Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1**:

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: a, b, c, … $\in \mathbb{R}$ und die Variablen: x, t, … $\in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abb. 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.

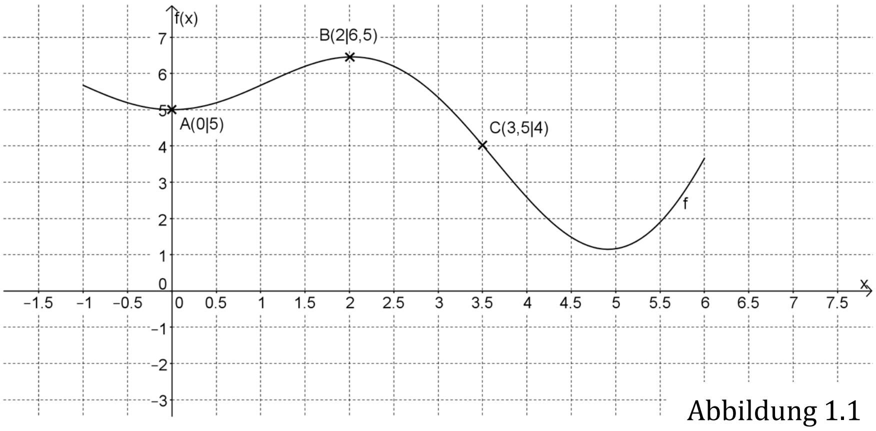


Abbildung 1.1

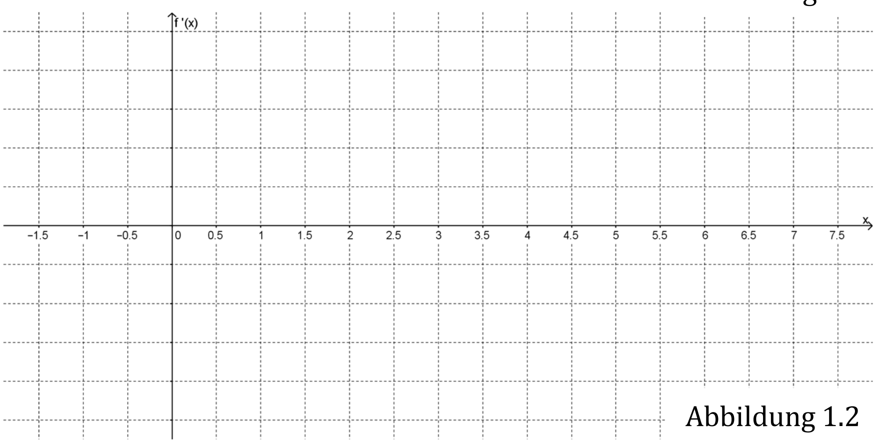


Abbildung 1.2

a1) Bestimmen Sie näherungsweise den Wert der Steigung des Graphen der Funktion f an der Stelle $x_1 = 3{,}5$.

a2) Skizzieren Sie den Verlauf der Ableitungsfunktion f' in das untere Koordinatensystem (Abb. 1.2).

a3) Ermitteln Sie den Wert der durchschnittlichen Steigung des Graphen der Funktion f im Intervall $I = [0; 3{,}5]$.

b) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung:

$$f(x) = 3e^x + 1.$$

b1) Geben Sie die Gleichung der ersten Ableitung der Funktion f an:

b2) Entscheiden Sie begründet, ausgehend von der Funktion f, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch	Begründung
Die Funktion f schneidet die Ordinatenachse im Punkt S(0|1).			
Verschiebt man den Graphen der Funktion f um eine Einheit nach rechts, so lautet die zugehörige Funktionsgleichung: $g(x) = 3e^{x+1} + 1$.			

c) Gegeben sind die Gleichungen der Funktionen f und g mit

$$f(x) = x^3 - x \quad \text{und} \quad g(x) = 3x.$$

Nachfolgend (Abb. 1.3) ist der Graph der Funktion f dargestellt.

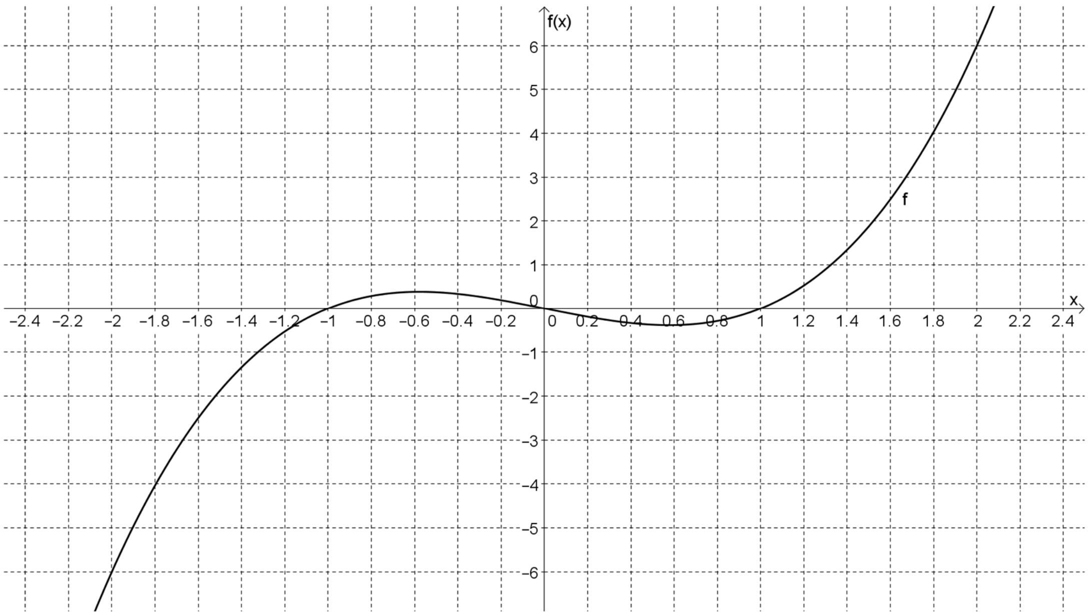


Abbildung 1.3

c1) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion g in das Koordinatensystem (Abb.1.3).

c2) Berechnen Sie im Intervall $I = [-2; 0]$ die Größe der von beiden Funktionsgraphen f und g eingeschlossenen Fläche.

d) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Entscheiden Sie, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Der Vektor $\vec{a}$ liegt nicht in der x-y-Ebene.		
Der Vektor $\vec{a}$ ist ein Einheitsvektor.		
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind orthogonal zueinander.		
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind linear voneinander abhängig.		
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ haben die gleiche Länge.		

e) Geben Sie zu der Gerade g mit der Gleichung

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

jeweils eine Gleichung für eine Gerade an, die

e1) … identisch mit der Gerade g ist, aber deren Geradengleichung nicht mit der angegebenen Geradengleichung übereinstimmt.

e2) ... senkrecht zur Gerade g verläuft.

e3) ... die Gerade g im Punkt $P(0|2|-3)$ schneidet.

f) Gegeben ist die Ebene E mit der Gleichung

$$E: 6x + 5y + 15z = 30.$$

Die eingezeichneten Punkte B und C sind Achsenschnittpunkte der Ebene E (vergleiche Abbildung 1.4).

f1) Geben Sie die Geradengleichung der Schnittgeraden der Ebene E mit der y-z-Ebene an und

zeichnen Sie diese Schnittgerade in das Koordinatensystem in Abbildung 1.4 ein.

f2) Zeichnen Sie den Achsenschnittpunkt der Ebene E mit der x-Achse in das nachfolgende Koordinatensystem (Abbildung 1.4) ein.

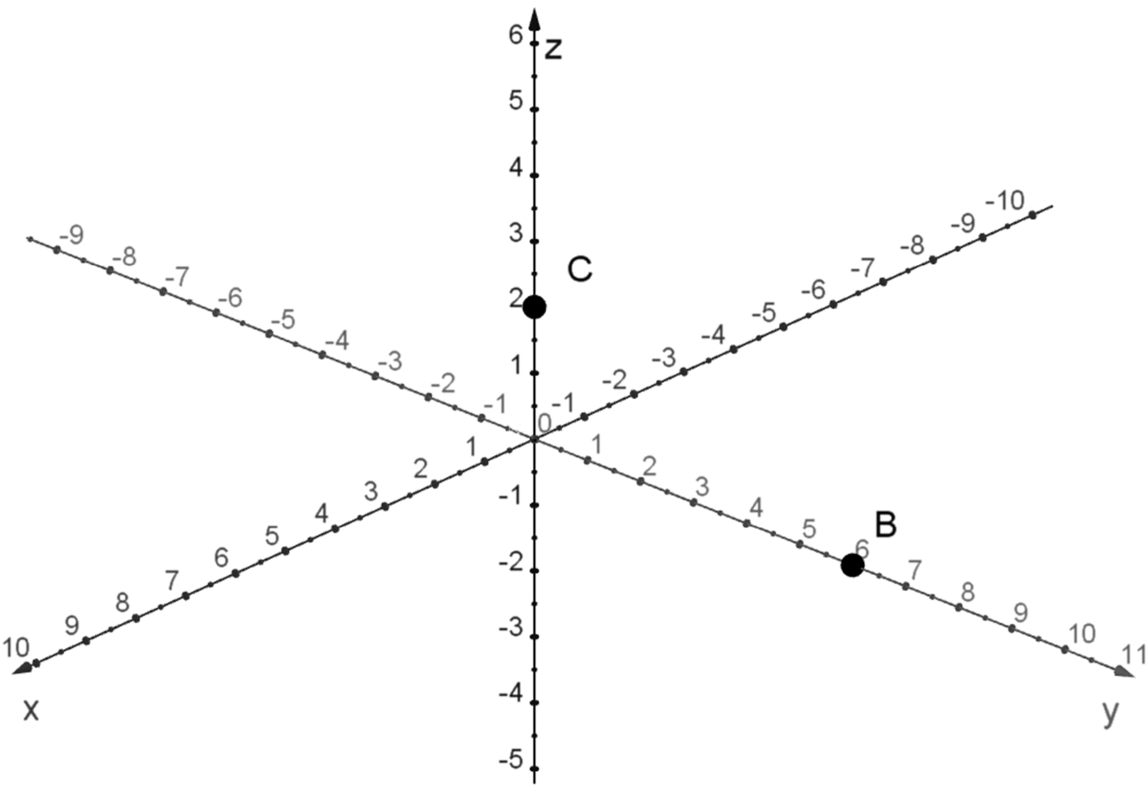


Abbildung 1.4

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Der Neubau**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	4	3	4	5	4	5	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter:
$a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Für eine berufliche Schule in Schleswig-Holstein soll ein zusätzliches Unterrichtsgebäude errichtet werden. Die Abbildung 2.1 zeigt das Gebäude als Winkelbau in perspektivischer Ansicht (alle Maße sind in Metern [m] angegeben).

