll ist.

Name des Prüflings	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	i	gesamt
Erreichbar	4	4	6	3	5	3	4	2	3	34
Erstkorrektur										
Zweitkorrektur										

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abbildung 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.
Skizzieren Sie den Verlauf der ersten Ableitungsfunktion in das untere Koordinatensystem.

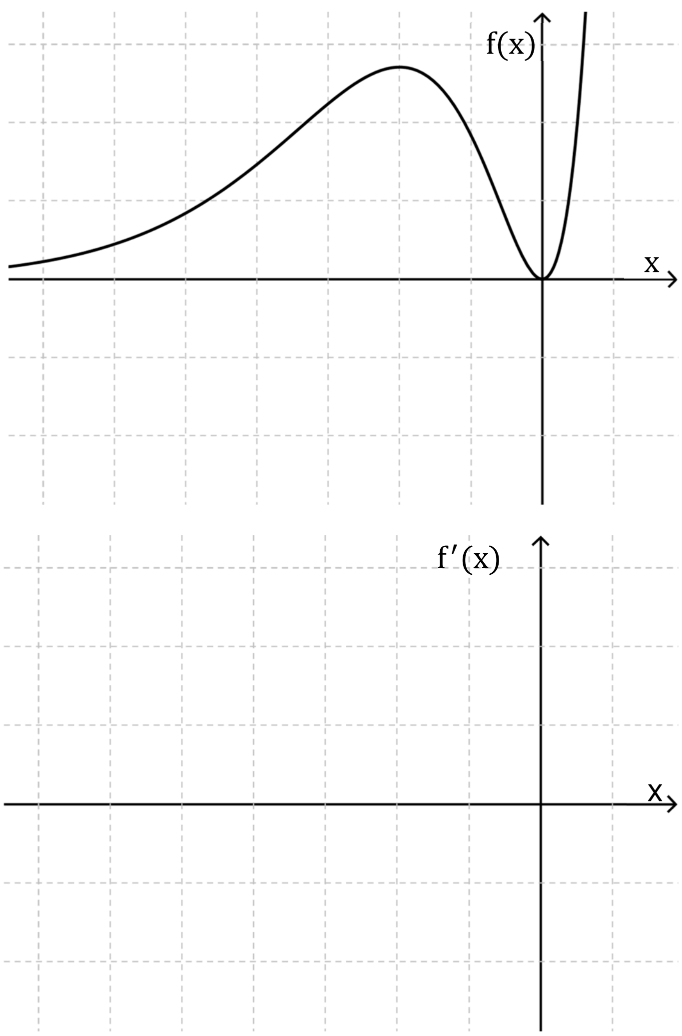


Abbildung 1.1

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der gekennzeichneten Fläche (siehe Abb. 1.2). Für die abgebildeten Funktionsgraphen gelten die folgenden Funktionsgleichungen:

$f(x) = -0{,}5x^2 + 4x$

$g(x) = -0{,}5x + 9$

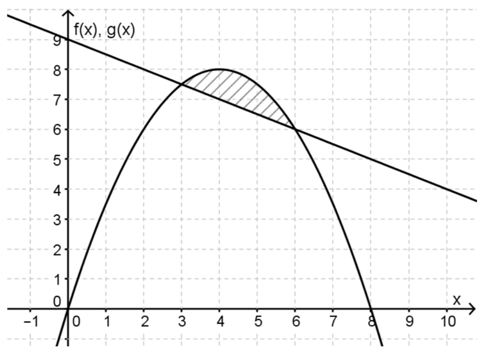


Abbildung 1.2

c) Der Graph einer ganzrationalen Funktion f mit der allgemeinen Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, hat im Punkt A(2|5) ein lokales Maximum und an der Stelle $x = -1$ die Steigung $m = -6$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie.

Aussage	Entscheidung und Begründung
An der Stelle $x = -2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.	
Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.	
Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung: $f(-1) = -6$.	

d) Entscheiden Sie ausgehend von der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x + c)\big) + d \text{ mit } a, b \neq 0,$$

ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: Eine Wendestelle befindet sich bei $x = \pi$.		
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 2$.		
Für $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$ und $d = 0$ gilt: Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x) = \cos(x)$.		

e) Ermitteln Sie die fehlenden Koeffizienten in dem gegebenen linearen Gleichungssystem und tragen Sie diese in die vorgegebenen Felder ein.

Geben Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems an.

$$\begin{array}{rcl}
x - 4y + 2z &=& -6 \\
2x + 3y + \ \ z &=& 5 \\
-3x + 6y + \ \ z &=& -2 \\
\hline
x - 4y + 2z &=& -6 \\
\boxed{}\,y - 3z &=& 17 \\
-6y\,\boxed{}\,z &=& -20 \\
\hline
x - 4y + 2z &=& -6 \\
66y - 18z &=& 102 \\
\boxed{}\,z &=& -118 \\
\hline
\end{array}$$

f) Bestimmen Sie die Matrixelemente x_{12}, x_{21} und x_{31} so, dass die folgende Matrizengleichung erfüllt ist:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_{12} & 0 \\ x_{21} & 1 & 3 \\ x_{31} & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 12 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

g) Gegeben ist die Matrix $M = \begin{pmatrix} -1 & r \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie das Matrixelement r so, dass die Gleichung $M^T \cdot M = 2E$ gilt, wobei E die Einheitsmatrix ist.

h) Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Jede Matrix hat eine zugehörige inverse Matrix.		
Gilt die Matrizengleichung: $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$, so handelt es sich um eine stabile (stationäre) Verteilung.		

i) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Matrix X so, dass $A \cdot X = B$ gilt.

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Möbelhaus**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	i	gesamt
Erreichbar	3	3	2	6	2	6	3	3	5	33
Erstkorrektur										
Zweitkorrektur										

Das Möbelhaus „Besondere Einrichtungen für Individualisten“ (kurz: „BEfI“) plant sein Sortiment mit Regalkombinationen zu erweitern, denn in den letzten Monaten konnte eine zunehmende Abwanderung von Kunden zu den anderen Möbelhäusern „AEKI“ und „Borde & Regale“ (B&R) festgestellt werden. Beobachtet wurde das monatliche Wechselverhalten exemplarisch an jeweils 300 Kunden der drei Möbelhäuser. Das monatliche Wechselverhalten der Kundschaft (Beobachtungsbeginn: 01. Oktober 2014) wurde in der folgenden Tabelle 2.1 erfasst:

monatliches Wechselverhalten der Kunden		von		
		„BEfI“	„AEKI“	„B&R“
zu	„BEfI“	0,70	0	0,10
	„AEKI“	0,30	0,90	0,10
	„B&R“	0	0,10	0,80

Tabelle 2.1

a) Erstellen Sie den zugehörigen Übergangsgraphen und
beschriften Sie diesen Graphen entsprechend den Vorgaben aus Tabelle 2.1.

b) Ermitteln Sie, wie die insgesamt 900 Kunden einen Monat nach Beobachtungsbeginn verteilt sein werden.

Geben Sie an, wie viele Kunden innerhalb des Monats Oktober 2014 tatsächlich vom Möbelhaus „BEfI“ zu anderen Möbelhäusern abgewandert sind.

c) Prüfen Sie, ob die Verteilung $\vec{v} = (378 \quad 168 \quad 354)^T$ eine Verteilung der 900 Kunden aus den Möbelhäusern „BEfI“, „AEKI“ und „B&R“ zum 01. September 2014 sein könnte, wenn man davon ausgeht, dass das monatliche Wechselverhalten der Stammkundschaft auch schon im September 2014 durch die Tabelle 2.1 beschrieben werden konnte.

In einer Zeitungsmeldung war zu lesen, dass sich die Kundenzahl in den Möbelhäusern „BEfI“, „AEKI“ und „B&R“ langfristig ändern wird.
Auf Grundlage der Tabelle 2.1 wurde eine Prognose über die zukünftige Verteilung der 900 Kunden auf die drei Möbelhäuser erstellt. Diese zukünftige Verteilung der Kunden soll mit Hilfe der folgenden Matrix G beschrieben werden:

$$M^{48} \approx M^{60} \approx G = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}6 & 0{,}6 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}3 \end{pmatrix}.$$

d) Beurteilen Sie die Aussage, die in der Zeitungsmeldung beschrieben wurde.

Begründen Sie, dass es sich bei der Matrix G um eine Grenzmatrix handelt.

Ermitteln Sie, wie auf Grundlage der getroffenen Prognose die 900 Kunden nach fünf Jahren auf die verschiedenen Möbelhäuser verteilt sein werden.

Um die Kunden nachhaltiger an das Möbelhaus „BEfI“ zu binden, sollen zunächst zwei verschiedene Regalkombinationen (RK1, RK2) in das Sortiment aufgenommen werden.
Zur Herstellung dieser Regalkombinationen werden in einem ersten Schritt aus senkrechten Stützen (S), Regalböden (B) und Stabilisierungskreuzen (K) einzelne Regalelemente (RE1, RE2, RE3) als Zwischenprodukte hergestellt. In einem weiteren Produktionsschritt werden daraus die Regalkombinationen RK1 und RK2 zusammengestellt.

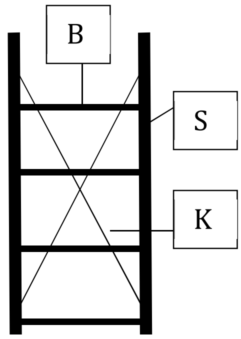


Abbildung 2.1: Regalelement RE1

(Der Aufbau eines Regalelementes ist beispielhaft in Abbildung 2.1 dargestellt.)

Die folgenden Tabellen geben die Stückzahlen der benötigen Bauteile (Tab. 2.2) bzw. die Zwischenprodukte im Produktionsprozess (Tab. 2.3) und die Rohstoffkosten (Tab. 2.4) an:

	RE1	RE2	RE3
S	2	2	2
B	4	5	2
K	1	0	0

Tabelle 2.2

	RE1	RE2	RE3
RK1	1	1	0
RK2	1	2	1

Tabelle 2.3

	Rohstoffkosten in €/Stk.
S	27,50 €
B	18,00 €
K	7,90 €

Tabelle 2.4

e) Ermitteln Sie die fehlenden Werte p, q, r und s im Gozintographen in Abbildung 2.2.

.

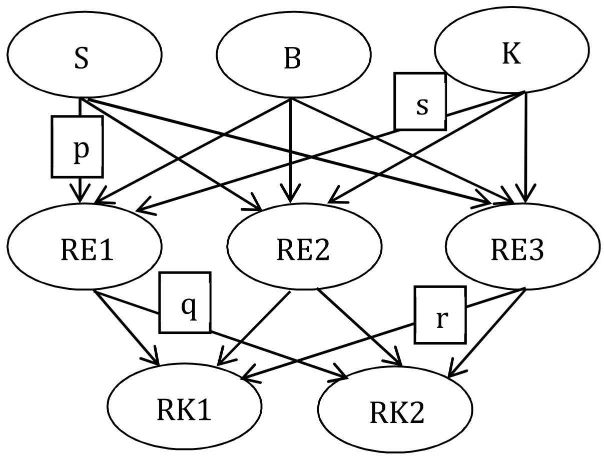


Abbildung 2.2

f) Begründen Sie, dass mit Hilfe der folgenden Matrizengleichung:

$$\begin{pmatrix} S \\ B \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 16 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

die Anzahl der Stützen, Böden und Kreuze, die für je eine Regalkombinationen RK1 und RK2 zusammen benötigt wird, ermittelt werden kann.

Geben Sie an, wie viele Stützen, Kreuze und Böden jeweils für eine Regalkombination RK1 bzw. RK2 benötigt werden.

Es sollen für einen Kunden, der ein Großraumbüro einrichten möchte, 60 Regalkombinationen RK1 und 80 Regalkombinationen RK2 in einer Lieferung zusammengestellt werden.

g) Berechnen Sie für diesen Fall den gesamten Bedarf an Stützen, Böden und Kreuzen.

Ermitteln Sie die Rohstoffkosten (Tab. 2.4) für diese komplette Lieferung.

Die Rohstoffkosten für Stützen, Böden und Kreuze haben sich im letzten Quartal erhöht. Für eine Rohstofflieferung wurden 9 220,00 € in Rechnung gestellt. Auf dem ausgestellten Lieferzettel sind nicht mehr alle Daten deutlich lesbar. Aber auf diesem Lieferzettel ist noch ersichtlich, dass 100 Stützen, 50 Kreuze und 280 Böden geliefert wurden und dass der Rohstoffpreis für jeweils ein Kreuz 8,40 € und für je einen Boden 20,00 € betrug.

h) Bestimmen Sie die Rohstoffkosten für eine Stütze.

Der Kunde möchte auch einen Lagerraum mit 30 Spezial-Regalkombinationen ausstatten. Eine dieser Spezial-Regalkombinationen besteht jeweils aus drei Stützen, sechs Böden und einem Kreuz (siehe Abb. 2.3).
Im Lager des Möbelhauses „BEfI" befinden sich noch 30 Pakete für RE1, 10 Pakete für RE2 und 5 Pakete für RE 3.