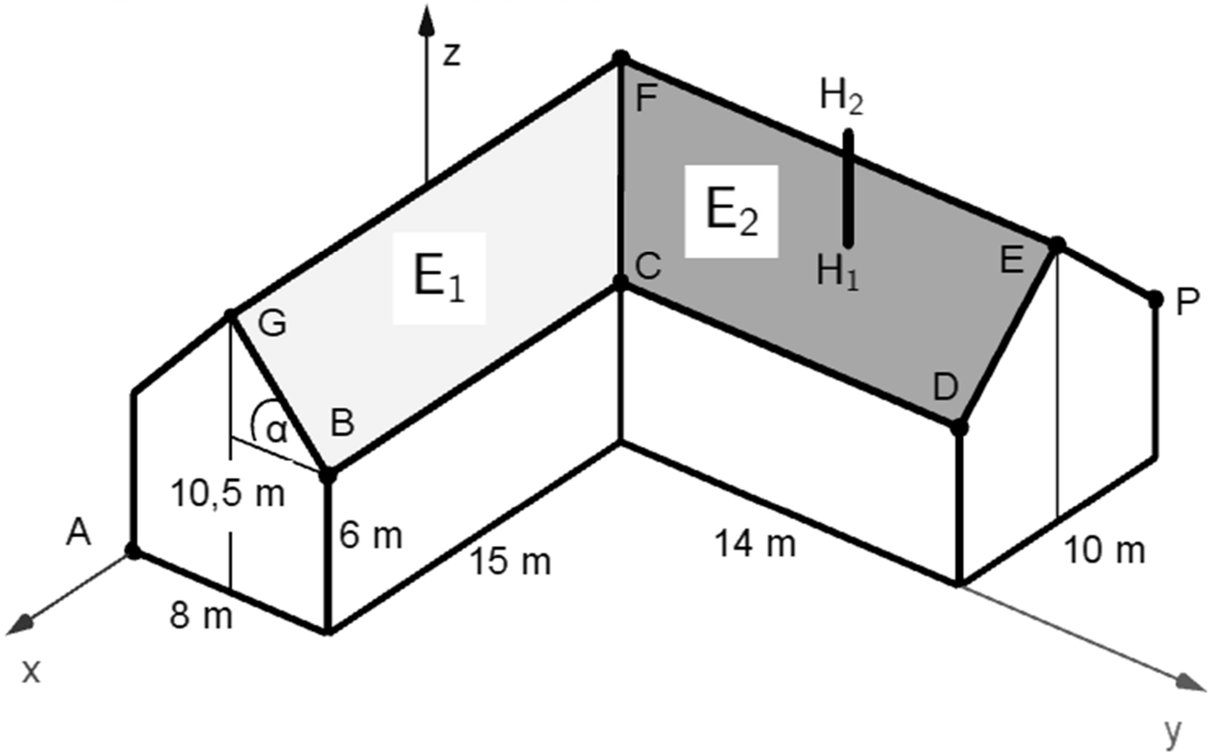


Abbildung 2.1 Darstellung des Gebäudes (nicht maßstäblich)

Für die Darstellung in Abbildung 2.1 sind die Punkte mit den folgenden Koordinaten gegeben:
$B(15|8|6)$, $C(0|8|6)$, $D(0|22|6)$, $E(-5|22|10{,}5)$, $F(-5|4|10{,}5)$, $G(15|4|10{,}5)$.

Es soll sich zunächst an der Darstellung des Gebäudes orientiert werden (die Giebelseiten sind jeweils symmetrisch gestaltet).

a) Geben Sie die Koordinaten der Punkte A und P an und

berechnen Sie den Dachneigungswinkel α.

Die Dachkehle $\overline{CF}$ soll mit einem Kupferblech ausgeführt werden. Die Kosten des Rohmaterials für die Kupferkehle belaufen sich auf 25,00 € pro laufendem Meter.

b) Berechnen Sie die Materialkosten für die gesamte Dachkehle.

c) Zeigen Sie, dass die Firstlinie $\overline{GF}$ und die Firstlinie $\overline{FE}$ im rechten Winkel zueinander liegen.

Für die Eindeckung des Daches werden Dachpfannen benötigt. Da es sich um einen Winkelbau handelt, wird bei der Beschaffung der Dachpfannen mit einem Verschnitt von ca. 10 % der gesamten Dachfläche gerechnet. Für das Bedachungsmaterial hat der Bauträger einen Betrag von 5 800,00 Euro vorgesehen. Die in Tabelle 2.1 angegebenen Dachpfannen mit den entsprechenden Preisen pro Quadratmeter stehen für den Bau zur Verfügung. Der gesamte Flächeninhalt von drei der vier Dachflächen ist mit einem Flächeninhalt von ca. 378 m^2 bekannt. Nur der Flächeninhalt der Dachfläche, die in der Ebene E_1 enthalten ist, ist noch nicht bestimmt worden.

Bezeichnung	Qualität	Preis in Euro pro Quadratmeter
Großflächenziegel, naturrot	einfach	5,60
Großflächenziegel, schwarz matt engobiert	mittelmäßig	8,95
Dachziegel Odenwälder Dachpfanne, weinrot glasiert	mittelmäßig/hochwertig	10,21
GALANT FINESSE, weinrot glasiert	sehr hochwertig	18,50

Tabelle 2.1 Auswahl der Dachpfannen

d) Berechnen Sie, welche Qualitätsstufe der Auftraggeber für die gesamte Bedachung maximal auswählen kann.

Auf dem Dach soll eine Antenne (in Abbildung 2.1 dargestellt durch die Strecke $\overline{H_1H_2}$) lotrecht montiert werden. Die Spitze H_2 der Antenne hat die Koordinaten $H_2(-3|15|13)$.

e) Zeigen Sie, dass die Antenne in dem Punkt $H_1(-3|15|8{,}7)$ am Dach befestigt werden muss.

Für die Formung des Kupferbleches in der Dachkehle $\overline{CF}$ werden die Gleichungen der Dachebenen E_1 und E_2 benötigt.

f) Zeigen Sie, dass die Ebene E_1 durch die Ebenengleichung $E_1\colon 9y + 8z = 120$ beschrieben werden kann und

geben Sie eine Ebenengleichung der Ebene E_1 in der Parameterform an.

Eine Projektgruppe der Schule plant, mithilfe der Giebelspitze G des neuen Gebäudes eine Sonnenuhr auf dem Schulhof zu konstruieren. Es sind folgende Werte für den Sonnenverlauf am Tag der Sonnenwende (21.06. eines jeden Jahres) bekannt:

Uhrzeit:	11:00 Uhr	12:00 Uhr	14:00 Uhr
Richtungsvektor der Sonnenstrahlen	$\vec{s}_{11:00} =$	$\vec{s}_{12:00} = \begin{pmatrix} 7{,}0 \\ 13{,}0 \\ 10{,}5 \end{pmatrix}$	$\vec{s}_{14:00} = \begin{pmatrix} 10{,}00 \\ -\ 3{,}05 \\ -16{,}74 \end{pmatrix}$
Schattenpunkt der Giebelspitze G auf dem Schulhof	$Q_{11:00}(23{,}88 \vert 17{,}08 \vert 0)$	$Q_{12:00}(\quad \vert \quad \vert 0)$	$Q_{14:00}(\quad \vert \quad \vert 0)$

Tabelle 2.2 Sonnenverlauf

Der Schulhof liegt in der x-y-Ebene und soll als vollständig eben betrachtet werden.

g) Vervollständigen Sie die fehlenden Angaben in der Tabelle und

zeichnen Sie die Schattenpunkte der Giebelspitze G in das nachfolgende Koordinatensystem (Abbildung 2.2) ein.

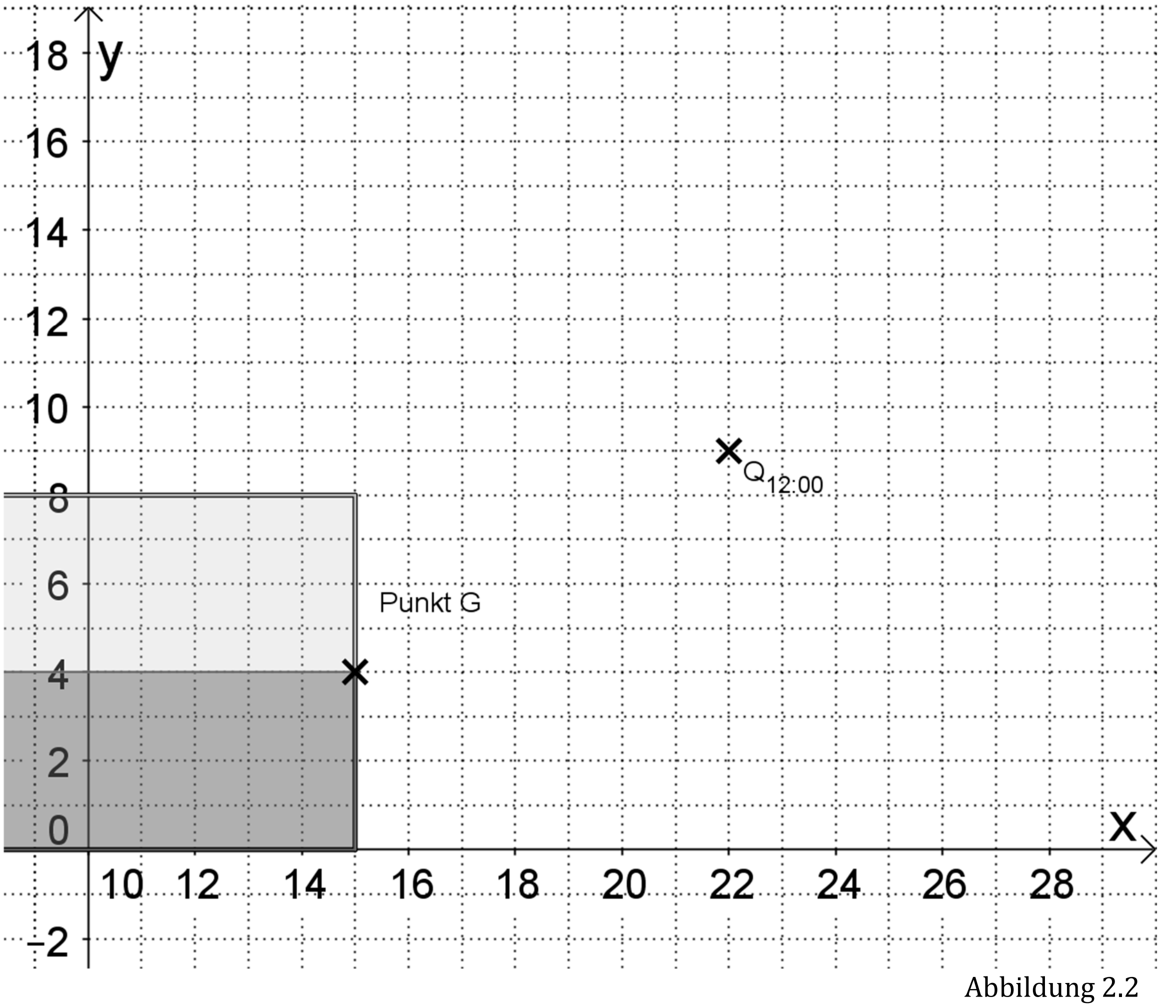


Abbildung 2.2

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1:**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter:
a, b, c, … $\in \mathbb{R}$ und die Variablen: x, t, … $\in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abb. 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.

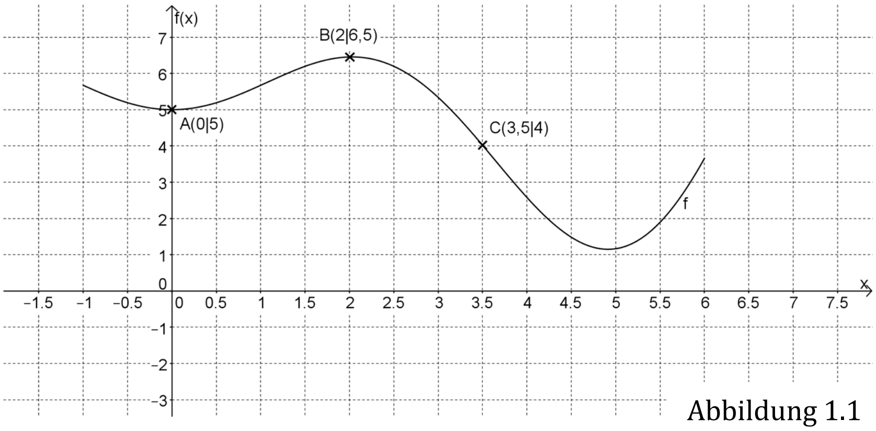


Abbildung 1.1

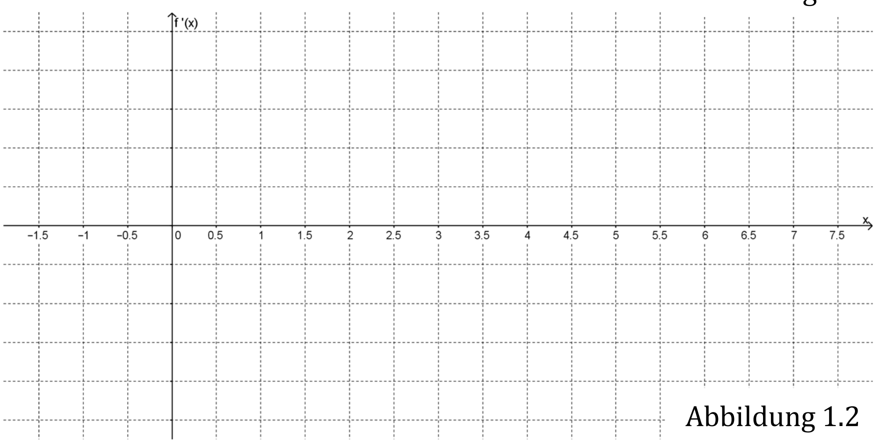


Abbildung 1.2

a1) Bestimmen Sie näherungsweise den Wert der Steigung des Graphen der Funktion f an der Stelle $x_1 = 3{,}5$.

a2) Skizzieren Sie den Verlauf der Ableitungsfunktion f' in das untere Koordinatensystem (Abb. 1.2).

a3) Ermitteln Sie den Wert der durchschnittlichen Steigung des Graphen der Funktion f im Intervall $I = [0; 3{,}5]$.

b) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung:

$$f(x) = 3e^x + 1.$$

b1) Geben Sie die Gleichung der ersten Ableitung der Funktion f an:

b2) Entscheiden Sie begründet, ausgehend von der Funktion f, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch	Begründung
Die Funktion f schneidet die Ordinatenachse im Punkt S(0|1).			
Verschiebt man den Graphen der Funktion f um eine Einheit nach rechts, so lautet die zugehörige Funktionsgleichung: $g(x) = 3e^{x+1} + 1$.			

c) Gegeben sind die Gleichungen der Funktionen f und g mit

$$f(x) = x^3 - x \text{ und } \; g(x) = 3x.$$

Nachfolgend (Abb. 1.3) ist der Graph der Funktion f dargestellt.

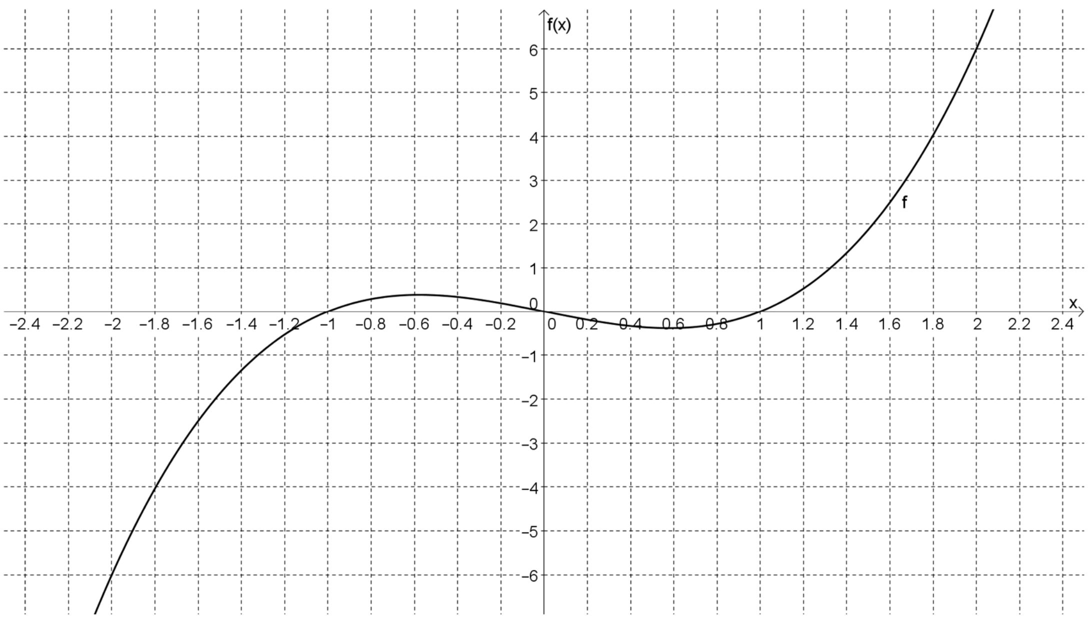


Abbildung 1.3

c1) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion g in das Koordinatensystem (Abb.1.3).

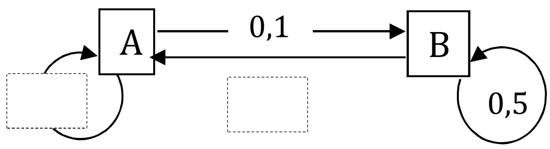
c2) Berechnen Sie im Intervall $I = [-2; 0]$ die Größe der von beiden Funktionsgraphen f und g eingeschlossenen Fläche.

d) Gegeben sind die Matrizen $F = F^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

d1) Zeigen Sie, dass die Beziehung $F \cdot G = G \cdot F$ gilt.

d2) Bestimmen Sie die Matrix X in der Matrizengleichung $X \cdot F - G = 2G$.

e) Gegeben ist der unvollständige Übergangsgraph mit der zugehörigen stochastischen Übergangsmatrix in Abbildung 1.4.



$$M = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{von } A & B \end{array} \\ \text{zu} \begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \end{array}$$

Abbildung 1.4

e1) Ergänzen Sie in der Abb. 1.4 die fehlenden Übergangswahrscheinlichkeiten im Übergangsgraphen und

geben Sie die Übergangsmatrix M an.

e2) Ermitteln Sie die Verteilung nach einem Übergang, wenn die Startverteilung $\overrightarrow{x_0} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix}$ beträgt.

f) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
Für die Matrizen B und C gilt der Zusammenhang: $B^T = -C$.		
Das Produkt aus der Matrix A und der Einheitsmatrix $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ergibt die inverse Matrix A^{-1}.		
Es gilt: $A \cdot C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -10 & -15 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.		
Das Produkt aus den Matrizen B und C ist eine 3 x 3 – Matrix.		
Die Subtraktion der Matrizen B und C^T ist definiert.		

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Landwirtschaftlich genutzte Flächen**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	3	4	3	5	3	5	7	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Eine Studie der Universität Flensburg aus dem Jahr 2013 befasst sich mit der Landschaftsentwicklung im Raum Flensburg. Mit Hilfe von Landschaftskarten aus den Jahren 1877, 1953, 1980, 2003, 2004 und 2013 werden Veränderungen der Landschaftsnutzung in einem repräsentativen Gebiet untersucht.
Betrachtet man in dem Jahr 2003 nur die landwirtschaftlich genutzten Flächen in diesem Gebiet, d. h. Ackerland (A), Grünland (G) und Wald (W), so nehmen diese insgesamt eine Fläche von 21,13 km² ein. Die nachfolgende Tabelle 2.1 gibt die Flächenmaße der landwirtschaftlich genutzten Flächen für das Jahr 2003 im untersuchten Gebiet an.

Flächenmaße der landwirtschaftlich genutzten Flächen in km² für das Jahr 2003		
Ackerland (A)	**Grünland (G)**	**Wald (W)**
2,75	10,56	7,82

Tabelle 2.1

a) Zeigen Sie, dass die Verteilung für die drei Flächenarten Ackerland, Grünland und Wald gemäß Tab. 2.1 hinreichend genau durch den Verteilungsvektor
$\vec{v}_{2003} = \begin{pmatrix} A \\ G \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}13 \\ 0{,}50 \\ 0{,}37 \end{pmatrix}$ beschrieben werden kann.

Ein zentraler Punkt der Studie ist es zu untersuchen, wie sich der Verteilungszustand der landwirtschaftlich genutzten Flächen im Zeitraum 1877 bis 2013 entwickelt hat. Die Ergebnisse der Untersuchungen haben gezeigt, dass die Übergangswahrscheinlichkeiten der landwirtschaftlich genutzten Flächen (Angaben immer zum Jahreswechsel) über den betrachteten Zeitraum konstant geblieben sind. Die Tabelle 2.2 beschreibt diese jährlichen Übergänge.

Übergangswahrscheinlichkeiten		von		
		Ackerland	**Grünland**	**Wald**
zu	**Ackerland**	0,910	0,01	0,01
	Grünland	0,075	0,97	0,01
	Wald	0,015	0,02	0,98

Tabelle 2.2

b) Erstellen Sie die Übergangsmatrix M, die die jährlichen Übergangswahrscheinlichkeiten darstellt.

Erläutern Sie, dass die Übergangsmatrix eine stochastische Matrix ist.

Interpretieren Sie die Bedeutung der Spalteneintragungen am Beispiel einer Spalte.

c) Ermitteln Sie mithilfe des Verteilungsvektors $\vec{v}_{2003} = (0{,}13 \quad 0{,}50 \quad 0{,}37)^T$, wie die landwirtschaftlich genutzten Flächen (A, G, W) im Jahr der Studie (2013) verteilt wären, wenn die jährliche Übergangsverteilung konstant geblieben wäre und mit Hilfe der Tabelle 2.2 beschrieben werden könnte.

Tatsächlich ist die Entwicklung der landwirtschaftlich genutzten Flächen seit dem Jahr 2003 signifikant gestört worden. Zu diesem Zeitpunkt hielten verstärkt die Biogasanlagen Einzug. Der Ausbau dieser Anlagen hat dazu geführt, dass große Teile des Ackerlandes nur noch für den Maisanbau genutzt werden und folglich immer mehr Grünland dem Ackerland weichen musste. Auf einem großen Teil des Ackerlandes wird nur noch ausschließlich Mais angebaut. Diese Monokultur und das Problem der Bodenerosion im Winter (da auf Maisanbauflächen im Winter keine Bodenbepflanzung erfolgt) führen in der Politik zum Umdenken. Die Landesregierung möchte die Subventionen für Biogasanlagen stufenweise reduzieren. Auf der Basis ihrer langfristig gesetzten stabilen Zielverteilung:

$$\text{Ackerland} = 14\ \%,\ \text{Grünland} = 49\ \% \text{ und Wald} = 37\ \%$$

möchte die Landesregierung, dass die Wissenschaftler der Universität Flensburg verschiedene Entwicklungsszenarien für das Erreichen dieses Ziels durchrechnen. Der Zwischenstand einer Studie besagt, dass mit einer jährlichen Übergangsverteilung, die mit Hilfe der nachfolgenden Matrizengleichung beschrieben wird, das langfristige Ziel der Landesregierung erreicht werden kann.

$$Q \cdot \begin{pmatrix} 0{,}14 \\ 0{,}49 \\ 0{,}37 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & 0{,}01 & 0{,}01 \\ m_{21} & m_{22} & 0{,}02 \\ 0{,}01 & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}14 \\ 0{,}49 \\ 0{,}37 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}14 \\ 0{,}49 \\ 0{,}37 \end{pmatrix}$$

d) Berechnen Sie die fehlenden fünf Matrixelemente (zwei Dezimalstellen) in der Übergangsmatrix Q.