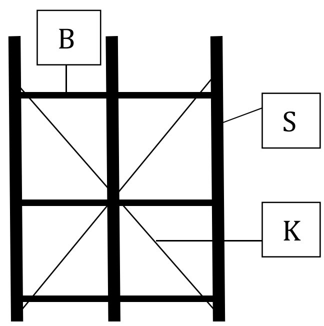


Abbildung 2.3

i) Prüfen Sie, ob die Anzahl der vorhandenen Pakete (RE1, RE2 und RE3) für die Herstellung dieser 30 Spezial-Regalkombinationen (Abb. 2.3) ausreichend ist und restlos für diese Lieferung aufgebraucht werden können.

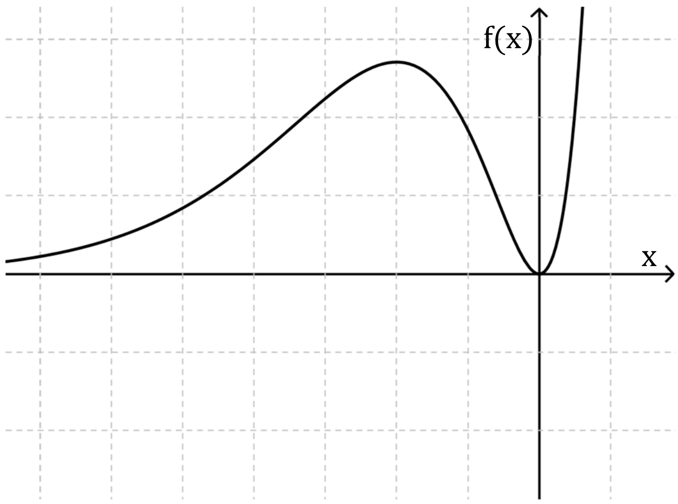
Name des Prüflings	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	4	4	6	3	4	3	6	4	34
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abbildung 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.
Skizzieren Sie den Verlauf der ersten Ableitungsfunktion in das untere Koordinatensystem.



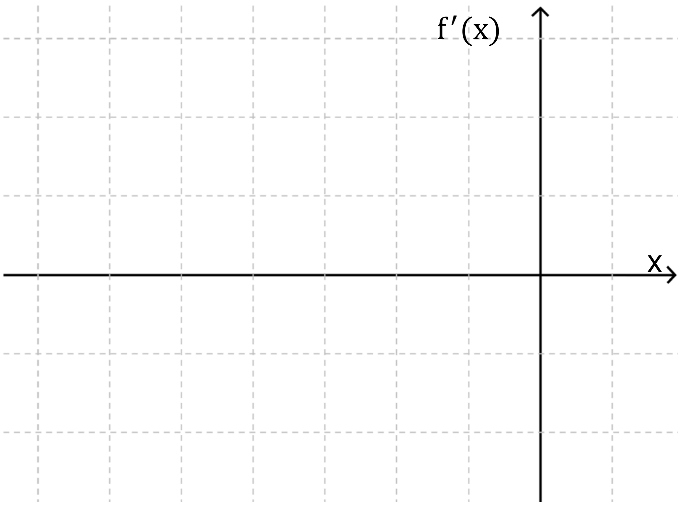


Abbildung 1.1

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der gekennzeichneten Fläche (siehe Abb. 1.2). Für die abgebildeten Funktionsgraphen gelten die folgenden Funktionsgleichungen:

$f(x) = -0{,}5x^2 + 4x$

$g(x) = -0{,}5x + 9$

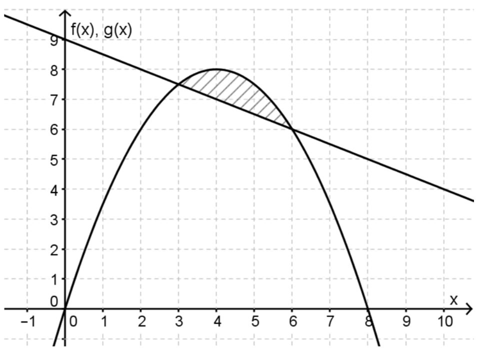


Abbildung 1.2

c) Der Graph einer ganzrationalen Funktion f mit der allgemeinen Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, hat im Punkt A(2|5) ein lokales Maximum und an der Stelle $x = -1$ die Steigung $m = -6$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie.

Aussage	Entscheidung und Begründung
An der Stelle $x = -2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.	
Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.	
Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung: $f(-1) = -6$.	

d) Entscheiden Sie ausgehend von der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = a \cdot \sin\big(b \cdot (x + c)\big) + d \text{ mit } a, b \neq 0,$$

ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

<u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: Eine Wendestelle befindet sich bei $x = \pi$.		
Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 2$.		
Für $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$ und $d = 0$ gilt: Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x) = \cos(x)$.		

e) Es liegt ein Glücksspiel vor, bei dem man entweder einen Hauptgewinn, einen Trostpreis oder Niete ziehen kann. Das Ereignis Hauptgewinn sei H, das Ereignis Trostpreis sei T und das Ereignis Niete sei N.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
$0 < P(T) < 1$		
$P(H) + P(T) + P(N) = 1$		
$P(N) = 1 - P(\overline{N})$		
$P(T) < (P(T))^2$		

f) Gegeben ist das folgende Baumdiagramm:

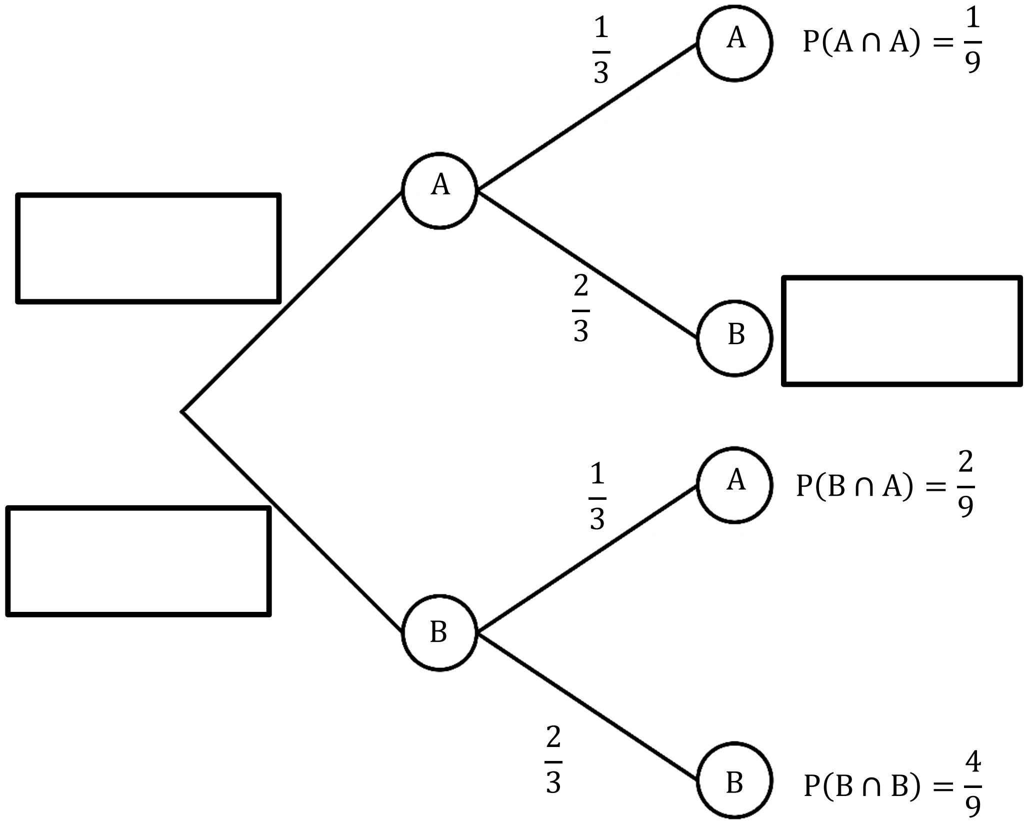


Abbildung 1.3

Ermitteln Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

g) Die abgebildeten Glücksräder stehen auf einem Jahrmarkt und werden beide gleichzeitig gedreht. Die beiden Ergebnisse werden miteinander addiert. Es wird also die Zufallsvariable X: „Zahlensumme beider Glücksräder“ betrachtet. Das rechts abgebildete Histogramm stellt dabei die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariable X dar.

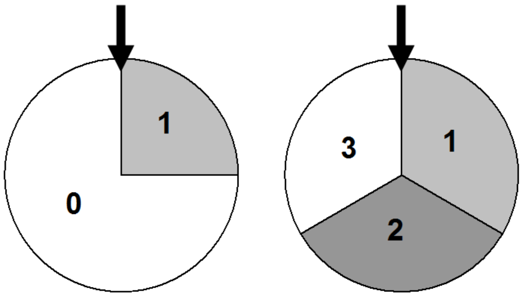


Abbildung 1.4

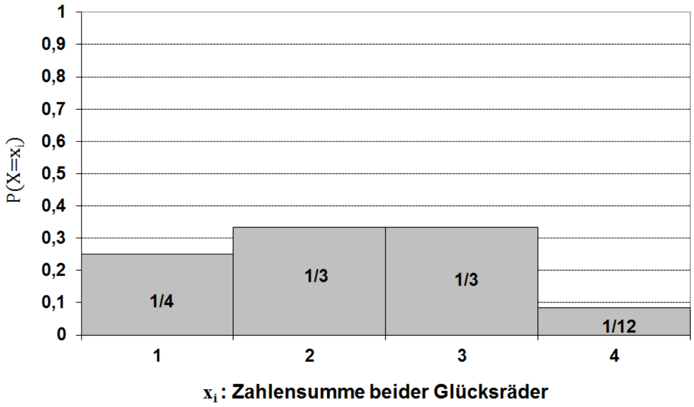


Abbildung 1.5

Entscheiden und begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Aussage	Entscheidung und Begründung
Der Erwartungswert der Zufallsvariablen beträgt 2,5.	
Das Histogramm stellt die Anzahl der jeweils zu erwartenden Ergebnisse für die Zahlensummen x_i dar.	
Die Wahrscheinlichkeit für eine Zahlensumme größer zwei beträgt genau $\frac{5}{12}$.	

h) Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsvariable X mit $n = 100$ und $p = 0{,}5$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

<u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Es gilt: $P(X > 82) = 1 - P(X < 82)$.		
Es gilt: $E(X) = 0{,}5$.		
Es gilt: $P(40 \le X \le 57) = P(X \le 57) - P(X \le 39)$.		
Es gilt: $P(X \le 75) = \sum_{i=0}^{75} \binom{100}{i} \cdot 0{,}5^i \cdot 0{,}5^{100-i}$.		

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Discounter**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	4	6	4	8	4	3	4	33
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Laut einer Umfrage kauften im Jahre 2013 die Bürger Schleswig-Holsteins zu 86,6 % in einer der rund 4 300 Filialen eines großen deutschen Discounters ein.

Im Rahmen eines Projektes am Beruflichen Gymnasium wird die Beliebtheit dieses Discounters in einer Schleswig-Holsteiner Kleinstadt untersucht. In der Fußgängerzone dieser Kleinstadt wird deshalb eine Umfrage durchgeführt. Die Passanten werden gefragt, ob sie im Jahre 2014 bei diesem Discounter eingekauft haben.

In der Projektgruppe wird diskutiert, wie die Antworten auszuwerten sind. Einer der Schüler behauptet, dass es sich bei der Anzahl X der Personen, die 2014 bei diesem Discounter eingekauft haben, um eine binomialverteilte Zufallsvariable handelt.

a) Erläutern Sie, inwieweit dieser Schüler Recht hat und welche Voraussetzungen erfüllt sein müssen, damit bei der Auswertung der Umfrage die Binomialverteilung verwendet werden kann.

Setzen Sie in den folgenden Aufgaben das Vorliegen einer Binomialverteilung voraus.
Es wurden 150 Passanten zufällig ausgesucht und befragt. Die Schüler nehmen an, dass die Passanten der Fußgängerzone das gleiche Einkaufsverhalten (86,6 % kaufen bei diesem Discounter ein) wie die Bürger in der Schleswig-Holstein-Umfrage aus dem Jahr 2013 haben.

b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
   - Unter den Befragten hat niemand im Jahr 2014 bei diesem Discounter eingekauft.
   - Unter den Befragten haben höchstens 130 Personen bei diesem Discounter eingekauft.
   - Unter den Befragten haben mehr als 125 Personen und weniger als 132 bei diesem Discounter eingekauft.
   - Unter den Befragten haben genau 26 Personen im Jahr 2014 nicht bei diesem Discounter eingekauft.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der in Teilaufgabe b) genutzten Binomialverteilung und
interpretieren Sie den Erwartungswert im Sachzusammenhang.