Ein Politiker behauptet jedoch, dass mit Hilfe der Übergangsmatrix Q gezeigt werden kann, dass das Ziel der Landesregierung in absehbarer Zeit auf keinen Fall erreicht werden wird.

e) Erläutern Sie, wie mit Hilfe der Matrix Q die Aussage des Politikers geprüft werden kann.

Ein Landwirt wünscht eine Düngemittelspezialmischung, um den angebauten Mais für eine Biogasanlage optimal mit Dünger zu versorgen. Ein Düngemittelhersteller kann aus verschiedenen Düngern, die zur Verfügung stehen, solche speziellen Düngemittelmischungen herstellen. Dabei sollen für eine ertragsoptimale Düngemittelmischung für einen Hektar zu düngende Fläche genau 180 kg Nitrat, 100 kg Phosphat und 90 kg Kalium enthalten sein, um mit einem maximalen Ertrag rechnen zu können. Der Hersteller beschließt die Spezialmischung durch die Mischung drei bereits vorhandener Dünger (D1, D2 und D3) herzustellen, deren Nährstoffe (Nitrat, Phosphat und Kalium in Kilogramm pro Tonne Dünger) in der folgenden Tabelle 2.3 angegeben sind.

Nährstoffe	Nährstoffe in kg pro Tonne Dünger		
	D1	D2	D3
Nitrat (N)	150	180	120
Phosphat (P)	100	120	40
Kalium (K)	25	100	70

Tabelle 2.3

f) Ermitteln Sie, wie man aus den zur Verfügung stehenden Düngern (D1, D2, D3) eine Düngemittelmischung herstellen kann, so dass die zu düngende Fläche ertragsoptimal versorgt wird.

Geben Sie an, wie viel kg Düngemittelmischung pro Hektar zu düngende Fläche benötigt würden.

Der Düngemittelhersteller weiß aus Erfahrung, dass drei Spezialmischungen (DM1, DM2 und DM3) häufiger nachgefragt werden. Er stellt in einer ersten Stufe aus vier verschiedenen Nährstoffen (Nitrat, Phosphat, Kalium und Schwefel in Gramm pro Kilogramm Dünger) Dünger her, die dann in einer zweiten Stufe zu den Spezialmischungen gemischt werden können.

Nährstoffe	Nährstoffe in g je kg Dünger:		
	D4	D5	D6
Nitrat (N)	150	200	50
Phosphat (P)	50	0	75
Kalium (K)	0	100	25
Schwefel (S)	100	150	0

Tabelle 2.4

Dünger	Dünger in kg je kg Düngemittelmischung		
	DM1	DM2	DM 3
D4	0,30	0,10	0,10
D5	0,10	0,40	0,20
D6	0,35	0,10	0,60

Tabelle 2.5

g) Vervollständigen Sie anhand der Daten in den Tabellen 2.4 und 2.5 das Materialverflechtungsdiagramm in Abbildung 2.1.

Bestimmen Sie, wie groß der Vorrat an Nährstoffen beim Düngemittelhersteller sein sollte, damit von den Düngemittelmischungen DM1, DM2 und DM3 jeweils 1 000 kg hergestellt werden können.

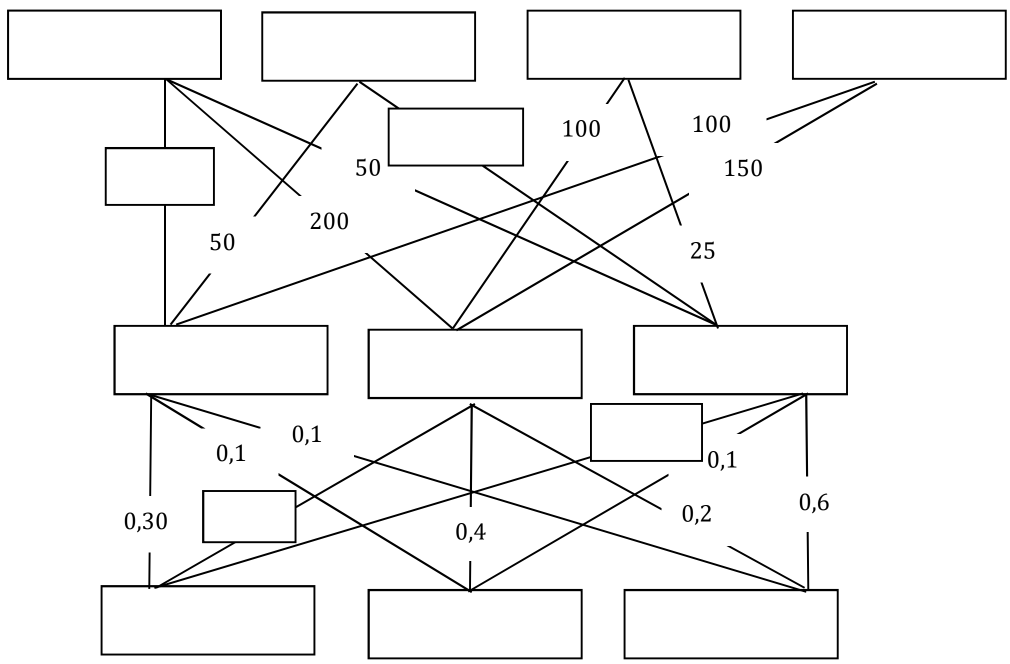


Abbildung 2.1

Name des Prüflings:	
Zeitpunkt der Abgabe:	

Punkteverteilung **Aufgabe 1**:

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	5	5	5	5	5	5	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

a) Im nachfolgenden Koordinatensystem (Abb. 1.1) ist der Graph einer Funktion f dargestellt.

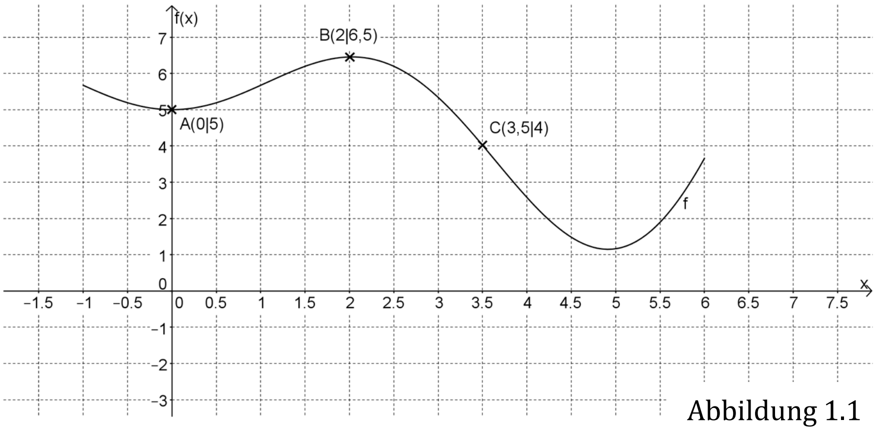


Abbildung 1.1

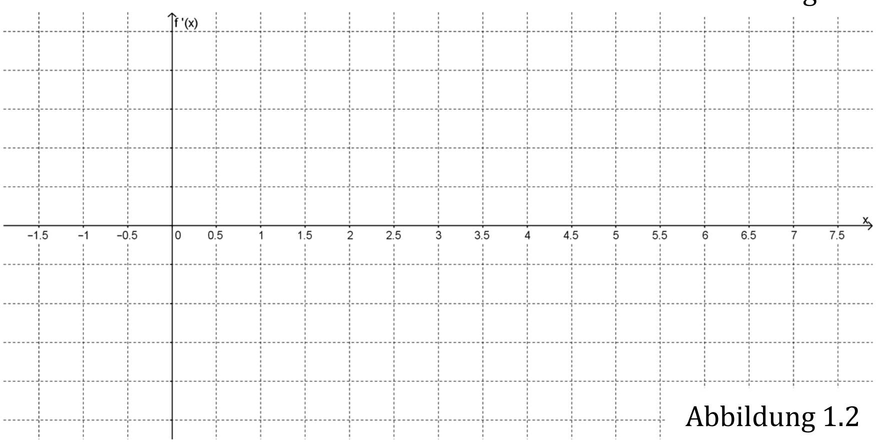


Abbildung 1.2

a1) Bestimmen Sie näherungsweise den Wert der Steigung des Graphen der Funktion f an der Stelle $x_1 = 3{,}5$.

a2) Skizzieren Sie den Verlauf der Ableitungsfunktion f' in das untere Koordinatensystem (Abb. 1.2).

a3) Ermitteln Sie den Wert der durchschnittlichen Steigung des Graphen der Funktion f im Intervall $I = [0; 3{,}5]$.

b) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung:

$$f(x) = 3e^x + 1.$$

b1) Geben Sie die Gleichung der ersten Ableitung der Funktion f an.

b2) Entscheiden Sie begründet, ausgehend von der Funktion f, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch	Begründung
Die Funktion f schneidet die Ordinatenachse im Punkt S(0|1).			
Verschiebt man den Graphen der Funktion f um eine Einheit nach rechts, so lautet die zugehörige Funktionsgleichung: $g(x) = 3e^{x+1} + 1$.			

c) Gegeben sind die Gleichungen der Funktionen f und g mit

$$f(x) = x^3 - x \quad \text{und} \quad g(x) = 3x.$$

Nachfolgend (Abb. 1.3) ist der Graph der Funktion f dargestellt.

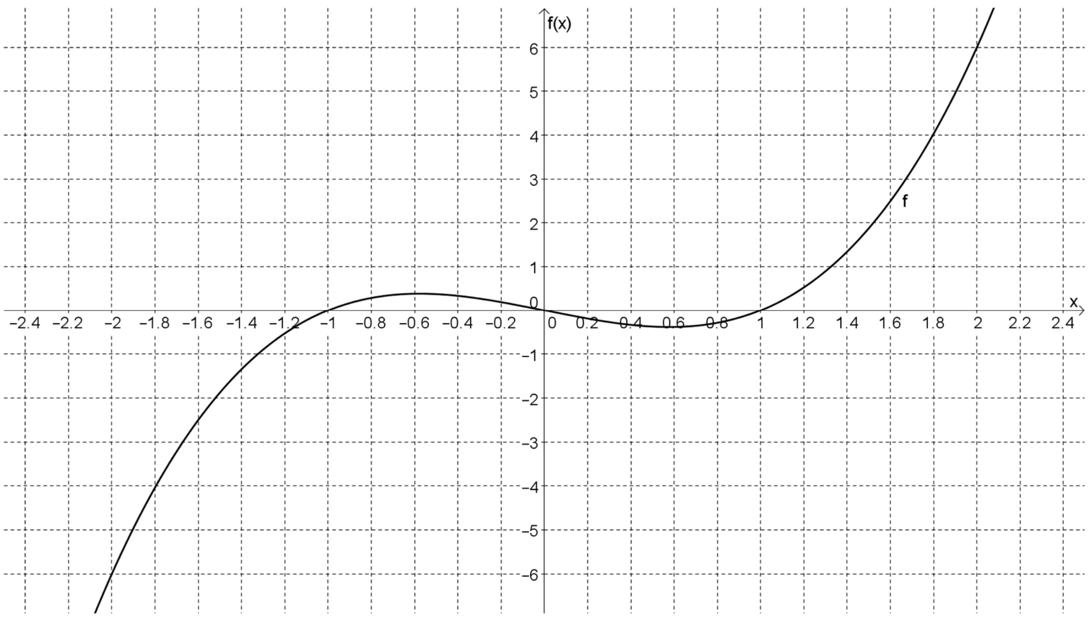


Abbildung 1.3

c1) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion g in das Koordinatensystem (Abb.1.3).

c2) Berechnen Sie im Intervall $I = [-2; 0]$ die Größe der von beiden Funktionsgraphen f und g eingeschlossenen Fläche.

d) Nachfolgend ist in Tabelle 1.1 ein unvollständiges Vierfelderdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten gegeben:

P	**A**	$\bar{\mathbf{A}}$	Summen
B	0,04		
$\bar{\mathbf{B}}$		0,6	0,76
Summen		0,8	1

Tabelle 1.1

d1) Ergänzen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Vierfelderdiagramm (Tabelle 1.1).

d2) Geben Sie an: $P(\bar{B}|\bar{A}) = P_{\bar{A}}(\bar{B}) =$

d3) Entscheiden Sie begründet, ob die Ereignisse A und B stochastisch voneinander abhängig sind oder nicht.

e) Gegeben ist der folgende unvollständige Wahrscheinlichkeitsbaum:

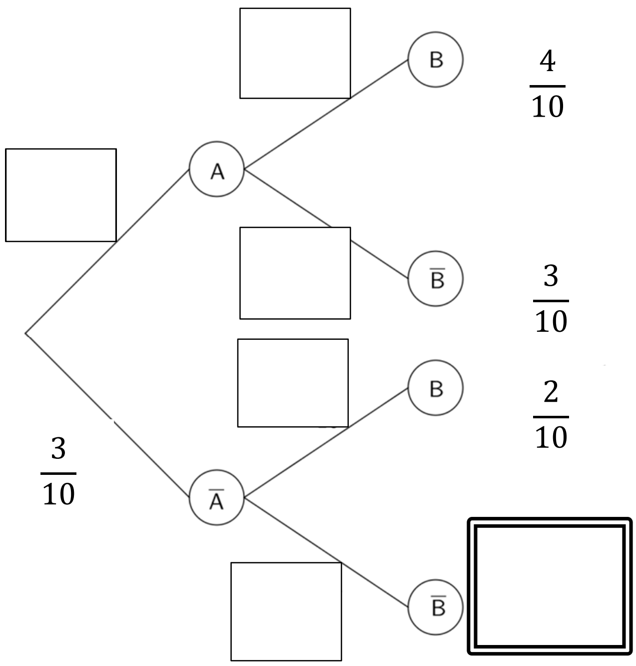


Abbildung 1.4

e1) Erläutern Sie, warum der Wert $\frac{1}{10}$ in das doppelt gerahmte Kästchen eingetragen werden muss.

e2) Ergänzen Sie in allen verbleibenden Kästchen in Abb. 1.4 die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

f) Für das Merkmal x ist die folgende Urliste gegeben:

2, 2, 1, 5, 8, 1, 6, 4, 2, 6, 3, 4, 2, 8, 5, 5

f1) Geben Sie den Modus des Merkmals x an: $x_{Modus} =$ $\boxed{}$

f2) Entscheiden Sie begründet, welches der folgenden zwei Boxplotdiagramme in Abbildung. 1.5 die Häufigkeitsverteilung des Merkmals x korrekt beschreibt.

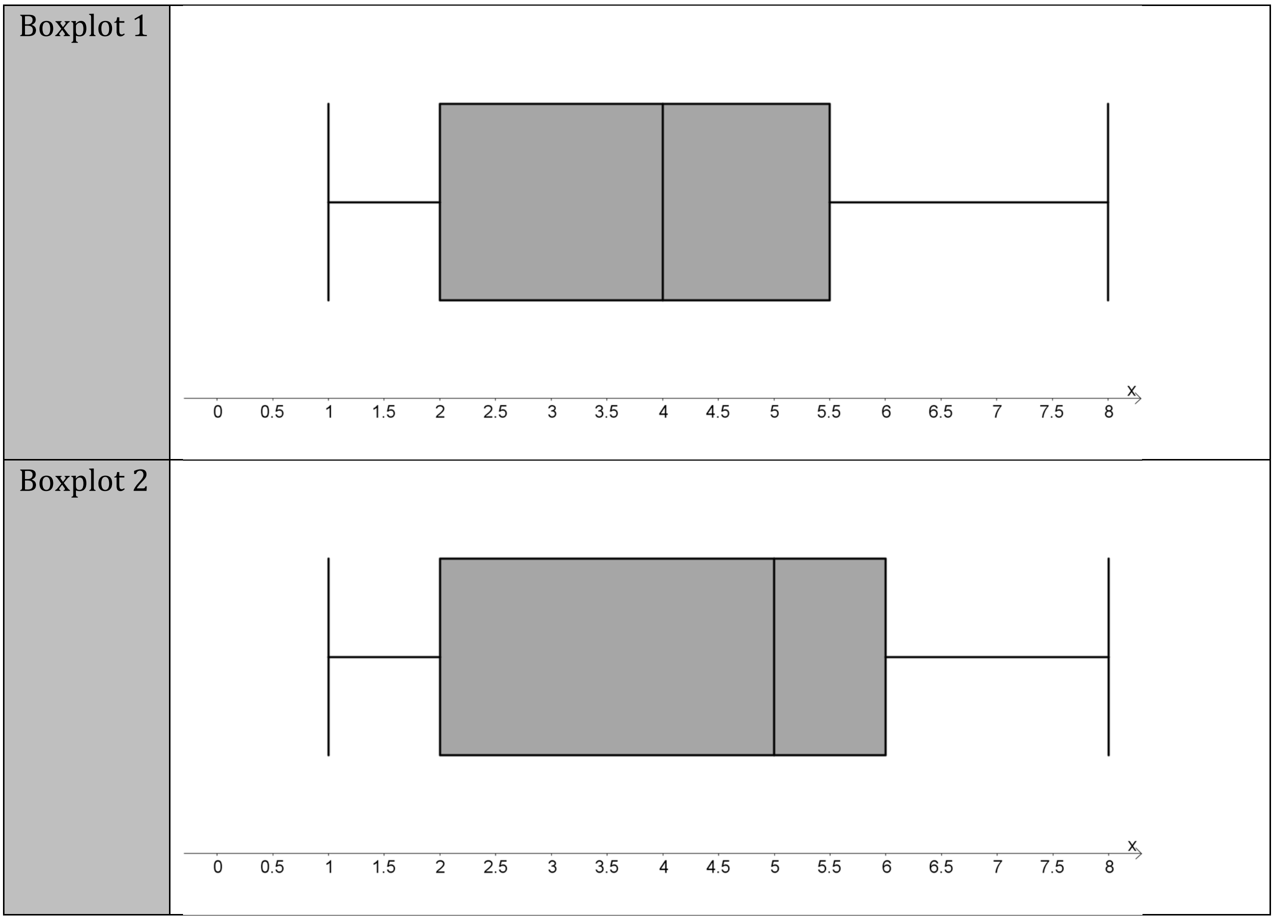


Abbildung 1.5

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 2: Windenergie**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	gesamt
Erreichbar	6	5	6	3	6	4	30
Erstkorrektur							
Zweitkorrektur							

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

In der Anlage am Ende dieser Aufgabe ist in Abbildung 2.1 ein Ausschnitt der Infografik „Windenergie Factsheet Deutschland" abgebildet, die auf der Internetseite 1-stromvergleich.com veröffentlicht wurde[1].

Anlässlich eines Schulprojektes zum Thema Windenergie möchte eine Schülergruppe zum Einstieg ein paar Fakten für das Jahr 2015 liefern, die dieser Grafik direkt oder indirekt entnommen werden können.
Angegeben werden sollen:

- das Bundesland mit der höchsten installierten Leistung
- die mittlere installierte Leistung in Megawatt je Windanlage
- der Anteil der in 2015 neu installierten Leistung an der insgesamt installierten Leistung von Windkraftanlagen

a) Geben Sie die gewünschten Fakten aus der Abbildung 2.1 an.

Ein Schüler behauptet, die mittlere Stromproduktion pro Monat durch Windenergie im Jahr 2015 betrage ca. 7,1 Mrd. kWh und sei damit deutlich höher als der Median der Stromproduktion pro Monat im Jahr 2015.

b) Prüfen Sie, ob der Mittelwert richtig berechnet wurde und ob die getroffene Aussage insgesamt richtig ist.

Die Stromproduktion durch Windenergie ist jährlich gestiegen, von 48,3 Mrd. kWh im Jahr 2011 auf 86 Mrd. kWh im Jahr 2015, wie es dem Säulendiagramm unten rechts in der Abb. 2.1 in der Anlage zu entnehmen ist. In der Projektgruppe wird diskutiert, die Stromproduktion für 2016 auf der Grundlage dieser Daten mittels einer durch Regression ermittelten Funktion zu prognostizieren.

c) Geben Sie eine geeignete Regressionsfunktion an und

prognostizieren Sie auf deren Grundlage die Stromproduktion durch Windenergie für das Jahr 2016.

Beurteilen Sie, inwieweit Sie dieses Vorgehen für geeignet halten, um eine Prognose abzugeben.

---

[1] "https://1-stromvergleich.com/windenergie/#windenergie-2015">Infografik "Windenergie in Deutschland 2015" von 1-stromvergleich, Zugriff am 23.03.2017 um 13:15 Uhr

Laut Abb. 2.1 lag die Akzeptanz von Windparks in der direkten Nachbarschaft 2015 bei 59 % der deutschen Bevölkerung. Die Schülergruppe will 35 zufällig ausgewählte Passanten in der heimischen Fußgängerzone nach ihrer Akzeptanz von Windparks in der direkten Nachbarschaft befragen.

d) Erläutern Sie, unter welchen Bedingungen die Anzahl der befragten Personen, die einen Windpark in ihrer direkten Nachbarschaft akzeptieren, als binomialverteilte Zufallsvariable betrachtet werden kann.

e) Berechnen Sie bei einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 59 %, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass von den 35 Befragten
- 20 der Befragten,
- mehr als 25 der Befragten,
- höchstens 15 der Befragten

einen Windpark in der direkten Nachbarschaft akzeptieren.

Zur Überraschung der Schüler haben nur 14 der befragten Personen bekundet, dass Sie einen Windpark in der direkten Nachbarschaft akzeptieren würden.
Einige Gruppenmitglieder sind der Meinung, dass man aufgrund des Ergebnisses der durchgeführten Befragung im Vortrag sagen sollte, dass in der eigenen Region nur 40 % der Bewohner einen Windpark in der direkten Nachbarschaft akzeptieren würden.
Ein Gruppenmitglied widerspricht der Aussage und gibt als Begründung die Berechnung $\binom{35}{14} \cdot 0{,}40^{14} \cdot 0{,}60^{21} \approx 0{,}137$ an.

f) Erklären Sie die Berechnung des Gruppenmitgliedes im Sachzusammenhang und nehmen Sie begründet zu beiden Meinungen Stellung.