Die Projektgruppe vermutet, dass der Anteil der Kunden, der bei diesem Discounter einkauft, unter den Schülern des 11. Jahrgangs nicht bei 86,6 % liegt. Die Schüler sind sich allerdings nicht einig, ob mehr oder weniger Schüler des 11. Jahrgangs bei diesem Discounter kaufen. Während ein Teil argumentiert, dass Schüler wenig Geld haben und daher mehr beim Discounter einkaufen müssen, meint der andere Teil, dass Schüler bewusster einkaufen und daher die Discounter vermeiden.
Aus diesem Grund werden 122 Schüler des 11. Jahrgangs befragt, ob sie im vergangenen Jahr bei diesem Discounter gekauft haben. Bei der Auswertung zeigt sich, dass 93 der befragten Schüler diese Frage mit „ja“ beantwortet haben.

d) Beurteilen Sie mithilfe eines geeigneten Testverfahrens, inwieweit die Annahme, dass 86,6 % der Schüler beim Discounter einkaufen, beibehalten werden kann. Die Irrtumswahrscheinlichkeit soll 1 % betragen.

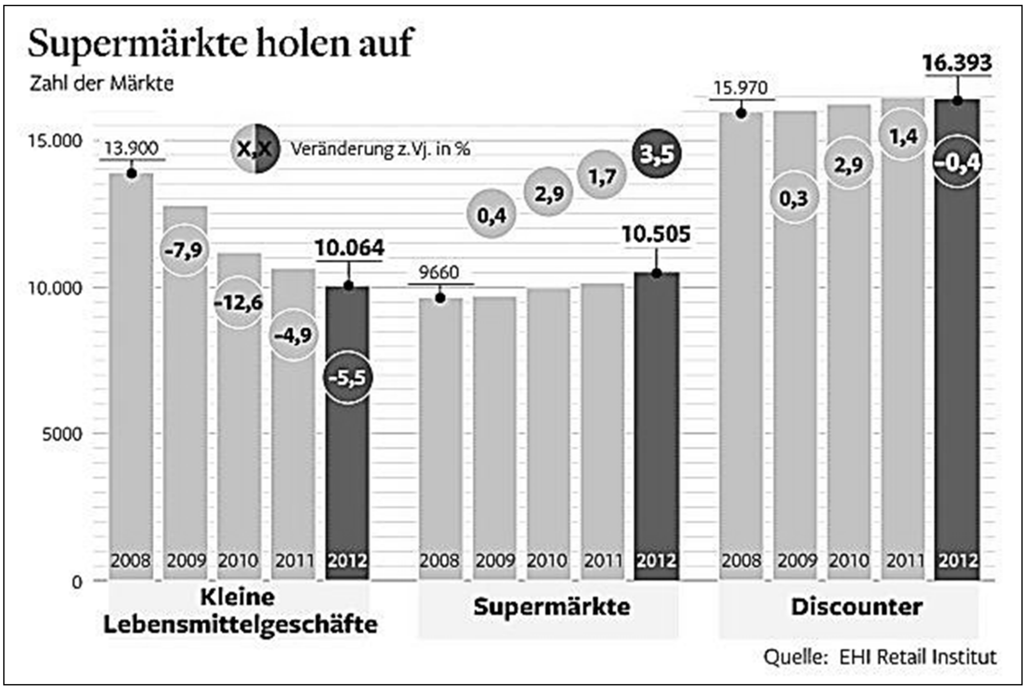
Discounter und Supermärkte bauen häufig in unmittelbarer Nähe und teilen sich einen Parkplatz, da beide davon zu profitieren glauben.
Die Projektgruppe führt auf diesem Parkplatz eine weitere Umfrage bezüglich der Kundenzufriedenheit durch.
240 der insgesamt 400 befragten Kunden geben an, dass sie soeben beim Discounter eingekauft haben. Außerdem geben 160 Kunden an, dass sie soeben im Supermarkt eingekauft haben. Von allen befragten Kunden kauften 184 bei dem Discounter ein und waren zufrieden, 126 kauften im Supermarkt ein und waren mit ihrem Einkauf zufrieden.

e) Stellen Sie den Sachverhalt mithilfe eines Baumdiagramms graphisch dar und ermitteln Sie auf jedem Zweig die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

f) Ermitteln Sie den prozentualen Anteil …

- aller Befragten, die Supermarktkunden und unzufrieden sind.
- aller Befragten, die Discounterkunden oder zufrieden mit ihrem Einkauf sind.

Laut eines Berichtes erreichen die klassischen Discounter mittlerweile ihre Wachstumsgrenzen.



(Quelle: Der Abdruck erfolgt mit freundlicher Genehmigung der EHI Retail Institute GmbH, Köln)

Abbildung 2.1

g) Erläutern Sie die abgebildete Graphik und
beurteilen Sie, inwieweit der Titel „Supermärkte holen auf" durch die Daten gerechtfertigt ist.

Kumulierte Binomialverteilung n = 122

	P(X ≤ k)										
k	0,84	0,846	0,85	0,856	0,86	0,866	0,87	0,876	0,88	0,886	0,89
80											
81											
82											
83											
84											
85	0,0001										
86	0,0001	0,0001									
87	0,0003	0,0001	0,0001								
88	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001							
89	0,0013	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001						
90	0,0026	0,0014	0,0009	0,0004	0,0003	0,0001	0,0001				
91	0,0051	0,0028	0,0019	0,0010	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001			
92	0,0094	0,0055	0,0037	0,0020	0,0013	0,0006	0,0004	0,0002	0,0001		
93	0,0166	0,0101	0,0071	0,0040	0,0026	0,0014	0,0008	0,0004	0,0002	0,0001	
94	0,0284	0,0180	0,0130	0,0076	0,0052	0,0028	0,0018	0,0009	0,0005	0,0002	0,0001
95	0,0467	0,0308	0,0228	0,0140	0,0098	0,0055	0,0037	0,0019	0,0012	0,0005	0,0003
96	0,0736	0,0506	0,0385	0,0246	0,0178	0,0105	0,0072	0,0039	0,0025	0,0012	0,0007
97	0,1116	0,0796	0,0623	0,0416	0,0310	0,0192	0,0136	0,0077	0,0051	0,0026	0,0016
98	0,1623	0,1204	0,0967	0,0674	0,0517	0,0335	0,0244	0,0145	0,0100	0,0054	0,0034
99	0,2270	0,1747	0,1440	0,1044	0,0825	0,0559	0,0420	0,0262	0,0186	0,0106	0,0070
100	0,3050	0,2433	0,2056	0,1552	0,1260	0,0891	0,0691	0,0453	0,0332	0,0199	0,0137
101	0,3943	0,3254	0,2816	0,2208	0,1842	0,1359	0,1085	0,0745	0,0565	0,0356	0,0254
102	0,4907	0,4182	0,3704	0,3012	0,2578	0,1982	0,1629	0,1171	0,0917	0,0609	0,0449
103	0,5891	0,5172	0,4680	0,3939	0,3456	0,2764	0,2335	0,1756	0,1418	0,0989	0,0757
104	0,6834	0,6166	0,5690	0,4947	0,4441	0,3687	0,3199	0,2510	0,2089	0,1530	0,1210
105	0,7683	0,7102	0,6672	0,5973	0,5479	0,4709	0,4190	0,3423	0,2933	0,2250	0,1840
106	0,8397	0,7926	0,7565	0,6952	0,6501	0,5769	0,5253	0,4458	0,3925	0,3148	0,2657
107	0,8959	0,8604	0,8321	0,7822	0,7440	0,6793	0,6318	0,5551	0,5013	0,4191	0,3646
108	0,9368	0,9120	0,8916	0,8540	0,8241	0,7712	0,7307	0,6623	0,6122	0,5317	0,4757
109	0,9644	0,9485	0,9349	0,9089	0,8873	0,8475	0,8157	0,7596	0,7166	0,6441	0,5911
110	0,9815	0,9722	0,9639	0,9474	0,9331	0,9058	0,8830	0,8409	0,8071	0,7473	0,7015
111	0,9912	0,9862	0,9816	0,9722	0,9636	0,9465	0,9317	0,9029	0,8788	0,8341	0,7980
112	0,9962	0,9938	0,9915	0,9866	0,9820	0,9724	0,9636	0,9460	0,9305	0,9003	0,8748
113	0,9985	0,9975	0,9965	0,9942	0,9920	0,9872	0,9826	0,9729	0,9640	0,9458	0,9297
114	0,9995	0,9991	0,9987	0,9978	0,9968	0,9947	0,9926	0,9879	0,9834	0,9738	0,9648
115	0,9999	0,9997	0,9996	0,9993	0,9989	0,9981	0,9972	0,9953	0,9933	0,9889	0,9845
116	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9994	0,9991	0,9984	0,9977	0,9959	0,9942
117		1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9998	0,9996	0,9993	0,9988	0,9982
118				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995
119								1,0000	1,0000	0,9999	0,9999
120										1,0000	1,0000

Zur besseren Lesbarkeit sind Werte von 0,0000 und 1,0000 weggelassen worden.

Kumulierte Binomialverteilung n = 150

k	P(X ≤ k) 0,84	0,846	0,85	0,856	0,86	0,866	0,87	0,876	0,88	0,886	0,89
100											
101											
102											
103											
104											
105											
106											
107	0,0001										
108	0,0001	0,0001									
109	0,0003	0,0001	0,0001								
110	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001							
111	0,0012	0,0006	0,0003	0,0001	0,0001						
112	0,0022	0,0011	0,0007	0,0003	0,0002	0,0001					
113	0,0041	0,0021	0,0013	0,0006	0,0004	0,0001	0,0001				
114	0,0072	0,0039	0,0025	0,0012	0,0007	0,0003	0,0002	0,0001			
115	0,0124	0,0070	0,0046	0,0024	0,0015	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001		
116	0,0205	0,0120	0,0082	0,0044	0,0028	0,0013	0,0008	0,0003	0,0002	0,0001	
117	0,0330	0,0202	0,0141	0,0079	0,0052	0,0026	0,0016	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001
118	0,0513	0,0327	0,0235	0,0137	0,0093	0,0049	0,0031	0,0015	0,0008	0,0003	0,0002
119	0,0772	0,0511	0,0378	0,0230	0,0161	0,0089	0,0058	0,0029	0,0017	0,0008	0,0004
120	0,1123	0,0773	0,0587	0,0373	0,0268	0,0155	0,0104	0,0054	0,0034	0,0016	0,0009
121	0,1579	0,1129	0,0881	0,0584	0,0432	0,0262	0,0182	0,0100	0,0064	0,0031	0,0018
122	0,2149	0,1595	0,1278	0,0882	0,0671	0,0426	0,0305	0,0175	0,0117	0,0060	0,0037
123	0,2830	0,2177	0,1789	0,1285	0,1005	0,0667	0,0492	0,0297	0,0205	0,0111	0,0070
124	0,3608	0,2874	0,2419	0,1807	0,1453	0,1006	0,0765	0,0485	0,0346	0,0197	0,0130
125	0,4458	0,3669	0,3162	0,2453	0,2024	0,1462	0,1145	0,0760	0,0560	0,0336	0,0230
126	0,5343	0,4537	0,3998	0,3214	0,2721	0,2046	0,1650	0,1146	0,0872	0,0550	0,0390
127	0,6222	0,5437	0,4893	0,4069	0,3529	0,2760	0,2289	0,1662	0,1304	0,0865	0,0636
128	0,7050	0,6326	0,5804	0,4982	0,4421	0,3589	0,3056	0,2316	0,1874	0,1305	0,0993
129	0,7792	0,7159	0,6685	0,5908	0,5356	0,4503	0,3933	0,3104	0,2587	0,1888	0,1485
130	0,8421	0,7898	0,7491	0,6797	0,6284	0,5457	0,4880	0,4004	0,3431	0,2620	0,2129
131	0,8926	0,8518	0,8188	0,7604	0,7154	0,6398	0,5848	0,4974	0,4376	0,3489	0,2924
132	0,9307	0,9008	0,8757	0,8294	0,7924	0,7274	0,6780	0,5961	0,5374	0,4461	0,3850
133	0,9578	0,9372	0,9193	0,8849	0,8563	0,8039	0,7624	0,6904	0,6364	0,5483	0,4864
134	0,9758	0,9626	0,9507	0,9268	0,9062	0,8667	0,8341	0,7749	0,7285	0,6491	0,5904
135	0,9870	0,9791	0,9717	0,9563	0,9425	0,9148	0,8910	0,8457	0,8086	0,7419	0,6902
136	0,9935	0,9891	0,9849	0,9757	0,9670	0,9491	0,9329	0,9009	0,8734	0,8215	0,7793
137	0,9970	0,9948	0,9925	0,9874	0,9825	0,9717	0,9616	0,9407	0,9219	0,8847	0,8529
138	0,9987	0,9977	0,9966	0,9940	0,9914	0,9855	0,9797	0,9672	0,9554	0,9310	0,9090
139	0,9995	0,9991	0,9986	0,9974	0,9961	0,9932	0,9902	0,9834	0,9766	0,9620	0,9482
140	0,9998	0,9997	0,9995	0,9990	0,9984	0,9971	0,9957	0,9923	0,9889	0,9810	0,9732
141	0,9999	0,9999	0,9998	0,9996	0,9994	0,9989	0,9983	0,9968	0,9952	0,9914	0,9875
142	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9996	0,9994	0,9988	0,9982	0,9966	0,9948
143			1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9996	0,9994	0,9988	0,9981
144					1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9994
145								1,0000	1,0000	0,9999	0,9998
146										1,0000	1,0000
147											
148											
149											
150											

Zur besseren Lesbarkeit sind Werte von 0,0000 und 1,0000 weggelassen worden.