Anlage zu Aufgabe 2 Stochastik

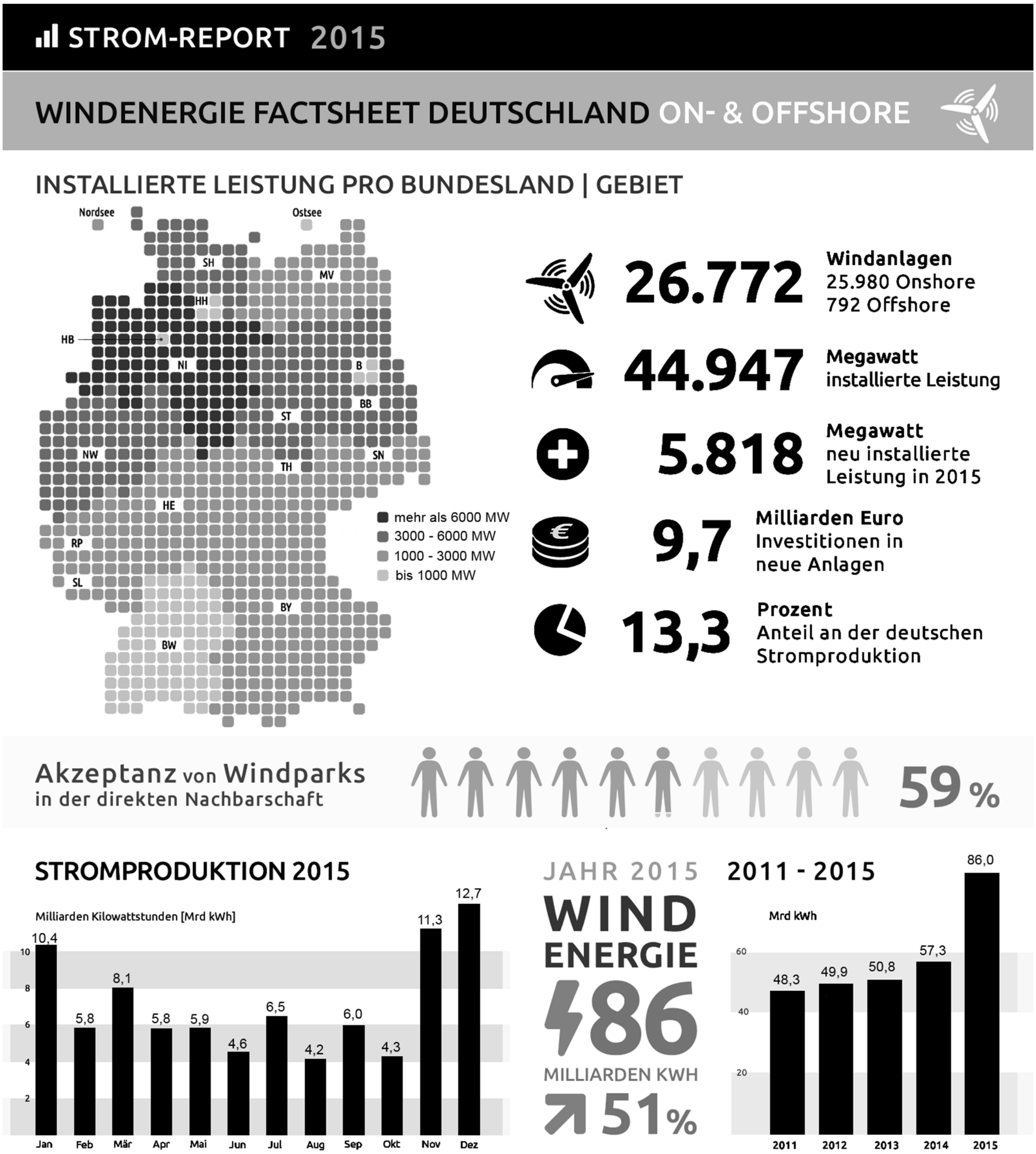


Abbildung 2.1

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Freizeitpark**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	5	5	3	3	4	5	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter:
$a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

In der Gemeinde Nordhafen wird ein Freizeitpark geplant, dessen Hauptattraktion eine Wasserbahn werden soll. Der Investor betreibt bereits in einer anderen Gemeinde erfolgreich einen vergleichbaren Freizeitpark.
Ein Mitglied der Planungsgruppe weist darauf hin, dass die Besucherzahl im bereits bestehenden Park stark von der Tageshöchsttemperatur abhängt und dies bei der Planung des neuen Parks relevant ist. In der Tabelle 3.1 sind Tageshöchsttemperaturen und Besucherzahlen einer repräsentativen Woche dargestellt. In dieser Woche besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Besucherzahl und Tageshöchsttemperatur.

Tag	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Tageshöchsttemperatur in °C	geschlossen	24	30		18
Besucherzahl in 100 Personen		63		59	55

Tabelle 3.1

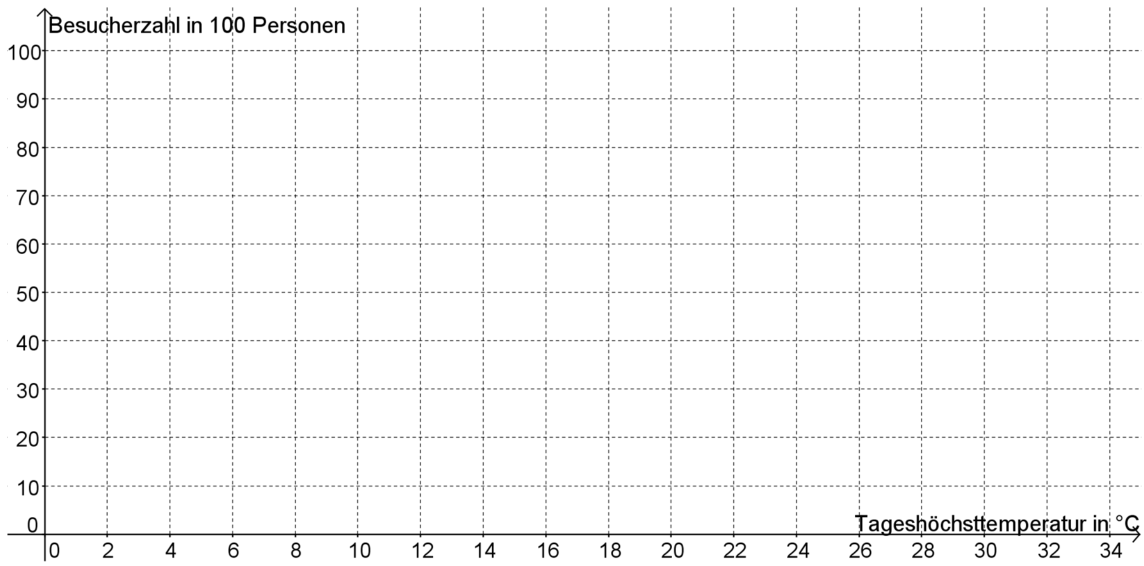


Abbildung 3.1

a) Ermitteln Sie die Gleichung der linearen Funktion f, die den Zusammenhang zwischen Tageshöchsttemperatur und der Besucherzahl beschreibt,

zeichnen Sie den Graphen der Funktion f in das Koordinatensystem ein (Abb. 3.1) und

ergänzen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle 3.1.

Zwecks zukünftiger Personalbedarfsplanung im geplanten Park wurde innerhalb einer Testphase der eingehende Besucherstrom an einem durchschnittlichen Tag im alten Park untersucht. Hierbei wurden nur vollzahlende Besucher während der Einlasszeiten von 08:00 Uhr bis 16:00 Uhr erfasst (der Park schloss um 20:00 Uhr). Der Eintrittspreis pro vollzahlendem Besucher betrug 26,00 €.
Die Gleichung der Funktion h mit

$$h(t) = -\frac{1}{4} \cdot e^t \cdot (t^2 - 8t) \text{ mit } 0 \leq t \leq 8$$

beschreibt den eingehenden Besucherstrom in Besuchern pro Stunde in Abhängigkeit von der Zeit in Stunden ($t = 0$ entspricht 08:00 Uhr).

b) Berechnen Sie die Uhrzeit, zu der der eingehende Besucherstrom im Laufe eines Tages sein Maximum annimmt.

c) Berechnen Sie die Höhe der Einnahmen durch vollzahlende Besucher an einem durchschnittlichen Tag.

An einem Tag wurden ab 10:00 Uhr bis zu einer bestimmten Uhrzeit insgesamt 242 neu eintreffende Besucher registriert.

d) Ermitteln Sie die unbekannte Uhrzeit.

Die Hauptattraktion des Parks soll eine Wasserbahn werden, in der Mehrpersonenboote aus Holz eine 500 m lange Bahn entlangfahren.
Der innere Querschnitt der Bahn lässt sich durch die Gleichung der Funktion f mit

$$f(x) = 0{,}75 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{4}(x - 0{,}4)\right) - 0{,}75 \text{ mit } -0{,}8 \leq x \leq 0{,}8$$

beschreiben (1 Längeneinheit ≙ 1 m).

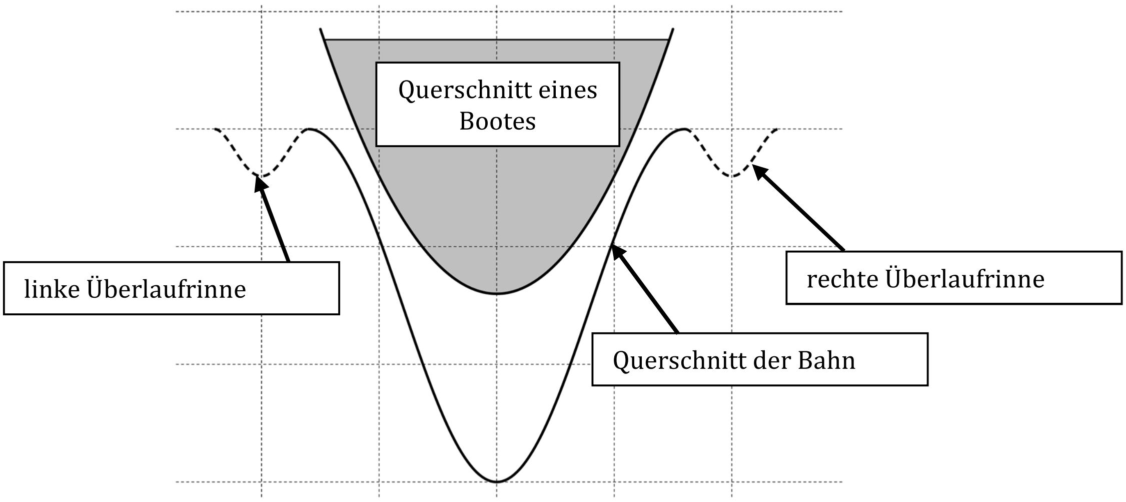


Abbildung 3.2 (maßstäbliche Zeichnung)

e) Ergänzen Sie die Zeichnung (Abb. 3.2) um ein zum Graphen der Funktion f passendes, skaliertes Koordinatensystem und

beschreiben Sie, wie die maximale Breite des Querschnittes der Bahn auch ohne Zeichnung nur mit Hilfe der Gleichung der Funktion f ermittelt werden kann.

Im Laufe der Planungsphase ergibt sich, dass sich entlang der Seiten der Bahn Überlaufrinnen befinden sollen. Die Gleichung der abschnittweise definierten Funktion i mit

$$i(x) = \begin{cases} i_1(x) & \text{für } -1{,}2 \leq x < -0{,}8 \\ 0{,}75 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{4}(x-0{,}4)\right) - 0{,}75 & \text{für } -0{,}8 \leq x \leq 0{,}8 \\ -125x^4 + 500x^3 - 740x^2 + 480x - 115{,}2 & \text{für } \quad 0{,}8 < x \leq 1{,}2 \end{cases}$$

beschreibt den Querschnitt der Bahn inklusive linker und rechter Überlaufrinne
(1 Längeneinheit ≙ 1 m).

f) Prüfen Sie, ob der Übergang an der Stelle $x = 0{,}8$ sprung- und knickfrei ist.

g) Ermitteln Sie den Term des ersten Funktionsabschnittes i_1, so dass die Ordinatenachse Symmetrieachse des Graphen der Funktion i ist.