Name des Prüflings	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Stromtrasse auf dem Hang**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	3	3	4	5	5	3	3	7	33
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Seit der Novellierung des Atomgesetzes im Jahr 2011 ist der Atomausstieg in Deutschland beschlossene Sache. Eine der größten Herausforderungen bei der vermehrten Stromgewinnung durch erneuerbare Energien, beispielsweise durch Windkraftanlagen im Meer, ist der Transport dieser Energie von Nord nach Süd.
Aufgrund der sehr hohen Kosten von Erdkabeln erfolgt dieser Energietransport zumeist über Freiluftleitungen. Hierzu soll u. a. eine Nord-Süd-Trasse (Hochspannungsüberlandleitungen) errichtet werden. Im Verlauf dieser Trasse gilt es auch Hänge, wie in der Abbildung 3.1 dargestellt, zu überqueren.

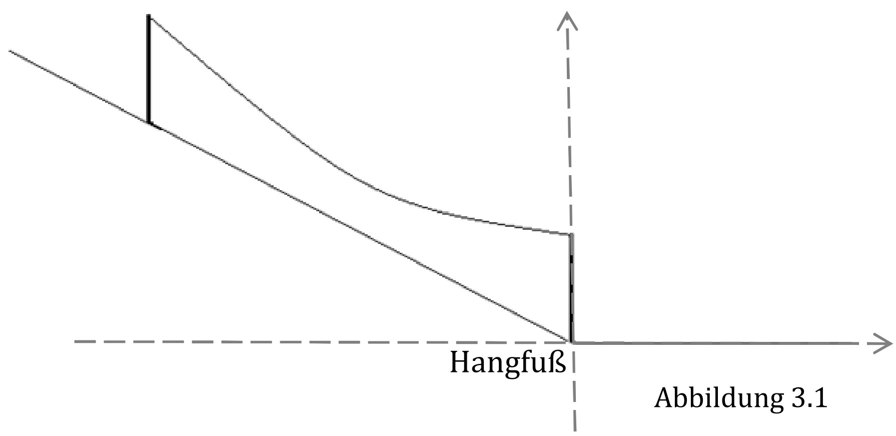


Abbildung 3.1

Die Strommasten am Fuß des Hanges und auf dem Hang selbst sind jeweils 70 Meter hoch. Der um 26,6° geneigte Hang, auf dem die Masten errichtet werden sollen, kann in seiner Querschnittdarstellung annähernd als eine Gerade betrachtet werden.

Die Planungsgruppe schlägt daher vor, diesen Querschnitt des Hangs mittels der Funktion p mit der Funktionsgleichung

$$p(x) = -0{,}5x$$

zu modellieren, wobei $p(x)$ die Hanghöhe und x die horizontale Entfernung zum Hangfuß jeweils in Metern angeben.

a) Erläutern Sie, warum dieser Modellierungsansatz geeignet ist.

Der Höhenunterschied zwischen zwei Masten darf maximal das Dreifache der Mastenhöhe betragen.

b) Ermitteln Sie den maximal zulässigen horizontalen Abstand dieser beiden Masten.

Letztlich hat sich die Planungsgruppe für einen horizontalen Abstand von 400 m zwischen den Masten entschieden.
Die durchhängende Stromleitung kann näherungsweise mittels des Parabelbogens einer quadratischen Funktion g mit einer Funktionsgleichung

$$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

mit g(x) als Höhe über dem Hangfuß und x als horizontale Entfernung zum Hangfuß jeweils in Metern modelliert werden.
Die Parabel soll durch die Spitzen beider Masten verlaufen und in der Aufhängung am Mast des Hangfußes (der rechte Mast) eine Tangentialsteigung von $m_t = -0{,}3$ aufweisen.

c) Stellen Sie auf der Grundlage der Modellierungsvorgaben ein lineares Gleichungssystem auf, aus dem sich die Funktion g mit der Gleichung

$$g(x) = \frac{1}{2000}x^2 - \frac{3}{10}x + 70$$

ermitteln lässt. Das Lösen des Gleichungssystems ist ausdrücklich nicht gefordert.

Der Hang, auf dem die Strommasten errichtet wurden, ist mit Fichten bewaldet. Der senkrechte Sicherheitsabstand zwischen den Baumspitzen und der Freileitung muss mindestens 5 m betragen, daher wird eine Maximalhöhe von 45 m für den Baumbewuchs festgelegt.

d) Prüfen Sie, ob die Maximalhöhe mit 45 m richtig festgelegt wurde.

Die ältesten der vorhandenen Fichten sind derzeit 30 Jahre alt und befinden sich damit am Ende der sogenannten Jugendphase. Ihr zukünftiges Wachstum lässt sich durch eine Funktion H mit der Funktionsgleichung

$$H(t) = 45{,}5 - 35{,}2 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$$

beschreiben, wobei H(t) die Höhe in Metern und t die Zeit in Jahren nach Ende der Jugendphase angibt, so dass $t = 0$ einem Baumalter von 30 Jahren entspricht.
Der Planungsausschuss ist skeptisch, ob diese noch recht jungen Bäume, nicht irgendwann größer als 45 m werden könnten.

e) Ermitteln Sie, wie hoch die Fichten zum gegenwärtigen Zeitpunkt mit 30 Jahren sind und in welchem Alter sich diese Höhe verdoppelt haben wird.

   Bestimmen Sie die momentane Höhenänderungsrate zum gegenwärtigen Zeitpunkt.

f) Beurteilen Sie, ob der Sicherheitsabstand von der Fichtenbewaldung zu den Stromleitungen langfristig eingehalten wird.

Regelmäßiger Baumschlag soll sicherstellen, dass die Bäume hinreichend Platz zur Entwicklung haben. Für die Vermarktung des Fichtenholzes sind das Volumen und damit auch der Stammdurchmesser entscheidend. Bei Fichten wird die jährliche Änderung des Stammdurchmessers kontrolliert. Diese Änderung lässt sich etwas vereinfacht mathematisch durch die Funktion z mit der Gleichung

$$z(t) = \begin{cases} -\frac{1}{900}t^2 + \frac{1}{15}t & \text{mit } 0 \leq t \leq 40 \\ \frac{8}{9} \cdot e^{-\frac{1}{40}(t-40)} & \text{mit } t > 40 \end{cases}$$

beschreiben. Dabei ist die Variable t das Alter in Jahren und z(t) die Änderung des Stammdurchmessers in cm/Jahr. Der Graph der Funktion z ist in Abb. 3.2 dargestellt.

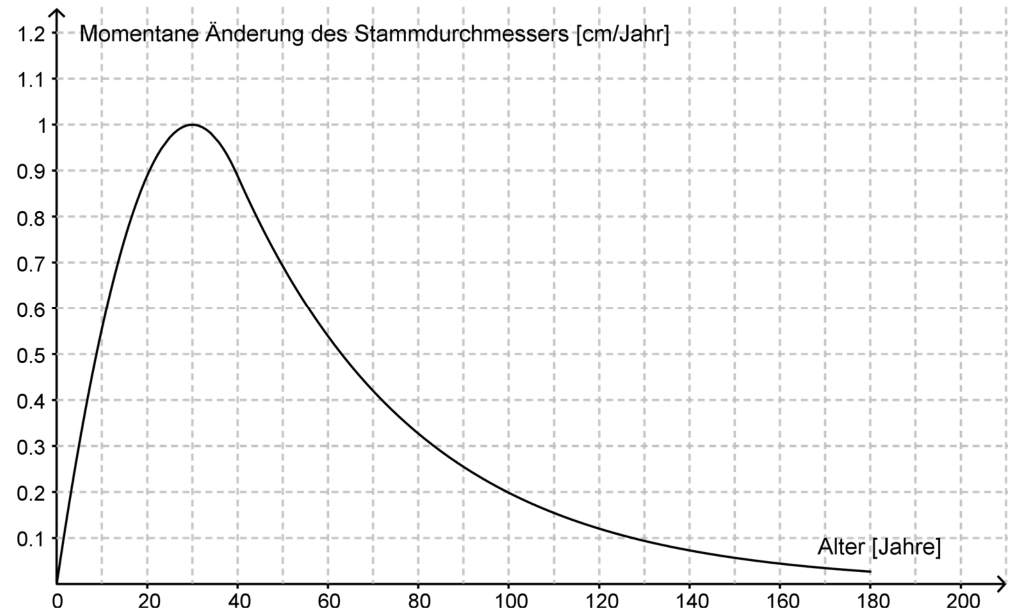


Abbildung 3.2

Ein interessierter Mitarbeiter des Planungsausschusses betrachtet die Graphik und sagt: *„Ich würde die entsprechenden Bäume im Wendepunkt, also mit 40 Jahren fällen, danach werden Sie nur noch wenig dicker.“*

g) Entscheiden Sie begründet, ob an der Stelle $t_W = 40$ ein Wendepunkt vorliegt.

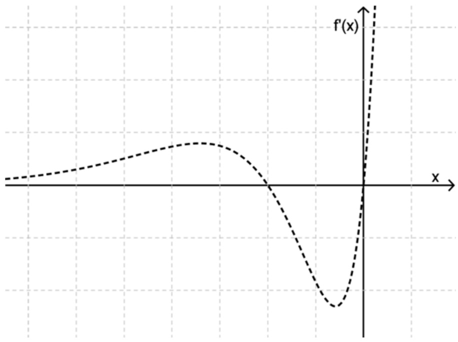
h) Beurteilen Sie die Aussage des Mitarbeiters, indem Sie…

h1) ermitteln, welchen Stammdurchmesser die Fichten mit einem Alter von 40 Jahren haben werden.

h2) erläutern, wie man anhand der Graphik näherungsweise ermitteln kann, um wie viel cm der Stammdurchmesser nach dem 40. Lebensjahr des Baumes noch zunehmen wird und hierfür eine Schätzung abgeben.

h3) zu einem abschließenden Urteil gelangen.

Aufgabe 1 mit Analytischer Geometrie:

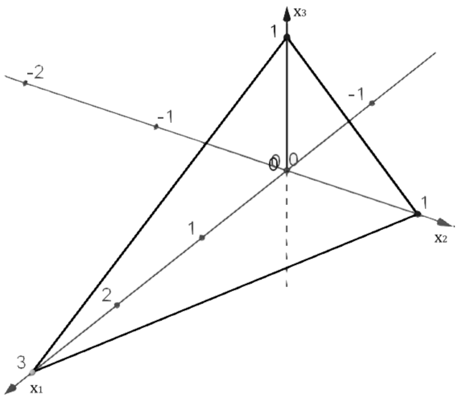
<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>A1</td><td>Der Prüfling …</td><td>Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung:
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.
<u>Bemerkung</u>:
Bei Multiple-Choice-Aufgaben gilt der jeweils angegebene Hinweis.</td><td>BE</td></tr>
<tr><td>1a</td><td>skizziert die erste Ableitungsfunktion.</td><td>
</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1b</td><td>berechnet die Maßzahl des Flächeninhaltes der gekennzeichneten Fläche.</td><td>Schnittstellen von f(x) und g(x) berechnen:
$f(x) = g(x) \iff -0{,}5x^2 + 4x = -0{,}5x + 9 \implies x_1 = 3$ und $x_2 = 6$
$A = \int_3^6 \left(f(x) - g(x)\right)dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 9x\right]_3^6 = 2{,}25$ FE</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1c</td><td>entscheidet und begründet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>Entscheidung und Begründung</th></tr>
<tr><td>An der Stelle $x = -2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.</td><td>Die Aussage ist wahr. Der Graph verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, daher hat der Graph auch an der Stelle $x = -2$ ein lokales Maximum und somit hat auch dort die Tangente die Steigung $m = 0$.</td></tr>
<tr><td>Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.</td><td>Die Aussage ist falsch. Bei den Bedingungen werden Extrema und Steigungswerte genannt und dazu benötigt man nicht die zweite Ableitungsfunktion.</td></tr>
<tr><td>Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung:
$f(-1) = -6$.</td><td>Die Aussage ist falsch. Die Bedingung lautet $f'(-1) = -6$, da nicht der Funktionswert, sondern der Steigungswert gegeben ist.</td></tr>
</table>
</td><td>6</td></tr>
<tr><td>1d</td><td>entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th><u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).</th><th>w</th><th>f</th></tr>
<tr><td>Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt:
Eine Wendestelle befindet sich bei $x = \pi$.</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 2$.</td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td>Für $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$ und $d = 0$ gilt:
Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x) = \cos(x)$.</td><td></td><td>X</td></tr>
</table>
</td><td>3</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>1e</td><td>bestimmt die Koordinaten des Vektors $\vec{x}$.</td><td>Da $\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}=\overrightarrow{0P}$ ist, gilt: $\vec{x}=\overrightarrow{0P}-\vec{v}-\vec{u}$.
Also: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1{,}5\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1{,}5\\-0{,}5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0{,}5\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0{,}5\\1{,}5\end{pmatrix}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1f</td><td>begründet, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig sind und

prüft, ob auch die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ linear unabhängig sind.</td><td>Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind linear unabhängig, wenn:
$r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}=\vec{0}$ mit $r,s\in\mathbb{R}$ und $r=s=0$ einzige Lösung ist. Da die x_3-Koordinate des Vektors $\vec{a}$ Null ist, muss $s=0$ sein. Gleiches gilt für r, da die x_2-Koordinate des Vektors $\vec{b}$ Null ist. Daher sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig.