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Spülschwamm**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	4	4	3	7	5	2	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Bakterien der Art Staphylococcus aureus sind verantwortlich für eine Vielzahl von Infektionserkrankungen, anfällig hierfür sind insbesondere Menschen mit schwachem Immunsystem. Da eine Infektion auch über Gegenstände wie z. B. Handtücher oder Küchengeräte erfolgen kann, hat ein Institut die Entwicklung von Bakterien dieser Art auf einem Spülschwamm (feucht im Spülbecken) untersucht. Für die Entwicklung der Keimanzahl in einem Zeitraum von 3 Stunden wurden folgende Daten ermittelt:

Zeit t in Stunden	0	1	2	3
Anzahl der Keime in Millionen pro cm^2	0,024	0,043	0,078	0,14

Tabelle 3.1

a) Erläutern Sie anhand der Daten, dass es sich um einen exponentiellen Wachstumsprozess handeln könnte.

Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion f der Form $f(t) = a \cdot b^t$, die diesen Zusammenhang näherungsweise beschreibt. (Geben Sie Ihr Ergebnis auf drei Dezimalstellen genau an.)

Weitere Untersuchungen lassen erkennen, dass der Bestand der Keime in Millionen pro cm^2 in Abhängigkeit von der Zeit t für die ersten 14 Stunden nach Untersuchungsbeginn recht genau durch die Funktion w mit der Gleichung

$$w(t) = 0{,}024 \cdot e^{0{,}6 \cdot t}$$

beschrieben werden kann. (siehe Abb. 3.1)

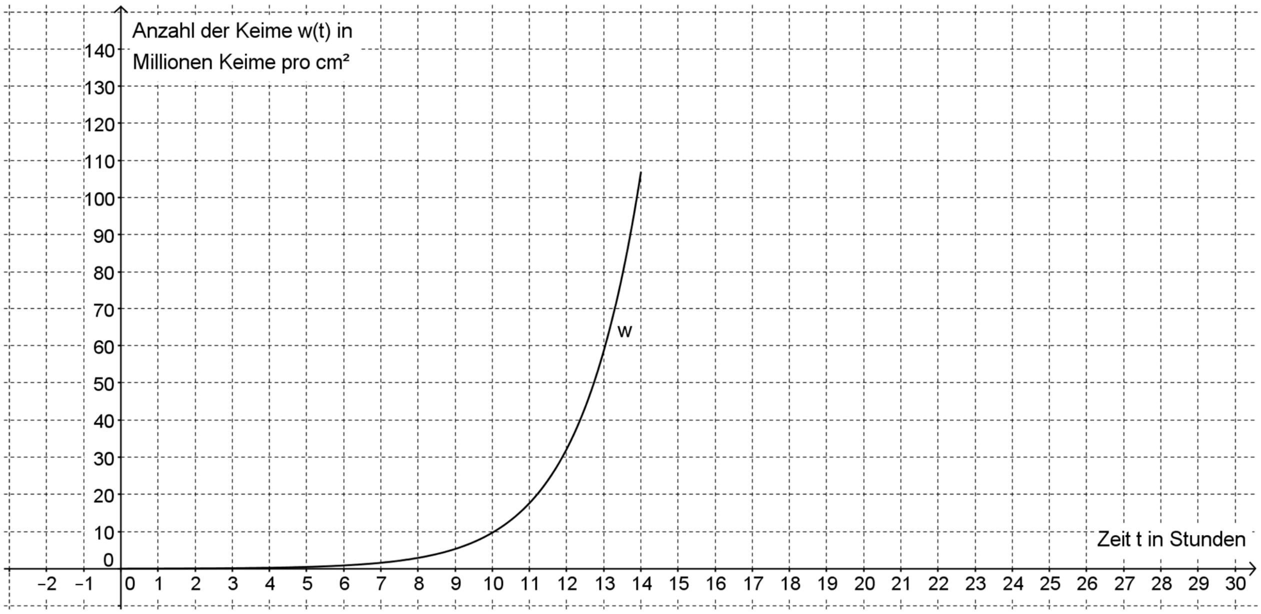


Abbildung 3.1

b) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen w im Sachzusammenhang anhand von zwei Aspekten.

Berechnen Sie die durchschnittliche Änderungsrate der Keimanzahl innerhalb der ersten 14 Stunden.

Ab einer Anzahl von 50 Millionen Keimen pro cm^2 stuft einer der Mitarbeiter die Spülschwämme als gesundheitsbedenklich ein.

c) Ermitteln Sie, nach welcher Zeit diese Anzahl laut Modell erreicht wird.

Ein weiteres Forschungsinstitut wird beauftragt, nach Lösungen zu suchen, um Beeinträchtigungen der Gesundheit durch keimverseuchte Spülschwämme vorzubeugen.
Ein junger Mitarbeiter schlägt vor, Spülschwämme regelmäßig mit einem keimtötenden Mittel zu besprühen, um so die Anzahl der Keime möglichst schnell senken zu können und diesen Wert unterhalb der Gesundheitsbedrohung zu halten. Aus Labordaten entwickelt er als Modell die Gleichung der Funktion m, die die Anzahl der Keime (in Mio. Stück pro cm^2) näherungsweise beschreibt, wenn nach 12 Stunden das keimtötende Mittel eingesetzt wird. Es gilt:

$$m(t) = \begin{cases} 0{,}024 \cdot e^{0{,}6 \cdot t} & \text{für} \quad 0 \le t \le 12 \\ 1{,}777t^3 - 78t^2 + 1\,124{,}5t - 5\,300{,}51 & \text{für} \quad 12 < t \le 17 \end{cases}$$

d) Skizzieren Sie den Verlauf der Keimentwicklung nach diesem Modell in Abbildung 3.1.

Bestimmen Sie die nach diesem Modell maximale Keimzahl pro cm^2.

Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Anzahl der Keime am schnellsten sinkt.

Der Vorschlag des Mitarbeiters findet wegen der Gefahr zunehmender Resistenzen von Keimen letztlich keine Zustimmung.
Eine Alternative ist ein neues Material für Spülschwämme. Ein patentierter Wirkstoff in Verbindung mit Silberionen kann das Wachstum der Keimanzahl verändern. Aus diesem Material wird das neuartige Produkt, der Spülschwamm „Silver Sponge“ hergestellt.
Die Anzahl von Keimen in dem neuen Material kann näherungsweise durch eine Funktion s mit der folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$s(t) = \begin{cases} 0{,}024 \cdot e^{0{,}6 \cdot t} & \text{für } 0 \leq t \leq 11 \\ 50 - c \cdot e^{k \cdot t} & \text{für } t > 11 \end{cases} \qquad \text{mit} \quad c > 0, k < 0$$

Dabei gibt t die Zeit in Stunden an und $t = 0$ ist der Zeitpunkt des Untersuchungsbeginns, $s(t)$ gibt die Anzahl der Keime in Mio pro cm^2 an.

e) Beschreiben Sie die Bedeutung des Wertes 50 im zweiten Abschnitt der Funktion s im Sachzusammenhang.

Bestimmen Sie näherungsweise die Werte c und k so, dass der Graph von s an der Stelle $t = 11$ sprung- und knickfrei verläuft.

Der Silver Sponge ist 1,5 cm dick und hat ein symmetrisches Design (Abb. 3.2).
Die nach oben begrenzende Linie in der Abbildung kann durch einen Abschnitt des Graphen der ganzrationalen Funktion g mit der Gleichung

$$g(x) = -0{,}016x^3 + 0{,}12x^2 + 3$$

beschrieben werden.

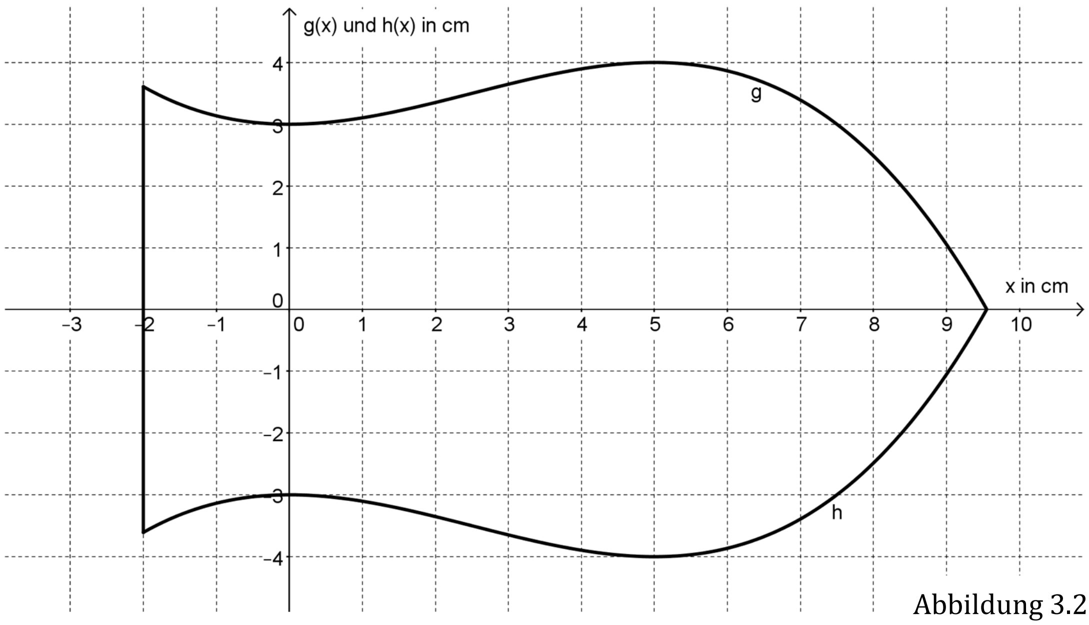


Abbildung 3.2

Die Materialkosten für den Spülschwamm „Silver Sponge“ betragen 2 000,00 € pro m^3.

f) Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion h, durch die die nach unten begrenzende Linie beschrieben werden kann.

g) Berechnen Sie die Materialkosten für einen Schwamm (Verschnitt wird nicht berücksichtigt).

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Minigolfanlage**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	2	3	4	4	5	4	3	5	30
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \dots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \dots \in \mathbb{R}$.

Der Besitzer eines Minigolfplatzes möchte eine neue Bahn mit einem neuen Hindernis entwerfen. Der nachfolgende Graph in der Abbildung 3.1 beschreibt die Seitenansicht des Hindernisses, das aus einer Doppelwelle besteht. Das Koordinatensystem ist so festgelegt, dass sich der Abschlagpunkt im Koordinatenursprung befindet.
Die waagerechte Linie stellt die Höhe der Seitenbegrenzung der Bahn dar.

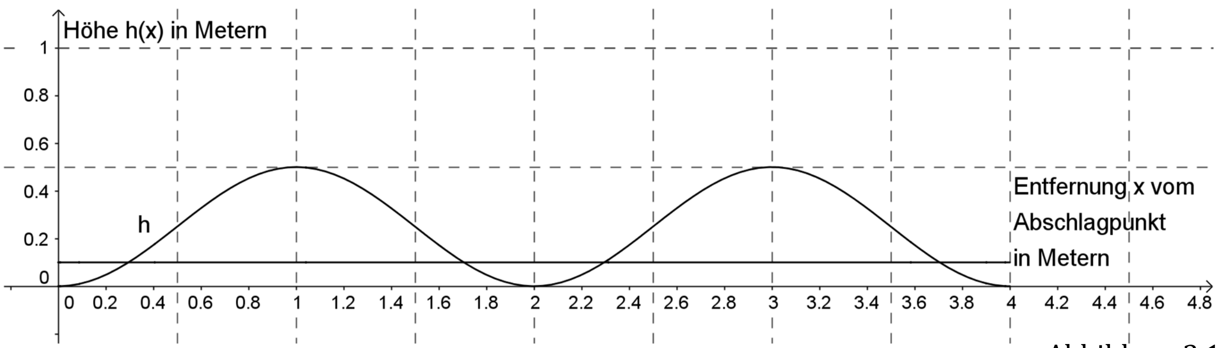


Abbildung 3.1

a) Begründen Sie, warum der Verlauf des Hindernisses in Abb. 3.1 mit Hilfe einer trigonometrischen Funktion beschrieben werden kann.

Der erste Entwurf des Hindernisses wird durch die Funktion h mit der Gleichung

$$h(x) = 0{,}25 \cdot \sin(\pi \cdot (x - 0{,}5)) + 0{,}25 \qquad \text{mit } 0 \leq x \leq 4$$

beschrieben. Dabei gibt x die Entfernung vom Abschlagpunkt in Metern und $h(x)$ die Höhe in Metern an. Gespielt wird auf der Bahn von links nach rechts.

Der Besitzer möchte in einer Höhe von 0,20 m auf der Bahn zusätzliche Hindernisse montieren.

b) Bestimmen Sie, an welchen Stellen die Montage von zusätzlichen Hindernissen erfolgen könnte.

Diese Bahn wurde beim Hersteller getestet. Der Schlag eines Testspielers verunglückte, da er zu fest schlug. Der Ball hob nach einem halben Meter (bei $x = 0{,}5$) tangential vom Hindernis ab und hatte nach einem Meter (bei $x = 1$) eine Höhe von 61 cm erreicht. Wenn der Ball bei so einem Schlag höher als einen Meter fliegt, soll um die Bahn herum ein Fangnetz aufgebaut werden. Flugbahnen können durch Funktionen zweiten Grades modelliert werden.

c) Zeigen Sie, dass sich die Flugbahn dieses Balls näherungsweise durch die Funktion p mit der Gleichung $p(x) = -0{,}13x^2 + 0{,}915x - 0{,}175$ mit $0{,}5 \leq x \leq 6{,}84$ beschreiben lässt.

d) Untersuchen Sie, ob ein Fangnetz aufgebaut werden muss.

e) Skizzieren Sie den Verlauf des Graphen der Funktion p in die Abbildung 3.2 und bestimmen Sie den maximalen vertikalen Abstand zwischen dem Ball und der Bahn.

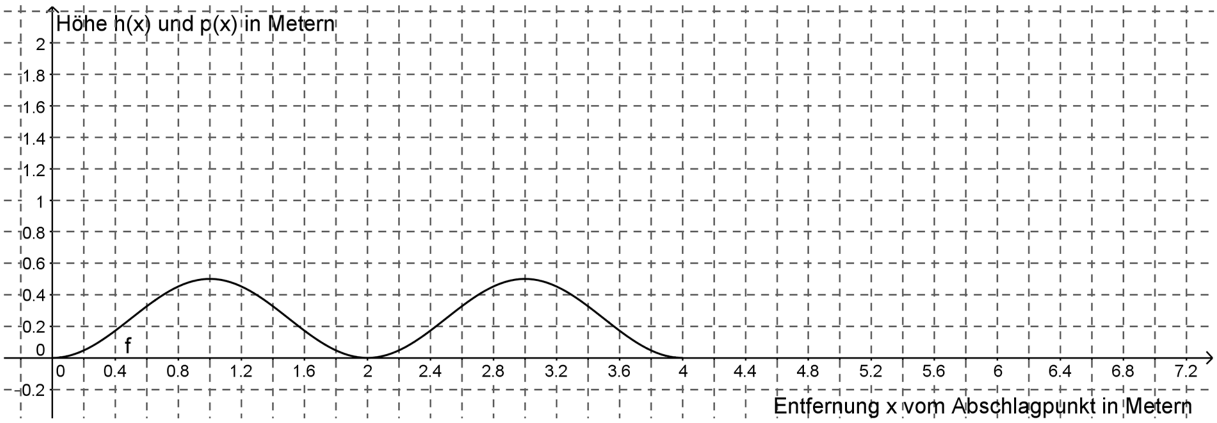


Abbildung 3.2

Die Stellen, an denen der Ball beim Rollen auf der Bahn maximal beschleunigt wird, sollen auf Wunsch des Besitzers mit einer roten Linie über die gesamte Breite der Bahn gekennzeichnet werden. Zudem möchte der Besitzer, dass der Steigungswinkel an der steilsten Stelle des Hindernisses einen Wert von 45° erreicht.

f) Berechnen Sie die Wendepunkte des Graphen der Funktion h.

g) Prüfen Sie, ob die Bahn an der Stelle $x = 2{,}5$ den gewünschten Steigungswinkel erreicht.

Die Minigolfbahn ist 95 cm breit und seitlich durch eine 10 cm hohe Seitenwand begrenzt, damit der Ball nicht aus der Bahn rollen kann (dargestellt durch die Linie in Abb. 3.1). Während eines Regengusses sammelt sich zwischen den beiden Wellen Wasser an.

h) Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser sich dort nach einem Regenguss maximal ansammeln können.

Name des Prüflings:	

Punkteverteilung **Aufgabe 3: Der Schweinezyklus**

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	gesamt
Erreichbar	3	5	3	4	6	4	5	30
Erstkorrektur								
Zweitkorrektur								

Im Folgenden gilt, sofern nicht anders angegeben, für die verwendeten Parameter: $a, b, c, \ldots \in \mathbb{R}$ und die Variablen: $x, t, \ldots \in \mathbb{R}$.

Im Jahr 1928 hat Arthur Hanau mit seiner konjunktur-statistischen Analyse des deutschen Schweinemarktes erstmals den Begriff des Schweinezyklus verwendet.

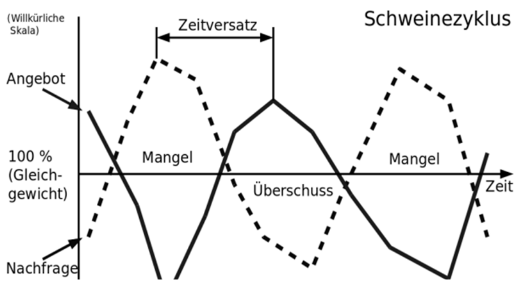


Abbildung 3.1: schematische Darstellung des Schweinezyklus[2]

Bei hohen Preisen kommt es zur verstärkten Schweineaufzucht, die sich wegen der Aufzuchtzeit erst mit einem Verzögerungseffekt auf das Angebot auswirkt, dann aber zu einem Überangebot und Preisverfall führt. Infolgedessen kommt es zur Reduzierung der Produktion, die sich ebenfalls erst zeitverzögert auswirkt und dann wiederum zu einer höheren Schweinefleischnachfrage gegenüber dem Angebot und dadurch zu steigenden Preisen führt (vgl. Abbildung 3.1[2]).

Dieses Phänomen des Schweinezyklus findet sich überall dort in der Wirtschaft wieder, wo die Angebotsmenge nur mit zeitlicher Verzögerung angepasst werden kann. Ein typisches Beispiel hierfür ist der Arbeitsmarkt bestimmter Berufsgruppen.

Die Anzahl der offenen Stellen für Ingenieure im Bereich Maschinen- und Fahrzeugbau (M&F) in Deutschland lässt sich für den Zeitraum 2007 – 2014 näherungsweise durch die Funktion D mit der folgenden Gleichung beschreiben und wird in Abbildung 3.2 veranschaulicht:

$$D(t) = 26t^4 - 336t^3 + 1295t^2 - 1486t + 3833 \text{ mit } 0 \leq t \leq 7$$

Der Funktionswert D entspricht hierbei der Anzahl der offenen Stellen in Stück und t der vergangenen Zeit in Jahren seit dem 01.01.2007.

a) Beschreiben Sie den Kurvenverlauf anhand von drei Aspekten im Sachzusammenhang.

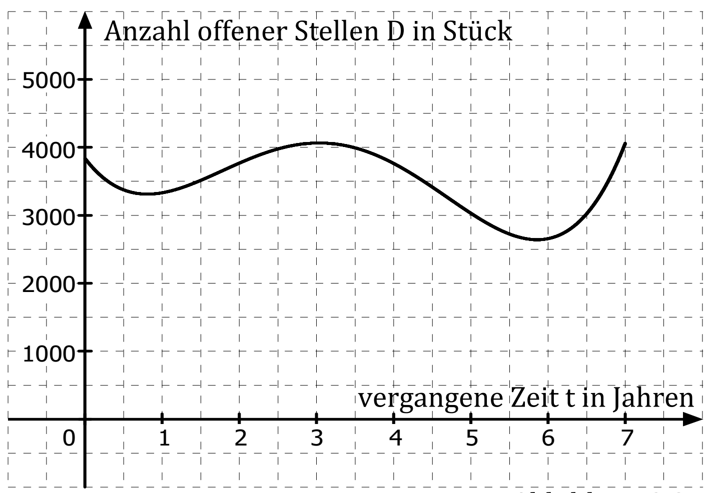


Abbildung 3.2

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/schweinezyklus, Zugriff am 09.03.2017, 15:46 Uhr

b) Ermitteln Sie die minimale und die maximale Anzahl an offenen Stellen für M&F - Ingenieure im betrachteten Zeitraum mithilfe der Funktion D.

c) Berechnen Sie, wie viele Stellen für M&F - Ingenieure im Zeitraum vom 01.01.2007 bis 01.01.2014 im Mittel pro Jahr offen waren.

Die momentane Änderungsrate a der Anzahl der arbeitslosen M&F - Ingenieure in Personen pro Jahr kann in der gleichen Zeitspanne mittels der folgenden Funktionsgleichung beschrieben werden:

$$a(t) = 1\,660{,}5 \cdot \cos(1{,}35t + 1{,}34) \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 7,$$

wobei auch hier mit $t = 0$ die Betrachtung am 01.01.2007 beginnt und es drei Monate später 4 598 arbeitslose M&F - Ingenieure gab.

d) Zeigen Sie, dass die Anzahl der arbeitslosen M&F - Ingenieure in Personen mittels der folgenden Gleichung der Funktion A angegeben werden kann:

$$A(t) = 1\,230 \cdot \sin(1{,}35t + 1{,}34) + 3\,375 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 7.$$

e) Zeichnen Sie den Graphen von $A(t)$ in die Abb. 3.2 mit ein.

Beurteilen Sie, ob zwischen dem 01.01.2007 und dem 01.01.2014 ein Schweinezyklus auf dem Arbeitsmarkt der M&F - Ingenieure beobachtet werden kann.

Für die folgende Gleichung lassen sich mehrere Stellen im Definitionsbereich $0 \leq t \leq 7$ finden, an denen diese Gleichung gilt:

$$D(t) = A(t)$$

f) Ermitteln Sie alle Stellen im Definitionsbereich, an denen diese Gleichung gilt.

Interpretieren Sie die Gleichung im Sachzusammenhang.

In einem Zeitungsartikel wird behauptet:

„Im Juni 2007 war der Unterschied zwischen der Anzahl der arbeitslosen M&F - Ingenieure und der Anzahl der offenen Stellen für M&F - Ingenieure am größten."

g) Zeigen Sie, dass diese Aussage falsch ist und

ermitteln Sie, wie viel Zeit (in Tagen) seit dem 01.01.2007 tatsächlich vergangen war, als der Unterschied zwischen der Anzahl der arbeitslosen M&F - Ingenieure und der Anzahl der offenen Stellen für M&F - Ingenieure am größten war.