Gemäß Aufgabenstellung haben die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ die folgenden Koordinaten: $\vec{c}=\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$ und $\vec{d}=\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}$.
Damit ist folgendes lineares Gleichungssystem zu lösen:
I: $3r+s=0$
II: $4r-2s=0$
III: $2r+4s=0$
Aus der Gleichung I ergibt sich $s=-3r$.
Aus der Gleichung II ergibt sich $s=2r$.
Beide Gleichungen sind nur erfüllt, wenn $r=0$ ist. Damit ist auch $s=0$. Da also $r=0$ und $s=0$ die einzige Lösung des Gleichungssystems ist, sind auch die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ linear unabhängig.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1g</td><td>entscheidet, welche Aussage wahr oder falsch ist und begründet seine Entscheidung.</td><td><table>
<tr><th>Aussage</th><th>Entscheidung und Begründung</th></tr>
<tr><td>Orthogonale Geraden schneiden sich immer in einem Punkt.</td><td>Die Aussage ist falsch. Zwei Geraden können windschief sein, auch wenn ihre Richtungsvektoren orthogonal zueinander sind.</td></tr>
<tr><td>Windschiefe Geraden haben einen konstanten Abstand zueinander.</td><td>Die Aussage ist falsch. Nur parallele Geraden haben einen konstanten Abstand zueinander.</td></tr>
<tr><td>Die Gerade g mit der Gleichung $\vec{x}=r\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ verläuft in der x_1-x_2-Ebene.</td><td>Die Aussage ist wahr, weil die x_3-Koordinate des Richtungsvektors Null ist, und sowohl Gerade als auch Ebene durch den Ursprung (0|0|0) verlaufen.</td></tr>
</table></td><td>6</td></tr>
<tr><td>1h</td><td>ermittelt die Parameterform der Ebenengleichung für die Ebene E und</td><td>Die Ebene schneidet z.B. in den folgenden drei Punkten die Koordinatenachsen: $S_{x1}(3|0|0)$, $S_{x2}(0|1|0)$ und $S_{x3}(0|0|1)$.
Damit ergibt sich z. B. die Parameterdarstellung der Ebenengleichung:
$$E\colon \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\left[\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}\right]+s\cdot\left[\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}\right]$$
$$=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-3\\1\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-3\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Fortsetzung nächste Seite</td><td>4</td></tr>
</table>

	Anforderungen	Modelllösungen	
zu 1h	zeichnet ein Schrägbild der Ebene E.		
			34

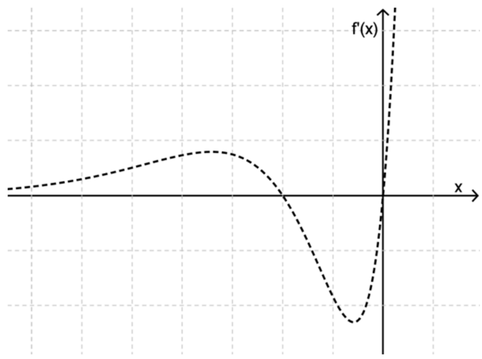
Aufgabe 2: **Fun- und Kletterpark**

	Anforderungen	Modelllösungen	
A2	Der Prüfling ...	Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung: Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	BE
2a	ermittelt die Länge der Treppe und die Anzahl der Treppenstufen.	Die Länge der Treppe entspricht der Länge des Verbindungsvektors von Punkt K_1 zu Punkt K_2: $\overrightarrow{K_1K_2} = \begin{pmatrix} -90-0 \\ 290-250 \\ 1500-1420 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -90 \\ 40 \\ 80 \end{pmatrix}$, $\left\vert\overrightarrow{K_1K_2}\right\vert = \sqrt{(-90)^2+40^2+80^2} = 10\cdot\sqrt{161} \approx 126{,}89\ [\text{m}]$. Die Anzahl n der Treppenstufen ergibt sich aus dem zu überwindenden Höhenunterschied von 80 m und der Tritthöhe von 0,2 m: $n = \frac{80}{0{,}2} = 400$ Stufen. Der Kletterstieg ist ca. 127 m lang und besteht aus 400 Treppenstufen.	3
2b	zeigt, dass die Gäste des Fun- und Kletterparks auf dem Kletterstieg ein besonders schönes Echo erzeugen können.	Es ist zu zeigen, dass der Punkt K_E auf der Verbindungsgeraden zwischen den Punkte K_1 und K_2 liegt. Damit ist folgende Vektorgleichung zu lösen: $\begin{pmatrix} 0 \\ 250 \\ 1420 \end{pmatrix} + r\cdot\left[\begin{pmatrix} -90 \\ 290 \\ 1500 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 250 \\ 1420 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -45 \\ 270 \\ 1460 \end{pmatrix}$. Aus der x_1-Koordinate ergibt sich $r = \frac{1}{2}$. Für die beiden anderen Koordinaten ergeben sich für $r = \frac{1}{2}$ ebenfalls wahre Aussagen. Somit liegt der Punkt K_E auf dem Kletterstieg und die Gäste können ein besonders schönes Echo erzeugen.	4
2c	prüft, ob die Sicherheitsbestimmung für die Strecke vom Start-Tower S zum Change-Tower C eingehalten wird.	Gesucht ist der Winkel zwischen dem Richtungsvektor der Seilbahn $\overrightarrow{SC}$ und dessen Projektion auf die Horizontale $\overrightarrow{SC_0}$. $\alpha = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{SC_0}}{\vert\overrightarrow{SC}\vert\cdot\vert\overrightarrow{SC_0}\vert}\right) = \arccos\left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}}{\left\vert\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}\right\vert\cdot\left\vert\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}\right\vert}\right) \approx 17{,}55°$ Da $\tan(17{,}55°) \approx 0{,}316$ entspricht der Winkel α einem Gefälle von ca. 32 %. Das heißt, die Sicherheitsbestimmung wird in diesem Abschnitt eingehalten.	4
2d	ermittelt die Koordinaten des Fundamentes des 7,5 m hohen Change-Towers.	Die Koordinaten des Change-Towers ergeben sich aus dem Schnittpunkt der beiden Geraden g_{SC} und g_{CL}. $\begin{pmatrix} -100 \\ 300 \\ 1510 \end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ 350 \\ 1260 \end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ $r\cdot\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 50 \\ -250 \end{pmatrix} \Leftrightarrow r = -50$ und $s = 100$ Für den Ortsvektor des Schnittpunktes der beiden Geraden ergibt sich mit $s = 100$ und der Geradengleichung g_{SC}: $\begin{pmatrix} -100 \\ 300 \\ 1510 \end{pmatrix} + 100\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1410 \end{pmatrix}$ *Fortsetzung nächste Seite*	4

	Anforderungen	Modelllösungen	
zu 2d		Die Spitze des Change-Towers hat somit die Koordinaten C(0|0|1410). Bei einer Höhe des Change-Towers von 7,5 m sind folglich die Koordinaten des Fundamentes $C_F(0\|0\|1402{,}5)$.	
2e	berechnet die maximale Anlauflänge zwischen den Punkten A und R auf der Rampe und	Zunächst wird der Ortsvektor des Punktes R benötigt: $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OE_1} + 0{,}5 \cdot \overrightarrow{E_1E_2}$ $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} -105 \\ 295 \\ 1505{,}5 \end{pmatrix} + 0{,}5 \cdot \left[\begin{pmatrix} -93 \\ 299 \\ 1505{,}5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -105 \\ 295 \\ 1505{,}5 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -99 \\ 297 \\ 1505{,}5 \end{pmatrix}$ Die Anlauflänge zwischen den Punkten A und R beträgt: $\left\|\overrightarrow{AR}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} -99 \\ 297 \\ 1505{,}5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -100 \\ 300 \\ 1508 \end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2{,}5 \end{pmatrix}\right\| = \frac{\sqrt{65}}{2} \approx 4{,}03\ [\text{m}]$ Die maximale Anlauflänge beträgt ca. 4 Meter.	6
	untersucht, ob der Abstand zwischen dem Seil und der Rampe in Richtung des Anlaufs zunimmt und	Der Richtungsvektor des Seiles ist $\overrightarrow{SC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Der Vektor $\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2{,}5 \end{pmatrix}$ ist die lotrechte Projektion von $\overrightarrow{SC}$ auf die Rampe. Die x_1- und x_2-Koordinaten sind identisch. Da der Vektor $\overrightarrow{AR}$ in der x_3-Koordinate einen kleineren Wert aufweist als der Vektor $\overrightarrow{SC}$ ist die Rampe stärker gegen die Horizontale geneigt als das Seil. Also nimmt der Abstand zwischen Seil und Rampe in Richtung des Anlaufs zu.	
	ermittelt die Größe der Rampe in Quadratmetern.	Da die Symmetrielinie der Rampe durch die Punkte A und R verläuft, sind die Vektoren $\overrightarrow{AR}$ und $\overrightarrow{E_1E_2}$ orthogonal zueinander und die Größe der Rampe beträgt: $A = \frac{1}{2} \cdot \left\|\overrightarrow{E_1E_2}\right\| \cdot \left\|\overrightarrow{AR}\right\|$ $A = \frac{1}{2} \cdot \left\|\begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}\right\| \cdot \left\|\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2{,}5 \end{pmatrix}\right\| = 5 \cdot \sqrt{26} \approx 25{,}5\ [\text{m}^2]$ Die Größe der Rampe beträgt ca. 25,5 m^2.	
2f	berechnet die Gesamtlänge der Seilrutsche.	Da der Punkt M die Strecke $\overline{CL}$ halbiert, gilt: $\left\|\overrightarrow{ML}\right\| = \frac{1}{2} \cdot \left\|\overrightarrow{CL}\right\|$. Mit $\left\|\overrightarrow{ML}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 400 \\ 700 \\ 1110 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 200 \\ 350 \\ 1260 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{200^2 + 350^2 + (-150)^2}$ $= 50 \cdot \sqrt{74} \approx 430{,}1\ [\text{m}]$ Die Seilrutsche ist somit $2 \cdot 430{,}1\ \text{m} + 332\ \text{m} = 1192{,}2\ \text{m}$ lang.	3
2g	begründet, dass die gegebene Ebenengleichung das Felsplateaus beschreibt und	Der Vektor $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} -50 \\ 180 \\ 1360 \end{pmatrix}$ ist der Ortsvektor des Punktes P_1. Die beiden Spannvektoren sind die Vektoren $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_1P_3}$: $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} -80 \\ 205 \\ 1420 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -50 \\ 180 \\ 1360 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 25 \\ 60 \end{pmatrix}$ und	5

	Anforderungen	Modelllösungen	
zu 2g		$\overrightarrow{P_1P_3} = \begin{pmatrix}-100\\200\\1470\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-50\\180\\1360\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-50\\20\\110\end{pmatrix}$. Diese drei Vektoren sind genau die drei in der Ebenengleichung verwendeten Vektoren.	
	stellt das lineare Gleichungssystem zur Untersuchung der gegenseitigen Lage von Seil und Felsplateau auf und	Zur Untersuchung der gegenseitigen Lage von Seil und Felsplateau ist die folgende Vektorgleichung zu lösen. $\begin{pmatrix}-50\\180\\1360\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-30\\25\\60\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-50\\20\\110\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-100\\300\\1510\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}$ Dies führt wiederum auf folgendes LGS: I: $30s + 50r + t = 50$ II: $-25s - 20r - 3t = -120$ III: $-60s - 110r - t = -150$	
	erläutert, welche Eigenschaft das LGS besitzt, wenn das Seil echt parallel zum Felsplateau verläuft.	Wenn das Seil echt parallel zum Felsplateau verläuft, bedeutet dies, dass Seil und Felsplateau keine gemeinsamen Punkte haben. Wenn keine gemeinsamen Punkte existieren, besitzt das zugehörige lineare Gleichungssystem keine Lösung.	
2h	bestimmt den kürzesten Abstand der Webcam zur Seilrutsche und	Der Lotfußpunkt auf der Geraden g_{SC} ist der Punkt F. Dann ist die Länge des Vektors $\overrightarrow{WF}$ der Abstand der Geraden zur Ebene und es gilt: $\lvert\overrightarrow{WF}\rvert = \lvert\vec{d}\rvert = \lvert\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OW}\rvert$ Da der Punkt F auf der Geraden g_{SC} liegt, gilt: $\vec{d} = \left[\begin{pmatrix}-100\\300\\1510\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}\right] - \begin{pmatrix}-90\\170\\1460\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-10\\130\\50\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}$ Außerdem ist der Vektor $\vec{d}$ orthogonal zum Richtungsvektor der Geraden g_{SC}, und es gilt: $\vec{d}\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix} = 0$. $\left[\begin{pmatrix}-10\\130\\50\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix} = 0$ $\Leftrightarrow (-10+r) + (-390+9r) + (-50+r) = 0$ $\Leftrightarrow 11r - 450 = 0 \Leftrightarrow r = \frac{450}{11}$ $\lvert\vec{d}\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-10\\130\\50\end{pmatrix} + \frac{450}{11}\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-1\end{pmatrix}\right\rvert$ $= \sqrt{\left(\frac{340}{11}\right)^2 + \left(\frac{80}{11}\right)^2 + \left(\frac{100}{11}\right)^2} = \frac{20}{11}\sqrt{330} \approx 33\ [\text{m}]$	4
	entscheidet begründet, ob der Einsatz der Kamera sinnvoll ist.	Der kürzeste Abstand der Webcam zur Seilrutsche beträgt ca. 33 m. Der Einsatz der Kamera ist nicht sinnvoll, da der Abstand zwischen der Webcam und der Seilbahn ca. 33 m beträgt und somit mehr als 30 m.	
			33

Aufgabe 1 mit Linearer Algebra:

<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>A1</td><td>Der Prüfling …</td><td>Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung:
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.
<u>Bemerkung</u>:
Bei Multiple-Choice-Aufgaben gilt der jeweils angegebene Hinweis.</td><td>BE</td></tr>
<tr><td>1a</td><td>skizziert die erste Ableitungsfunktion.</td><td>
</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1b</td><td>berechnet die Maßzahl des Flächeninhaltes der gekennzeichneten Fläche.</td><td>Schnittstellen von f(x) und g(x) berechnen:
$f(x) = g(x) \iff -0{,}5x^2 + 4x = -0{,}5x + 9 \implies x_1 = 3$ und $x_2 = 6$
$A = \int_3^6 \left(f(x) - g(x)\right)dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 9x\right]_3^6 = 2{,}25$ FE</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1c</td><td>entscheidet und begründet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td><table>
<tr><th>Aussage</th><th>Entscheidung und Begründung</th></tr>
<tr><td>An der Stelle $x = -2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.</td><td>Die Aussage ist wahr. Der Graph verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, daher hat der Graph auch an der Stelle $x = -2$ ein lokales Maximum und somit hat auch dort die Tangente die Steigung $m = 0$.</td></tr>
<tr><td>Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.</td><td>Die Aussage ist falsch. Bei den Bedingungen werden Extrema und Steigungswerte genannt und dazu benötigt man nicht die zweite Ableitungsfunktion.</td></tr>
<tr><td>Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung: $f(-1) = -6$.</td><td>Die Aussage ist falsch. Die Bedingung lautet $f'(-1) = -6$, da nicht der Funktionswert, sondern der Steigungswert gegeben ist.</td></tr>
</table></td><td>6</td></tr>
<tr><td>1d</td><td>entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td><table>
<tr><th><u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).</th><th>w</th><th>f</th></tr>
<tr><td>Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt:
Eine Wendestelle befindet sich bei $x = \pi$.</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>Für $a = b = 1$ und $c = d = 0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx = 2$.</td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td>Für $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$ und $d = 0$ gilt:
Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x) = \cos(x)$.</td><td></td><td>X</td></tr>
</table></td><td>3</td></tr>
</table>

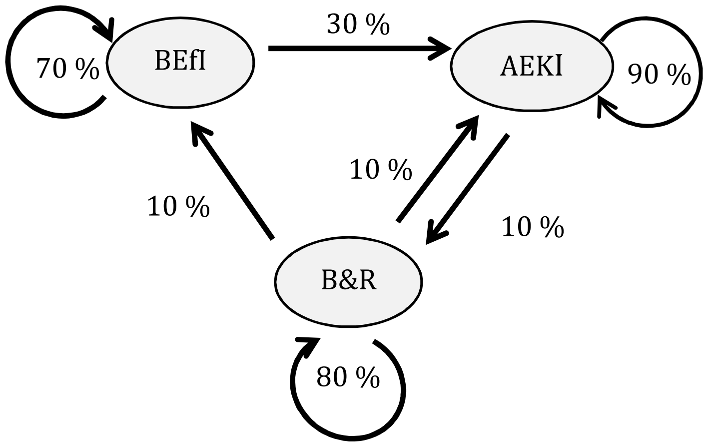
<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>1e</td><td>ermittelt die fehlenden Koeffizienten im LGS, trägt diese in die vorgegebenen Felder ein und

gibt die Lösungsmenge des LGS an.</td><td>$\begin{array}{rl} x-4y+2z=-6 & \mid\cdot(-2)\ \mid\cdot 3 \\ 2x+3y+\ z=\ \ 5 & \\ -3x+6y+\ z=-2 & \\ \hline x-4y+2z=-6 & \\ \boxed{\mathbf{11}}y-3\,z=\ \ 17 & \mid\cdot 6 \\ -6y+\boxed{\mathbf{7}}z=-20 & \mid\cdot 11 \\ \hline x-4y+2z=-6 & \\ 66y-18\,z=\ \ 102 & \\ \boxed{\mathbf{59}}z=-118 & \\ \hline \end{array}$

$\mathbb{L}=\{(2|1|-2)\}$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1f</td><td>bestimmt die Matrixelemente x_{12}, x_{21} und x_{31} so, dass die Matrizengleichung erfüllt ist.</td><td>Aus der Matrizengleichung $\begin{pmatrix}1 & x_{12} & 0\\ x_{21} & 1 & 3\\ x_{31} & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\6\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21\\12\\9\end{pmatrix}$ folgt:
$3+6x_{12}=21\Rightarrow x_{12}=3,$
$3x_{21}+6=12\Rightarrow x_{21}=2,$
$3x_{31}+6=\ \ 9\ \Rightarrow x_{31}=1.$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1g</td><td>bestimmt das Matrixelement r.</td><td>$M^T\cdot M=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ r & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & r\\ -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1-r\\ 1-r & r^2+1\end{pmatrix}$
$M^T\cdot M=2E\ \Rightarrow\ \begin{pmatrix}2 & 1-r\\ 1-r & r^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$
$\Rightarrow 1-r=0\ \Rightarrow r=1$
$\Rightarrow r^2+1=2\ \Rightarrow r_{1,2}=\pm 1\ (r_2\notin\mathbb{L}$, da $1-(-1)\neq 0)$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1h</td><td>entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td><table><tr><td><u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).</td><td>w</td><td>f</td></tr><tr><td>Jede Matrix hat eine zugehörige inverse Matrix.</td><td></td><td>X</td></tr><tr><td>Gilt die Matrizengleichung: $A\cdot\vec{x}=\vec{x}$, so handelt es sich um eine stabile (stationäre) Verteilung.</td><td>X</td><td></td></tr></table></td><td>2</td></tr>
<tr><td>1i</td><td>bestimmt die Matrix X so, dass $A\cdot X=B$ gilt.</td><td>Aus der Matrixgleichung $A\cdot X=B$ ergibt sich für die Matrix X:
$X=A^{-1}\cdot B$.
$A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{8}\\ 0 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

$X=A^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{8}\\ 0 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & 5\\ 0 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$
Für die Matrix X gilt: $X=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>34</td></tr>
</table>

Aufgabe 2: **Möbelhaus**

	Anforderungen	Modelllösungen	
A2	Der Prüfling …	Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung: Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	BE
2a	erstellt den zugehörigen Übergangsgraphen und beschriftet diesen entsprechend den Vorgaben aus Tabelle 2.1.		3
2b	ermittelt, wie die insgesamt 900 Kunden nach einem Monat verteilt sein werden und gibt an, wie viele Kunden innerhalb eines Monats abgewandert sind.	$\overrightarrow{v_1} = \begin{pmatrix} 0{,}70 & 0 & 0{,}10 \\ 0{,}30 & 0{,}90 & 0{,}10 \\ 0 & 0{,}10 & 0{,}80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240 \\ 390 \\ 270 \end{pmatrix}$ Nach einem Monat (zum 01.11.2014) werden im Möbelhaus „BEfI" 240 Kunden, im Möbelhaus „AEKI" 390 Kunden und im Möbelhaus „B&R" 270 Kunden sein. Im Monat Oktober sind 30 % der Kunden, also 90 Kunden, vom Möbelhaus „BEfI" abgewandert.	3
2c	prüft, ob die Verteilung $(378 \quad 168 \quad 354)^T$ eine Verteilung der Kunden zum 01. September 2014 sein könnte.	$\overrightarrow{v_0} = \begin{pmatrix} 0{,}70 & 0 & 0{,}10 \\ 0{,}30 & 0{,}90 & 0{,}10 \\ 0 & 0{,}10 & 0{,}80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 378 \\ 168 \\ 354 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 300 \\ 300 \end{pmatrix}$ Die Verteilung $\vec{v} = (378 \quad 168 \quad 354)^T$ kann eine Verteilung der Kunden aus den Möbelhäusern zum 01.09.2014 sein (bei unveränderten monatlichen Wechselverhalten der Kundschaft).	2
2d	beurteilt die Aussage, die in der Zeitungsmeldung beschrieben wurde und begründet, dass es sich um eine Grenzmatrix handelt und	Es werden langfristig (nach 48 (60) Monaten bzw. 4 (5) Jahren) nur 10 % der 900 Kunden im Möbelhaus „BEfI" kaufen, 60 % der 900 Kunden werden beim Möbelhaus „AEKI" kaufen, während 30 % der 900 Kunden zum Möbelhaus „B&R" wechseln. Das heißt die Kundschaft wird in den Möbelhäusern „BEfI" und „B&R" zurückgehen und im Möbelhaus „AEKI" kann man einen Kundenzuwachs erwarten. Die Aussage in der Zeitungsmeldung auf Grundlage der vorliegenden Matrix wäre also zutreffend. Langfristig ergibt sich eine stationäre (stabile) Verteilung der Kunden auf die drei Möbelhäuser. Damit wird sich innerhalb der nächsten 60 Monate die Kundenzahl in den Möbelhäusern ändern, danach aber stabil bleiben. *Fortsetzung nächste Seite*	6

<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>zu 2d</td><td>

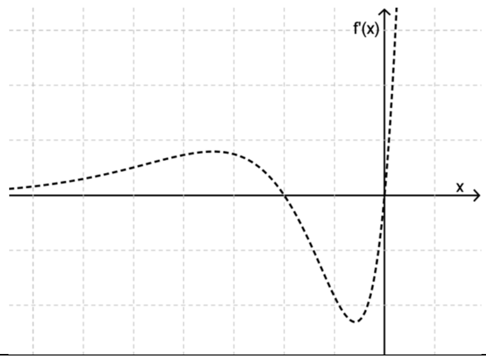
ermittelt die Verteilung der Kunden nach fünf Jahren.</td><td>Durch die Matrix M^{48} bzw. M^{60} erkennt man, dass sich diese Matrix stabilisiert und nicht mehr verändert. Die Werte der Matrix G sind pro Spalte identisch. Damit gilt, dass es sich bei der Matrix G um eine Grenzmatrix handelt. Die Matrizen M^{48} bzw. M^{60} stellen die Verteilung nach 48 bzw. nach 60 Übergängen (Monaten) dar.
$$\overrightarrow{v_{60}} = \begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1\\ 0{,}6 & 0{,}6 & 0{,}6\\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}3\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}300\\300\\300\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}90\\540\\270\end{pmatrix}$$
Nach fünf Jahren (60 Monaten) werden 90 Kunden zum Möbelhaus „BEfI“ zählen, 540 Kunden werden zum Möbelhaus „AEKI“ und 270 Kunden zum Möbelhaus „B&R“ gehören.</td><td></td></tr>
<tr><td>2e</td><td>ermittelt die Werte p, q, r und s.</td><td>$p = 2, q = 1, r = 0, s = 1$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2f</td><td>begründet, dass mit Hilfe der Matrizengleichung die Anzahl der Stützen, Böden und Kreuze für die Regalkombinationen RK1 und RK2 ermittelt werden kann und</td><td>Aus der Tab. 2.2 :
<table>
<tr><th></th><th>RE1</th><th>RE2</th><th>RE3</th></tr>
<tr><td>S</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>B</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td></tr>
<tr><td>K</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>
folgt die zugehörige Matrix $R_E = \begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\ 4 & 5 & 2\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ und aus der Tab. 2.3:
<table>
<tr><th></th><th>RE1</th><th>RE2</th><th>RE3</th></tr>
<tr><td>RK1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>RK2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>
folgt die Matrix $R_K = \begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$.
Um die Anzahl der Stützen, Böden und Kreuze für jeweils eine Regalkombination zu ermitteln, müssen in der Matrizengleichung in den Spalten der Matrix R_E die Anzahl der Stützen, Böden und Kreuzen für die jeweiligen Regalelemente angegeben werden.
Um der Ergebnismatrix die Anzahl der Stützen, Böden und Kreuzen für die jeweilige Regalkombinationen entnehmen zu können, muss die zweite Matrix in der Matrizengleichung in den Zeilen die Regalelemente enthalten, die pro Regalkombination benötigt werden:
$$\begin{pmatrix}S\\B\\K\end{pmatrix} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\text{RE1} & \text{RE2} & \text{RE3}\end{array}\\ \begin{array}{c}S\\B\\K\end{array} & \begin{bmatrix} & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots\\ & \cdots & \end{bmatrix}\end{array} \cdot \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}\text{RK1} & \text{RK2}\end{array}\\ \begin{array}{c}\text{RE1}\\\text{RE2}\\\text{RE3}\end{array} & \begin{bmatrix} & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots\\ & \cdots & \end{bmatrix}\end{array}.$$
Die Matrix R_K muss deshalb noch transponiert werden, damit sie in der gewünschten Form vorliegt.
$$R_K{}^T = \begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}^T = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}\text{RK1} & \text{RK2}\end{array}\\ \begin{array}{c}\text{RE1}\\\text{RE2}\\\text{RE3}\end{array} & \begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\end{array}$$
Das Produkt der beiden Matrizen R_E (Typ (3x3)) und $R_K{}^T$ (Typ (3x2)) ergibt dann eine Matrix vom Typ (3x2), der man zeilenweise den Materialbedarf (für S, B, K) jeweils für die Regalkombina-

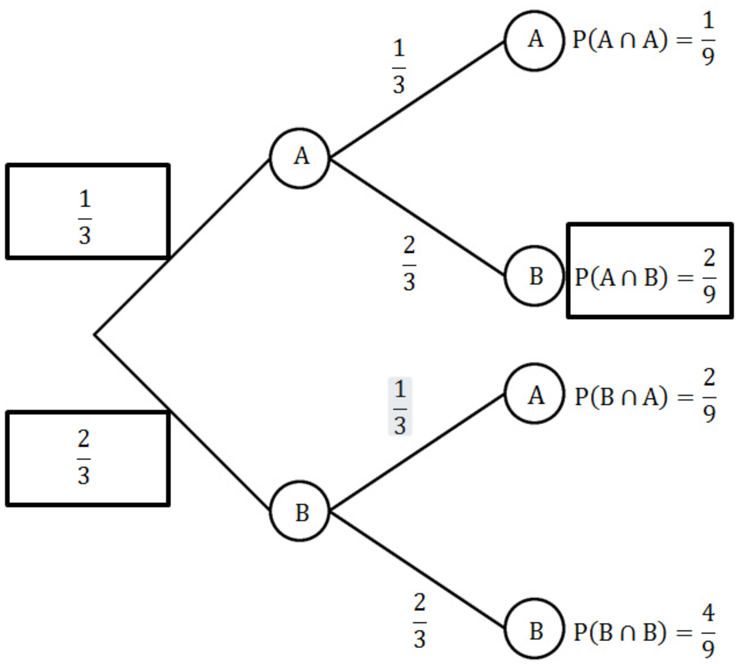
Fortsetzung nächste Seite</td><td>6</td></tr>
</table>

	Anforderungen	Modelllösungen	
zu 2f	gibt an, wie viele Stützen, Kreuze und Böden jeweils für eine Regalkombination benötigt werden.	tionen RK1 und für die Regalkombination RK2 entnehmen kann. Da diese Matrix noch mit einer Matrix vom Typ (2x1) multipliziert wird, die die Anzahl der Regalkombinationen RK1 und RK2 angibt, kann der Ergebnismatrix sofort die Anzahl aller Stützen, Böden und Kreuze entnommen werden, die für die beiden Regalkombinationen RK1 und RK2 benötigt werden. $\begin{pmatrix}S\\B\\K\end{pmatrix} = R_E \cdot {R_K}^T = \begin{pmatrix}2&2&2\\4&5&2\\1&0&0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1&1\\1&2\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4&8\\9&16\\1&1\end{pmatrix}$ Für die Regalkombination RK1 werden folglich vier Stützen, neun Böden und ein Kreuz benötigt und für die Regalkombination RK2 werden acht Stützen, 16 Böden und ein Kreuz benötigt.	
2g	berechnet den gesamten Bedarf an Stützen, Böden und Kreuzen und ermittelt die Rohstoffkosten K für diese komplette Lieferung.	$\begin{pmatrix}S\\B\\K\end{pmatrix} = 60 \cdot RK1 + 80 \cdot RK2 = 60 \cdot \begin{pmatrix}4\\9\\1\end{pmatrix} + 80 \cdot \begin{pmatrix}8\\16\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}880\\1820\\140\end{pmatrix}$ Für diese Lieferung werden 880 Stützen, 1820 Böden und 140 Kreuze benötigt. $K = (27{,}50 \quad 18{,}00 \quad 7{,}90) \cdot \begin{pmatrix}880\\1\,820\\140\end{pmatrix} = 58\,066{,}00\ [€]$ Die Rohstoffkosten für die komplette Lieferung betragen somit 58 066,00 €.	3
2h	bestimmt die Rohstoffkosten für eine Stütze.	Rohstofflieferung: 9 220,00 € $9\,220{,}00 = (x \quad 20{,}00 \quad 8{,}40) \cdot \begin{pmatrix}S\\B\\K\end{pmatrix} = (x \quad 20{,}00 \quad 8{,}40) \cdot \begin{pmatrix}100\\280\\50\end{pmatrix}$ $9\,220{,}00 = 100\,x + 5\,600{,}00 + 420{,}00$ $3\,200{,}00 = 100\,x \Rightarrow x = 32$ Der Materialpreis für eine Stütze beträgt 32,00 €.	3
2i	prüft, ob die Anzahl der vorhandenen Pakete (RE1, RE2 und RE3) für die Herstellung dieser Spezial-Regalkombinationen ausreichend ist und restlos für diese Lieferung aufgebraucht werden können.	Folgende Bauteile (S, B, K) werden für 30 Spezial-Regalkombinationen benötigt: $\begin{pmatrix}S\\B\\K\end{pmatrix} = 30 \cdot \begin{pmatrix}3\\6\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}90\\180\\30\end{pmatrix}$ Anzahl der Regalelemente (RE) berechnen: $\begin{pmatrix}2&2&2\\4&5&2\\1&0&0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}RE1\\RE2\\RE3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}90\\180\\30\end{pmatrix}$ Aufstellen und Lösen des zugehörigen LGS: $\begin{array}{rcr} 2 \cdot RE1 + 2 \cdot RE2 + 2 \cdot RE3 & = & 90 \\ 4 \cdot RE1 + 5 \cdot RE2 + 2 \cdot RE3 & = & 180 \\ 1 \cdot RE1 + 0 \cdot RE2 + 0 \cdot RE3 & = & 30 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix}RE1\\RE2\\RE3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}30\\10\\5\end{pmatrix}$ Der Kunde kann die gewünschten 30 Spezial-Regalkombinationen erhalten, da im Lager noch 30 Pakete für RE1, 10 Pakete für RE2 und 5 Pakete für RE 3 vorhanden sind. Der Lagervorrat wird in diesem Fall restlos aufgebraucht werden können.	5
			33

Aufgabe 1 mit Stochastik:

<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>A1</td><td>Der Prüfling …</td><td>Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung:
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Bemerkung:
Bei Multiple-Choice-Aufgaben gilt der jeweils angegebene Hinweis.</td><td>BE</td></tr>
<tr><td>1a</td><td>skizziert die erste Ableitungsfunktion.</td><td>
</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1b</td><td>berechnet die Maßzahl des Flächeninhaltes der gekennzeichneten Fläche.</td><td>Schnittstellen von f(x) und g(x) berechnen:
$f(x)=g(x) \iff -0{,}5x^2+4x=-0{,}5x+9 \implies x_1=3$ und $x_2=6$
$A=\int_3^6\big(f(x)-g(x)\big)dx=\left[-\frac{1}{6}x^3+\frac{9}{4}x^2-9x\right]_3^6=2{,}25$ FE</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1c</td><td>entscheidet und begründet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>Entscheidung und Begründung</th></tr>
<tr><td>An der Stelle $x=-2$ hat der Graph der Funktion f eine waagerechte Tangente.</td><td>Die Aussage ist wahr. Der Graph verläuft achsensymmetrisch zur Ordinatenachse, daher hat der Graph auch an der Stelle $x=-2$ ein lokales Maximum und somit hat auch dort die Tangente die Steigung $m=0$.</td></tr>
<tr><td>Um die Koeffizienten der Funktion f bestimmen zu können, wird die zweite Ableitungsfunktion benötigt.</td><td>Die Aussage ist falsch. Bei den Bedingungen werden Extrema und Steigungswerte genannt und dazu benötigt man nicht die zweite Ableitungsfunktion.</td></tr>
<tr><td>Zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktion f gilt die Bedingung: $f(-1)=-6$.</td><td>Die Aussage ist falsch. Die Bedingung lautet $f'(-1)=-6$, da nicht der Funktionswert, sondern der Steigungswert gegeben ist.</td></tr>
</table>
</td><td>6</td></tr>
<tr><td>1d</td><td>entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th>Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).</th><th>w</th><th>f</th></tr>
<tr><td>Für $a=b=1$ und $c=d=0$ gilt:
Eine Wendestelle befindet sich bei $x=\pi$.</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>Für $a=b=1$ und $c=d=0$ gilt: $\int_0^{2\pi} f(x)dx=2$.</td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td>Für $a=2, b=1, c=\frac{\pi}{2}$ und $d=0$ gilt:
Der Graph der Funktion f ist identisch mit dem Graphen der Funktion g mit $g(x)=\cos(x)$.</td><td></td><td>X</td></tr>
</table>
</td><td>3</td></tr>
</table>

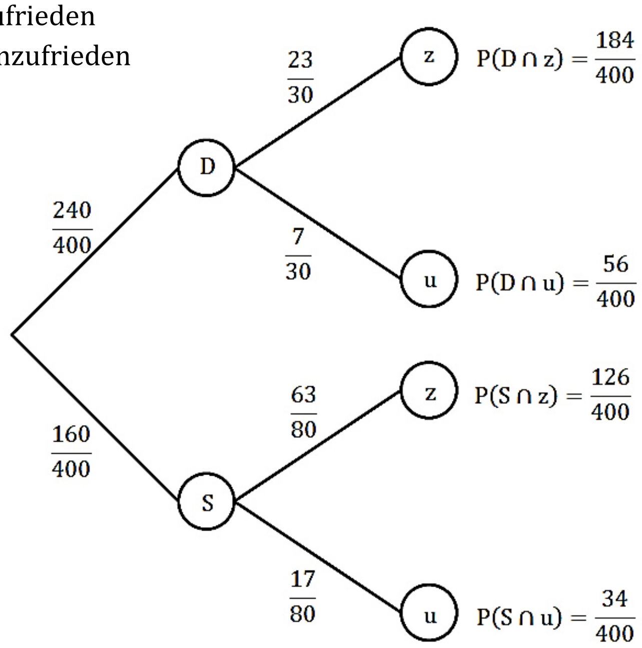
<table>
<tr><th></th><th>Anforderungen</th><th>Modelllösungen</th><th></th></tr>
<tr><td>1e</td><td>entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th><u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).</th><th>wahr</th><th>falsch</th></tr>
<tr><td>$0 < P(T) < 1$</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>$P(H) + P(T) + P(N) = 1$</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>$P(N) = 1 - P(\overline{N})$</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>$P(T) < (P(T))^2$</td><td></td><td>X</td></tr>
</table>
</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1f</td><td>ermittelt die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.</td><td>


</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1g</td><td>entscheidet und begründet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.</td><td>
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>Entscheidung und Begründung</th></tr>
<tr><td>Der Erwartungswert der Zufallsvariablen beträgt 2,5.</td><td>Falsch. Der Erwartungswert für X ist $E(X) = 2{,}25 \neq 2{,}5$.</td></tr>
<tr><td>Das Histogramm stellt die Anzahl der jeweils zu erwartenden Ergebnisse für die Zahlensummen x_i dar.</td><td>Falsch. Das Diagramm stellt die Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Ergebnisse x_i dar.</td></tr>
<tr><td>Die Wahrscheinlichkeit für eine Zahlensumme größer zwei beträgt genau $\frac{5}{12}$.</td><td>Wahr.
$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4)$
$= \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$</td></tr>
</table>
</td><td>6</td></tr>
</table>

	Anforderungen	Modelllösungen			
1h	entscheidet, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.	<u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch	4
		Es gilt: $P(X > 82) = P(X < 82)$.		X	
		Es gilt: $E(X) = 0{,}5$.		X	
		Es gilt: $P(40 \leq X \leq 57) = P(X \leq 57) - P(X \leq 39)$.	X		
		Es gilt: $P(X \leq 75) = \sum_{i=0}^{75} \binom{100}{i} \cdot 0{,}5^i \cdot 0{,}5^{100-i}$.	X		
					34

Aufgabe 2: **Discounter**

	Anforderungen	Modelllösungen	
A2	Der Prüfling	Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung: Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	BE
2a	erläutert, inwieweit dieser Schüler Recht hat und welche Voraussetzungen erfüllt sein müssen, damit die Binomialverteilung verwendet werden kann.	Die Zufallsvariable X: „Personen, die 2014 bei dem Discounter eingekauft haben" ist eine diskrete Größe und kann als binomialverteilt angenommen werden, wenn ein Bernoulli-Versuch n-mal unabhängig voneinander durchgeführt werden kann. Der Zufallsversuch „Hat bei dem Discounter eingekauft" darf nur zwei mögliche Ergebnisse haben (ja / nein). Die Wahrscheinlichkeit von $p = 0{,}866$ und somit die Betrachtungsweise als Zufallsexperiment gilt nur, sofern die Befragten in der Fußgängerzone für Bürger Schleswig-Holsteins repräsentativ sind und muss bei jeder Versuchsdurchführung gleich bleiben.	4
2b	ermittelt die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.	Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der Personen, die bei diesem Discounter eingekauft haben, $X \in \{0; 1; 2; 3; \ldots ; 150\}$, X ist binomialverteilt mit $n = 150$, $p = 0{,}866$ und $q = 0{,}134$. • $P(X = 0) = \binom{150}{0} \cdot 0{,}866^0 \cdot 0{,}134^{150} \approx 0$ (Alternativ aus in der Tabelle abzulesen.) Die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Befragten niemand bei diesem Discounter eingekauft hat, ist sehr gering und liegt dicht an 0 %. • $P(X \leq 130) \approx 0{,}5457$ (Wert aus der Tabelle abgelesen.) Die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Befragten höchstens 130 Personen bei diesem Discounter eingekauft haben, beträgt ca. 54,57 %. • $P(126 \leq X \leq 131) \approx 0{,}4936$ (Werte aus der Tabelle abgelesen.) Die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Befragten mehr als 125 Personen und weniger als 132 Personen bei diesem Discounter eingekauft haben, beträgt ca. 49,36 %. • $P(\overline{X} = 26) = P(X = 124) = \binom{150}{124} \cdot 0{,}866^{124} \cdot 0{,}134^{26} \approx 0{,}0339$ (Alternativ aus in der Tabelle abzulesen.) Die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Befragten genau 26 Personen nicht bei diesem Discounter eingekauft haben, beträgt ca. 3,39 %.	6
2c	berechnet den Erwartungswert und die Standardabweichung und interpretiert den Erwartungswert im Sachzusammenhang.	$\mu = n \cdot p = 129{,}9$ $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} \approx 4{,}17$ Bei der wiederholten Durchführung dieser Umfrage, in der jeweils 150 Kunden befragt werden, kann auf lange Sicht im Mittel mit 130 Discounterkunden pro Umfrage gerechnet werden. Der Erwartungswert gibt das Ereignis mit der höchsten Wahrscheinlichkeit an. Da Discounterkunden als diskrete Größe dargestellt werden können, wird der Zufallsvariablen mit dem Wert $X = 130$ die höchste Wahrscheinlichkeit zugeordnet.	4

	Anforderungen	Modelllösungen	
2d	beurteilt mithilfe eines geeigneten Testverfahrens, inwieweit die Nullhypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % weiterhin angenommen werden kann.	Es wird die binomialverteilte Zufallsvariable X „Anzahl der Personen, die bei diesem Discounter eingekauft haben“, $X \in \{0; 1; 2; 3; \ldots ; 122\}$, $n = 122$ und $p = 0{,}866$ betrachtet. Da die Richtungen möglicher Abweichung strittig sind, wird ein zweiseitiger Hypothesentest durchgeführt. Nullhypothese: $H_0: p = 0{,}866$ Gegenhypothese: $H_1: p \neq 0{,}866$ Irrtumswahrscheinlichkeit: $\alpha = 0{,}01$ Ermittlung des Ablehnungs- und des Annahmebereiches: $P(X \leq g_l) \leq 0{,}005 \Rightarrow g_l = 94$ $P(X \geq g_r) \leq 0{,}005 \Rightarrow P(X \leq g_r - 1) \geq 0{,}995 \Rightarrow g_r = 116$ Damit lautet der Ablehnungsbereich von H_0: $\overline{A} = \{0; 1; \ldots ; 94\} \cup \{116; 117; \ldots ; 122\}$ und der Annahmebereich von H_0 lautet: $A = \{95; 96; \ldots ; 115\}$. Die Nullhypothese H_0 kann verworfen werden, da 93 nicht im Annahmebereich liegt $(93 \notin A)$. Damit kann die Vermutung, dass nicht 86,6 % der Schüler beim Discounter einkaufen, angenommen werden.	8
2e	stellt den Sachverhalt mithilfe eines Baumdiagramms graphisch dar.	D: Discounterkunde S: Supermarktkunde z: zufrieden u: unzufrieden 	4
2f	ermittelt die prozentualen Anteile.	• $P(S \cap u) = \frac{160-126}{400} = \frac{17}{200} = 8{,}5\ \%$ 8,5 % der Befragten sind Supermarktkunden und unzufrieden. • $P(D \cup z) = P(D) + P(z) - P(D \cap z)$ $= \frac{240}{400} + \frac{310}{400} - \frac{184}{400} = \frac{183}{200} = 91{,}5\ \%$ (Das Ergebnis lässt sich auch ohne den Additionssatz bestimmen.) 91,5 % der Befragten sind Discounterkunden oder mit ihrem Einkauf zufrieden.	3

	Anforderungen	Modelllösungen	
2g	erläutert und	Das abgebildete Säulendiagramm zeigt unter der Überschrift „Supermärkte holen auf" die Entwicklung der Anzahl kleiner Lebensmittelgeschäfte, Supermärkte und Discounter über einen Zeitraum von 5 Jahren. Dabei wurden auf der Abszissenachse die Jahre von 2008 bis 2012, auf der Ordinatenachse die Zahl der Märkte dargestellt. Erkennbar ist, dass die Zahl kleiner Lebensmittelgeschäfte im beschriebenen Zeitraum von 13 900 auf 10 064 drastisch abnimmt, während die Zahl der Supermärkte von 9 660 auf 10 505 kontinuierlich leicht ansteigt. Die Zahl der Discounter liegt mit 15 790 im Jahr 2008 deutlich höher und steigt bis 2011 weiter leicht an, um im Jahr 2012 erstmals leicht auf nunmehr 16 393 zu fallen.	4
	beurteilt die abgebildete Graphik.	Hier kann beispielsweise ein manipulativer Eingriff in der Diagrammerstellung erkannt werden: Die relative Veränderung der Discounter und der Supermärkte sind fast in allen Jahren nahezu identisch, nur im letzten nicht. Die Anordnung der relativen Änderungen aufsteigend oberhalb der Säulen bei den Supermärkten kaschiert den Abstand und gleichzeitig wird ein erheblich stärkerer Anstieg suggeriert als ihn die Säulen angeben.	
			33

Aufgabe 3: Die Stromtrasse auf dem Hang

	Anforderungen	Modelllösungen	
A3	Der Prüfling …	Grundsätzlich gilt für jede Teilleistung: Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	BE
3a	erläutert, warum dieser Modellierungsansatz geeignet ist.	• Funktionstyp: Eine lineare Funktion ist ein geeigneter Funktionstyp, weil der Graph an jeder Stelle die gleiche Steigung aufweist $\Rightarrow p(x) = m \cdot x + b$ • m: Aufgrund des Neigungswinkels kann die Steigung ermittelt werden. Es gilt: $\tan(\alpha) = \lvert m \rvert \Rightarrow \tan(26{,}6°) \approx 0{,}5$, da die Gerade fällt, gilt dann $m = -0{,}5$ • $b = 0$ ist als Modellierung möglich, wenn der Ursprung des Koordinatensystems in den Hangfuß gelegt wird.	3
3b	ermittelt den maximal zulässigen Abstand der beiden Masten.	$70 \cdot 3 = -0{,}5x \quad \Leftrightarrow \quad x = -420$ Der maximal zulässige horizontale Abstand beider Masten beträgt 420 m.	3
3c	stellt auf Grundlage der Modellierungsvorgaben ein geeignetes lineares Gleichungssystem auf.	$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ $g'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$ I: $g(0) = p(0) + 70 \quad \Rightarrow \quad c = 70$ II: $g(-400) = p(-400) + 70 \quad \Rightarrow \quad 160\,000 \cdot a - 400 \cdot b + c = 270$ III: $g'(0) = -0{,}3 \quad \Rightarrow \quad b = -0{,}3$	4
3d	prüft, ob die Maximalhöhe von 45 m richtig festgelegt wurde.	Abstand: $d(x) = g(x) - p(x)$: $d(x) = \frac{1}{2000}x^2 - \frac{3}{10}x + 70 - (-0{,}5x) = \frac{1}{2000}x^2 + \frac{1}{5}x + 70$ Den minimalen Abstand liefert die notwendige Bedingung: $d'(x_E)=0$ $0 = \frac{1}{1000}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{1000}x = -\frac{1}{5} \Leftrightarrow x_E = -200$ Nachweis des Minimums mithilfe der hinreichenden Bedingung: $d'(x_E) = 0$ und $d''(x_E) > 0$ $d''(x_E) = \frac{1}{1000} > 0 \Rightarrow$ x_E ist die Stelle eines lokalen Minimums. Berechnung des Funktionswertes: $d(-200) = 50$ Folglich dürften die Bäume bis zu 45 Meter hoch werden.	5
3e	ermittelt, wie hoch die Fichten jetzt sind und in welchem Alter sich die Höhe verdoppelt hat und bestimmt die momentane Höhenänderungsrate zum gegenwärtigen Zeitpunkt.	$H(t) = 45{,}5 - 35{,}2 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$ $H(0) = 45{,}5 - 35{,}2 \cdot e^{-0{,}012 \cdot 0} = 10{,}3$ Das heißt die Fichten sind aktuell 10,3 m hoch. $20{,}6 = 45{,}5 - 35{,}2 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$ $-24{,}9 = -35{,}2 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$ $\frac{249}{352} = e^{-0{,}012 \cdot t}$ $\ln\left(\frac{249}{352}\right) = -0{,}012 \cdot t \implies t \approx 28{,}85$ Das heißt, dass sich die Höhe der Fichten verdoppelt hat, wenn diese ca. 59 Jahre alt sind. $H'(t) = 0{,}4224 \cdot e^{-0{,}012 \cdot t}$ $H'(0) = 0{,}4224$ Die momentane Höhenänderungsrate zum gegenwärtigen Zeitpunkt beträgt 0,4224 Meter pro Jahr.	5

	Anforderungen	Modelllösungen	
3f	beurteilt, ob der Sicherheitsabstand von der Fichtenbewaldung langfristig eingehalten wird.	Die Funktionswerte H(t) streben langfristig gegen den Wert 45,5. ($\lim_{t\to\infty} H(t) = 45{,}5$), somit ist der Sicherheitsabstand nicht immer gewährleistet, wird aber nur geringfügig überschritten.	3
3g	entscheidet begründet, ob an der Stelle t = 40 ein Wendepunkt vorliegt.	Der Funktionsgraph setzt sich abschnittsweise aus zwei Kurven mit unterschiedlicher Krümmung zusammen. Im ersten Abschnitt liegt eine quadratische Funktionsgleichung mit durchgängiger Rechtskrümmung vor, im zweiten Abschnitt eine Exponentialfunktion mit durchgängiger Linkskrümmung. Im Wendepunkt ändert sich das Krümmungsverhalten, somit muss an der Stelle t = 40 ein Wendepunkt vorliegen.	3
3h	beurteilt die Aussage, indem er… den Stammdurchmesser nach 40 Jahren ermittelt, erläutert, wie man anhand der Graphik näherungsweise ermitteln kann, um wie viel cm der Stammdurchmesser nach dem 40. Lebensjahr des Baumes noch zunehmen wird und gibt hierfür eine Schätzung ab. gelang zu einem abschließenden Urteil.	h1) $\int_0^{40}\left(-\frac{1}{900}t^2+\frac{1}{15}t\right)dt = \left[-\frac{1}{2700}t^3+\frac{1}{30}t^2\right]_0^{40}$ $= \frac{800}{27} \approx 29{,}63$ [cm] Nach 40 Jahren haben die Fichten einen Stammdurchmesser von ca. 29,63 cm. h2) Das zusätzliche Wachstum des Stammdurchmessers lässt sich über die Summe aller momentanen Änderungen geometrisch als Fläche zwischen der Abszissenachse und dem Funktionsgraphen, beginnend mit einer Senkrechten bei t = 40, deuten. Diese kann näherungsweise durch Kästchenzählen (1 Kästchen entspricht 1 cm) oder Zerlegung in Trapeze und Dreiecke bestimmt werden. Auch im Vergleich der beiden Flächen (vor und nach t = 40) wird deutlich, dass die zweite Fläche mindestens genau so groß wie die erste Fläche sein muss. Schätzungen: 30 - 40 cm. h3) Die langfristige Wachstumsgrenze des Stammduchmessers beträgt ca. 65 cm, dies ist mehr als das Doppelte des Stammdurchmessers nach 40 Jahren. Daher kann es sich durchaus lohnen, mit dem Fällen noch zu warten, zumal die Fichte, wie vorher gesehen, auch noch an Höhe gewinnt und für das Volumen sowohl Höhe, als auch Stammdurchmesser entscheidend sind.	7
			33